Un certo gas segue l'equazione di van der Waals, con $a = 0.50\,\mathrm{m^6\,Pa\,mol^{-2}}$. A 273 K e 3.0 MPa il volume molare è $5.00 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^3\,mol^{-1}}$. Il fattore di compressione è definito come $Z = \bar{V}/\bar{V}_0$.
Ricavare la costante b di van der Waals e il fattore di compressione Z.

<u>Risoluzione</u>

Dall'equazione di van der Waals per i gas reali, espressa nella forma:

$$P = \frac{RT}{\bar{V} - b} - \frac{a}{\bar{V}^2}$$

si ottiene

$$b = \frac{P\bar{V}^3 - RT\bar{V}^2 + a\bar{V}}{P\bar{V}^2 + a} \qquad \text{oppure} \qquad b = \bar{V} - \frac{RT}{P + \frac{a}{\bar{V}^2}}$$

Sostituendo si ha:

$$b = \frac{3.0 \times 10^6(\mathrm{Pa}) \times [5.00 \times 10^{-4}(\mathrm{m^3\,mol^{-1}})]^3 - 8.314\,47(\mathrm{Pa\,m^3\,K^{-1}\,mol^{-1}}) \times 273\,(\mathrm{K}) \times [5.00 \times 10^{-4}(\mathrm{m^3\,mol^{-1}})]^2 + 0.50(\mathrm{m^6\,Pa\,mol^{-2}}) \times 5.00 \times 10^{-4}(\mathrm{m^3\,mol^{-1}})}{3.0 \times 10^6(\mathrm{Pa}) \times [5.00 \times 10^{-4}(\mathrm{m^3\,mol^{-1}})]^2 + 0.50(\mathrm{m^6\,Pa\,mol^{-2}})}$$

oppure

$$b = 5.00 \times 10^{-4}(\mathrm{m^3\,mol^{-1}}) - \frac{8.314\,47(\mathrm{Pa\,m^3\,K^{-1}\,mol^{-1}}) \times 273\,(\mathrm{K})}{3.0 \times 10^6(\mathrm{Pa}) + \frac{0.50(\mathrm{m^6\,Pa\,mol^{-2}})}{[5.00 \times 10^{-4}(\mathrm{m^3\,mol^{-1}})]^2}}$$

ovvero

$$b = \mathbf{4.603 \times 10^{-5}}\ \ \mathrm{m^3\,mol^{-1}}$$

Per quanto riguarda il fattore di compressione,

$$Z = \frac{\bar{V}}{\bar{V}_0}$$

dove per il gas perfetto, $\bar{V}_0 = RT/P$, per cui:

$$Z = \frac{P\bar{V}}{RT}$$

e sostituendo i valori noti, si ha

$$Z = \frac{3.0 \times 10^6(\mathrm{Pa}) \times 5.00 \times 10^{-4}(\mathrm{m^3\,mol^{-1}})}{8.314\,47(\mathrm{Pa\,m^3\,K^{-1}\,mol^{-1}}) \times 273\,(\mathrm{K})}$$

e quindi:

$$Z = \mathbf{0.6608}$$

