

GIOVANNI MARRO

TFI: INSEGNARE E APPRENDERE I CONTROLLI AUTOMATICI DI BASE CON MATLAB®



ZANICHELLI

Questo volumetto si propone come una guida all'uso di Transfer Function Interpreter, un pacchetto software in Matlab sviluppato con l'intento di fornire un interattivo efficiente per il progetto dei sistemi di controllo, valido sia nella didattica che in ambito professionale. Il manuale consta di due parti principali:

Informazioni generali, comprendente un' *Introduzione*, in cui vengono descritte le caratteristiche del pacchetto e il suo impiego nei laboratori didattici dei corsi di Controlli Automatici, e un paragrafo *Installazione, configurazione e avvio*, con le procedure di installazione e le possibili personalizzazioni.

TFI e le sue applicazioni, dedicata all'illustrazione dell'ambiente di Transfer Function Interpreter. Per ciascuna delle applicazioni accessibili da TFI, riportate in ordine alfabetico, è previsto un paragrafo *Richiami*, in cui è brevemente esposta la teoria su cui essa si basa, un paragrafo *Modalità d'uso*, con la descrizione dettagliata delle procedure, e un paragrafo *Esempi*, che per le applicazioni grafiche comprende numerose riproduzioni di schermate.

Il CD-ROM allegato contiene le seguenti versioni di TFI:

intp4 per Matlab 4 con interattivo in inglese,

intp4i per Matlab 4 con interattivo in italiano,

intp5 per Matlab 5 con interattivo in inglese,

intp5i per Matlab 5 con interattivo in italiano,

ciascuna in una diversa directory, in cui si trovano anche i file *readme.txt* o *leggi.txt* che descrivono le procedure di installazione e di configurazione; è inoltre prevista l'installazione bilingue, con possibilità di commutazione istantanea, i cui file sono contenuti nelle directory **local.4** (per Matlab 4) e **local.5** (per Matlab 5).

Indice

Parte I - Informazioni generali

Introduzione	2
Che cosa è TFI	2
TFI in un corso di Controlli Automatici di base	5
Installazione, configurazione e avvio	8
Installazione	8
Avvio	8
Continuazione e uscita	10
Come si cambia la configurazione	10
Gestione delle figure	12
Stampa delle figure	14

Parte II - TFI e le sue applicazioni

tfi	16
Modalità d'uso ed esempi	16
convert	25
Richiami	25
Modalità d'uso ed esempi	27
defactf	29
Richiami	29
Modalità d'uso	29
deftf	30
Richiami	30
Modalità d'uso	34
Esempi	40
descrif	43
Richiami	43
Modalità d'uso ed esempi	46
factf	52
Richiami	52
Modalità d'uso	53
fresp	54
Richiami	54
Modalità d'uso	56
Esempi	64
gpmarg	70
Richiami	70
Modalità d'uso ed esempi	73
invtr	75
Richiami	75
Modalità d'uso ed esempi	78
lagc	81
Richiami	81
Modalità d'uso ed esempi	83
leadc	88
Richiami	88
Modalità d'uso ed esempi	89
makeleg	95
Modalità d'uso	95

nlsim	96
Richiami	96
Modalità d'uso ed esempi	99
perfra	102
Richiami	102
Modalità d'uso ed esempi	107
pidc	112
Richiami	112
Modalità d'uso ed esempi	115
pidd	119
Richiami	119
Modalità d'uso ed esempi	121
pidnich	126
Richiami	126
Modalità d'uso ed esempi	129
regdph	137
Richiami	137
Modalità d'uso ed esempi	141
regnich	144
Richiami	144
Modalità d'uso	149
Esempi	153
regrootl	156
Richiami	156
Modalità d'uso ed esempi	157
robpar	165
Richiami	165
Modalità d'uso ed esempi	167
rootl	174
Richiami	174
Modalità d'uso	176
Esempi	183
routh	185
Richiami	185
Modalità d'uso ed esempi	188

samptime	189
Richiami	189
Modalità d' uso	190
select	191
Richiami	191
Modalità d' uso ed esempi	192
startint	194
Richiami	194
Modalità d' uso	195
tfeval	196
Modalità d' uso	196
tresp	198
Richiami	198
Modalità d' uso	198
Esempi	206
wplane	207
Richiami	207
Modalità d' uso ed esempi	208
zplots	209
Modalità d' uso	209
Appendice A - TFI con i monitor ad alta risoluzione	211
Bibliografia	215
Indice analitico	216

Parte I
Informazioni generali

Introduzione

Che cosa è TFI

Che cosa è TFI? L'Interprete di Funzioni di Trasferimento (TFI) è un pacchetto software in Matlab che crea un ambiente specifico di progettazione assistita rivolto all'analisi e alla sintesi interattiva dei sistemi di controllo. Tale ambiente si distingue per l'uso diretto delle funzioni di trasferimento, che vengono memorizzate nella directory di lavoro dell'hard disk come file *.mat.

TFI è un toolbox di Matlab? No, TFI non è un toolbox di Matlab, pur essendo installato come un toolbox, perché si basa sull'impiego di un metainterprete, che elabora le funzioni di trasferimento, mentre l'interprete di Matlab elabora le matrici. Quando si accede a TFI, sullo schermo appare un diverso prompt (> invece di »), per informare che la sintassi di Command Window è stata cambiata.

TFI è semplicemente un interprete? No, oltre all'elaborazione diretta delle funzioni di trasferimento, l'ambiente TFI fornisce numerose funzioni CAD, dedicate a procedure di analisi e sintesi dei sistemi di controllo. Queste sono: antitrasformazione di funzioni razionali, analisi dei sistemi lineari nei domini del tempo e della frequenza, problemi di stabilità e luogo delle radici, progetto di reti correttrici e regolatori, robustezza della stabilità dei sistemi in retroazione, analisi e sintesi dei sistemi non lineari con il metodo della funzione descrittiva.

In che consiste la convenienza di TFI? TFI semplifica l'approccio interattivo ai problemi di controllo, in quanto non richiede la conoscenza del linguaggio Matlab. Ciò agevola il suo impiego sia nella didattica di base sia nella progettazione industriale. Inoltre, le applicazioni grafiche di TFI sono provviste di un menù che consente la personalizzazione delle figure (scale degli assi, reticoli, colori), per l'inserimento in pubblicazioni.

TFI si applica ai sistemi a tempo discreto? Sì, TFI elabora funzioni di trasferimento sia a tempo continuo (rapporti di polinomi in s) sia a tempo discreto (rapporti di polinomi in z), entrambe accessibili nello stesso ambiente. Quando si accede a TFI è necessario definire un tempo di campionamento, per rendere compatibile il continuo con il discreto. Per il progetto dei sistemi di controllo digitali sono disponibili funzioni come l'antitrasformazione \mathcal{Z} , la conversione dal continuo al discreto e la trasformazione diretta e inversa dal piano z al piano w .

TFI si applica ai modelli nello spazio degli stati? No, TFI riconosce solo le funzioni di trasferimento. Il progetto dei sistemi multivariabili non è disponibile, in quanto TFI è stato sviluppato specificamente per i corsi di controlli istituzionali,

mentre l'analisi nello spazio degli stati è in genere presentata in corsi successivi. Tuttavia il problema dell'allocazione dei poli è risolto nell'ambito di TFI mediante l'equazione diofantea, che consente di effettuare il progetto analitico utilizzando esclusivamente le funzioni di trasferimento, senza ricorrere allo spazio degli stati.

Il software di TFI è collaudato ed affidabile? Sì, TFI è stato sviluppato come ausilio didattico, coperto da copyright e distribuito in Italia dal 1994, in un dischetto abbinato al volumetto *Complementi di controlli automatici* edito dalla Zanichelli. Viene impiegato nei laboratori di alcune università da oltre quattro anni, con continui miglioramenti, spesso originati da suggerimenti degli studenti.

Che cosa si può dire sulla robustezza numerica degli algoritmi impiegati? In TFI la robustezza numerica è particolarmente curata. Nella memorizzazione delle funzioni di trasferimento la forma fattorizzata è preferita a quella polinomiale, cosicché la molteplicità di poli e zeri è sempre conservata. Per esempio, nella conversione da tempo continuo a discreto la funzione convertita viene fornita in forma fattorizzata, per cui il polo unitario multiplo, che nel discreto corrisponde ad un polo multiplo nell'origine, è definito in modo numericamente robusto.

I metodi computazionali usati in TFI sono accessibili all'utente? Sì, in questo manuale ogni applicazione viene presentata con un paragrafo *Richiami*, che riporta cenni sulle relative basi teoriche e sui metodi di soluzione.

In TFI ci sono nuovi algoritmi? Sì, essi sono le *formule di inversione* per il progetto di reti correttive ad anticipo e a ritardo (vedi il paragrafo *Richiami* delle applicazioni *regnich* e *pidnich*), che possono trovar posto anche nella didattica tradizionale dei controlli automatici, dato che rendono molto più spediti i procedimenti di sintesi per tentativi, e l'*inseguimento perfetto* nel controllo digitale di sistemi a fase non minima (vedi il paragrafo *Richiami* dell'applicazione *perftra*), ottenuto mediante preconsocenza e preazione.

In TFI ci sono applicazioni orientate alla didattica? Sì, le applicazioni *deftf* e *regrootl*, che definiscono le funzioni di trasferimento per allocazione diretta di zeri e poli con il mouse, sono particolarmente utili per evidenziare la correlazione fra la configurazione zeri/poli e le risposte in tempo e in frequenza dei sistemi dinamici lineari, sia continui sia discreti. Esse consentono il confronto immediato di un certo numero di casi diversi, attraverso la presentazione delle relative configurazioni e delle corrispondenti risposte in differenti colori. Altre applicazioni orientate alla didattica sono *lagc*, *leadc*, *pidc*, *pidd*, *pidnich* e *regnich*, che consentono anch'esse una rapida verifica degli effetti di scelte arbitrarie in procedure di sintesi per tentativi (vedi in Appendice A qualche suggerimento sul loro impiego in aule provviste di proiettori su grande schermo).

Che cosa distingue TFI dagli altri sistemi CAD per i controlli? La disponibilità di potenti algoritmi per la sintesi dei regolatori (applicazioni *regnich*, *pidnich*

e *regrootl*), che non hanno equivalenti in altri ausili didattici o progettuali per i controlli. Questi in genere sono orientati principalmente verso l'analisi nei domini del tempo e della frequenza e la sintesi nello spazio degli stati, e non contengono programmi che riproducano in interattivo veloce i metodi tradizionali di sintesi per tentativi, che risultano tuttora i mezzi più convenienti per acquisire sensibilità e introspezione sul comportamento dei sistemi in retroazione. Inoltre, gli strumenti standard per l'analisi nei domini dei tempi e delle frequenze e il tracciamento del luogo delle radici (applicazioni *tresp*, *fresp* e *rootl*) sono più completi e facilmente accessibili che altrove, disponendo di menù amichevoli e standardizzati.

Si possono definire funzioni di trasferimento in forma parametrica? Sì, in TFI si possono definire funzioni di trasferimento i cui coefficienti siano espressioni arbitrarie in termini finiti di uno o più parametri, ma il loro impiego è ristretto all'analisi di robustezza per variazioni parametriche (applicazione *robpar*).

Si possono considerare ritardi finiti? Sì, sia direttamente nei diagrammi di risposta in frequenza ad anello aperto (applicazione *fresp*), sia mediante le approssimanti di Padé nei sistemi ad anello chiuso (applicazione *deff*).

TFI richiede Control System Toolbox? No, vi si usano metodi computazionali e programmi grafici specifici.

Esiste qualche legame fra l'uso di Simulink e quello di TFI? No, Simulink è uno strumento molto completo orientato all'analisi, mentre TFI è uno strumento orientato alla sintesi, sviluppato per i soli sistemi monovariabili.

Esistono differenze fra TFI e gli "LTI systems" di Matlab? Probabilmente sì, e risaltano subito sfogliando questo manuale. Dal punto di vista tecnico, essi costituiscono due diverse soluzioni dello stesso problema: elaborare con Matlab sistemi anziché matrici. TFI funziona anche con Matlab 4, gli LTI systems no.

TFI è compatibile con la "Matlab Student Edition"? Sì, le versioni di TFI contenute nel CD-ROM allegato funzionano perfettamente con le "Student Edition" di Matlab 4 e di Matlab 5 edite da Prentice Hall.

Quale versione è consigliabile? In rapporto alla velocità di calcolo, la versione per Matlab 4 è certamente migliore. Infatti, alcune applicazioni grafiche di TFI in Matlab 5 hanno un tempo di esecuzione molto maggiore.

Perché in TFI si privilegia l'uso della tastiera in luogo del mouse? Le ragioni sono numerose: *i*) si è deciso di rendere continuamente disponibili tutte le figure di una sessione di progetto e l'uso del mouse sulle figure generate da Matlab è sconsigliabile perché può disturbare il programma in esecuzione; *ii*) una figura può essere ingrandita o rimpicciolita con il mouse, ma le dimensioni dei caratteri rimangono costanti, cosicché in genere il suo aspetto viene peggiorato rispetto alla dimensione standard, che in TFI è il pieno schermo per monitor a bassa risoluzione;

iii) sono disponibili alcuni comandi, utili quando si debbano esportare figure per pubblicazioni, come il cambiamento delle scale e/o delle graduazioni degli assi, realizzabili più facilmente con la tastiera che con il mouse; iv) Matlab Command Window mantiene una registrazione dei comandi da tastiera, che può essere stampata. Tuttavia il mouse viene impiegato in tutti i programmi che richiedono la scelta di punti su diagrammi, per accelerare le procedure per tentativi.

TFI in un corso di Controlli Automatici di base

L'Interprete di Funzioni di Trasferimento è stato sviluppato per l'analisi e il progetto in modo interattivo veloce di sistemi di controllo automatico ad un ingresso ed un'uscita. È di grande utilità nei laboratori, specie quelli organizzati a gruppi, in quanto facilita l'apprendimento attraverso la stimolazione della critica. Vedremo ora come lo stesso interprete e le applicazioni disponibili nel suo ambiente siano collegati agli argomenti usualmente trattati in un corso standard sul controllo, suggerendo così un ordine cronologico per la presentazione di tali applicazioni in connessione con la trattazione dei problemi. Il lettore interessato ad una valutazione dell'ambiente TFI dovrebbe prendere in esame i vari programmi nello stesso ordine in cui sono qui di seguito menzionati.

1. Concetti Fondamentali. Sistemi e modelli matematici. Confronto fra azione diretta e retroazione. Schemi a blocchi e grafi di flusso di segnale. I modelli matematici di alcuni sistemi dinamici. Linearità e stazionarietà.

Laboratorio con TFI: TFI viene avviato (inviando "tfi" da Matlab Command Window) e applicato per ridurre alla forma minima schemi a blocchi o grafi di flusso di segnale. I coefficienti di blocchi o rami sono numeri reali nel caso dei sistemi puramente algebrici, ma si può mostrare che le stesse procedure ed espressioni si possono applicare quando essi siano rapporti di polinomi in s o in z .

2. Analisi nel dominio dei tempi. Equazioni differenziali. Trasformata di Laplace, diretta ed inversa. Funzione di trasferimento. Risposte all'impulso, al gradino e alla rampa. Integrali di convoluzione. Risposte dei sistemi elementari del primo e del secondo ordine.

Laboratorio con TFI: Operazioni sulle funzioni di trasferimento. Forme di una funzione di trasferimento ("gi=", fattorizzata, "gi:", con costanti di tempo, "gi;", mappa zeri/poli). Con *invtr* si risolvono esercizi sulle antitrasformate di Laplace, mentre con *tresp* si tracciano i grafici di risposte all'impulso, al gradino, alla rampa e si deducono i valori dei parametri fondamentali della risposta al gradino (massima sovraelongazione, tempi di ritardo, salita e assestamento, errore a regime). Infine, con *deftf* si mostra la correlazione fra le disposizioni poli/zeri e le risposte in tempo e in frequenza di una o più funzioni di trasferimento i cui zeri e poli vengono

allocati con il mouse.

3. Analisi nel dominio delle frequenze. La funzione di risposta armonica. Le-game con la risposta temporale. Diagrammi di Bode di sistemi del primo e del secondo ordine. Diagrammi di Nichols. Diagrammi di Nyquist (polari).

Laboratorio con TFI: L' applicazione *fresp*, la più importante dell' ambiente TFI, viene utilizzata per ottenere i vari diagrammi di risposta armonica e confrontarne le caratteristiche.

4. Stabilità e retroazione. Definizioni e teoremi sulla stabilità. Il criterio di Routh. Proprietà generali della retroazione. Errori a regime e tipo di sistema. Il criterio di Nyquist. Margini di ampiezza e di fase. Luoghi a M e N costante. Picco e pulsazione di risonanza, larghezza di banda. Stabilità dei sistemi con ritardi finiti.

Laboratorio con TFI: L' applicazione *routh* fornisce direttamente gli intervalli di stabilità in funzione del guadagno, e viene impiegata per illustrare il criterio di Routh. La stabilità nei casi più generali (sistemi instabili ad anello aperto) è studiata impiegando ancora *fresp* (con l' opzione "diagramma di Nyquist"), che fornisce pure informazioni sui margini di stabilità e sul comportamento in retroazione (ri-sonanza, banda passante, errori a regime). I ritardi finiti si possono introdurre nei diagrammi di risposta armonica ad anello aperto direttamente con un' opzione di *fresp*, o utilizzando le approssimanti di Padé, fornite dall' applicazione *deftf*. I margini di stabilità si possono determinare anche con *gpmarg*, che impiega un procedimento di calcolo in termini finiti.

5. Il luogo delle radici. Definizione del luogo delle radici. Proprietà e costru- zione. Il contorno delle radici.

Laboratorio con TFI: L' applicazione *rootl* traccia direttamente il luogo delle radici di una data funzione di trasferimento e consente di aggiungere gli asintoti e i luoghi a coefficiente di smorzamento costante. Fornisce anche informazioni sulle più importanti caratteristiche del luogo, come i punti di diramazione e i parametri degli asintoti e consente di leggere il valore del guadagno sul luogo mediante il mouse. È pure possibile completare il luogo delle radici con uno o più contorni delle radici tracciati in colori diversi.

6. Progetto di reti correttrici e regolatori. Le reti correttrici: a ritardo, antici- po, ritardo e anticipo, a T ponticellato. I regolatori standard: P, I, PD, PI, PID. Il progetto analitico dei regolatori (con modello di riferimento). Allocazione dei poli e regolatori a due gradi di libertà.

Laboratorio con TFI: Per il progetto dei compensatori e dei regolatori sono basilari *regnich* e *pidnich*, che rendono molto veloce la sintesi per tentativi. Questa si effettua scegliendo con il mouse punti sul diagramma di Nichols ed analizzando gli effetti della scelta operata sulla risposta al gradino e sulla risposta armonica. Un altro ausilio per il progetto è dato da *regrootl*, che si basa sull' allocazione degli

zeri e dei poli del compensatore con il mouse e sulla scelta dei poli dominanti sul luogo delle radici ancora con il mouse. La sintesi per tentativi di reti a ritardo e ad anticipo e di regolatori PI, PD e PID è possibile pure con *lagc*, *leadc* e *pidc*, che si riferiscono ai diagrammi di Bode. Le funzioni di trasferimento campione per il progetto analitico vengono definite con *defft* (filtri di Bessel e di Butterworth, con l'eventuale inserimento di una coppia polo/zero di valori opportuni per la sintesi di regolatori di tipo 2). Nel contesto del progetto analitico, che spesso richiede una perfetta cancellazione di poli e zeri, sono molto utili i programmi *factf*, *defactf* e *select*. La completa allocazione dei poli con l'equazione diofantea, considerando anche vincoli su zeri e/o poli del regolatore, è ottenibile con *regdph*. La robustezza della stabilità di un sistema in retroazione in presenza di variazioni dei parametri dell'impianto viene analizzata con *robpar*.

7. Sistemi non lineari. Il metodo della funzione descrittiva. Criteri di stabilità (del cerchio e di Popov). Sistemi a relé.

Laboratorio con TFI: L'applicazione *nlsim* fornisce la risposta di un sistema non lineare ad un ingresso arbitrario (di cui sia data la trasformata di Laplace), mentre *descri* si riferisce all'analisi con la funzione descrittiva, e fornisce i cicli limite per sistemi in retroazione con una non linearità algebrica di tipo standard, una parte lineare ed eventualmente un ritardo finito.

8. Sistemi a tempo discreto. La Z -trasformata di un segnale campionato. Il fenomeno di aliasing. La risposta armonica di un sistema a tempo discreto. Criterio di Nyquist e margini di stabilità. Luogo delle radici. Progetto nel piano w . Dispositivi di tenuta di ordine zero e uno nella conversione dal discreto al continuo.

Laboratorio con TFI: L'applicazione *convert* fornisce la Z -trasformata di un segnale ottenuto campionando un segnale continuo dato in termini di trasformata di Laplace, con la possibilità di introdurre anche la tenuta di ordine zero o uno. Il programma *wplane* fornisce la funzione equivalente nel piano w se riferito a una funzione di trasferimento a tempo discreto e l'equivalente nel piano z se applicato a una funzione a tempo continuo. Le applicazioni *invtr*, *tresp*, *fresp*, *routh*, *rootl* e *regnich* si possono utilizzare in modo coerente anche per sistemi a tempo discreto, mentre *pidc* sostituisce *pidc* nel progetto di regolatori PID discreti. Il programma *perfra* realizza un interessante metodo di progetto per la parte ad azione diretta di un sistema di controllo a due gradi di libertà che realizza l'inseguimento perfetto anche quando il sistema controllato è a fase non minima.

Installazione, configurazione e avvio

Installazione

TFI è disponibile in due versioni, perfettamente equivalenti: una per Matlab 4, contenuta nella directory `\intp4i` del CD-ROM allegato, l'altra per Matlab 5, contenuta in `\intp5i`. Si consiglia la seguente procedura di installazione.

1. Accedere a Matlab ed inviare il comando "matlabroot" per conoscere il nome della directory radice dell'installazione di Matlab, e "which startup" per sapere se il file `startup.m` esiste nel `matlabpath` e, se sì, conoscerne il path. Normalmente `matlabroot` è `c:\matlab` e il file `startup.m` non esiste. Uscire da Matlab.

2. Creare la directory `[matlabroot]\toolbox\intpi` (dove `[matlabroot]` indica l'informazione ottenuta al punto 1) e copiarvi tutti i file della directory `\intp4i` o `\intp5i` del CD-ROM. Se il file `startup.m` non esiste, copiarlo dalla directory `\local_4` o `\local_5` del CD-ROM nella directory `[matlabroot]\toolbox\local` del `matlabpath`. Se esso esiste già, con un *editor* includervi il contenuto di quello del CD-ROM, o anche semplicemente la riga di testo:

```
path([path, ';' ,matlabroot, '\toolbox\intpi'])
```

che inserisce nel `matlabpath` la directory `\intpi` all'avvio di Matlab.

NOTA. Il nome `[matlabroot]\toolbox\intpi` per la directory in cui copiare i file di TFI è obbligatorio per il corretto funzionamento del sistema.

Installazione bilingue: dopo aver eseguito le operazioni indicate ai punti 1 e 2, creare anche la directory `[matlabroot]\toolbox\intp` e copiarvi tutti i file della directory `\intp4` o `\intp5` del CD-ROM. Trasferire quindi in `[matlabroot]\toolbox\local` i file `english.m` e `italiano.m` dalla directory `\local_4` o `\local_5` del CD-ROM. I comandi "english" e "italiano" da Matlab (non da TFI) ridefiniscono il `matlabpath` e quindi la lingua dell'interattivo di TFI.

Avvio

TFI produce numerosi file di dati del tipo `*.mat` (per esempio, quelli delle funzioni di trasferimento). È consigliabile, anche se non strettamente necessario, usare per TFI una directory di lavoro diversa da quella di Matlab. Supponiamo, ad esempio, che la directory di lavoro di Matlab sia `[matlabroot]\work` e quella di TFI sia `[matlabroot]\workint`. Naturalmente, queste directory devono esistere quando si accede a TFI per la prima volta. Ricordiamo che la directory di lavoro di Matlab

può essere specificata:

- come una proprietà dell' icona di Matlab in Windows;
- con un cambiamento di directory nel file *startup.m*.

Dato che la definizione della directory di lavoro come proprietà dell' icona è tutt' altro che facile ed unificata (in Windows 3.1 o 3.11 è relativamente semplice, mentre in Windows'95 essa si ottiene con una manovra alquanto complessa, con circa otto click sul pulsante 1 ed uno sul pulsante 2 del mouse), raccomandiamo vivamente il secondo modo, che è semplicissimo: si aggiunge nel file *startup.m*, oltre alla definizione del path considerata in precedenza, la riga di testo:

```
eval(['cd ',matlabroot,'\work'])
```

che cambia la directory di lavoro, indipendentemente dalla proprietà dell' icona.

Le più importanti impostazioni di TFI (in particolare, il nome della directory di lavoro) sono memorizzate nel file *set_tfi#.mat*, ripetuto sia nella directory di lavoro di Matlab sia in quella di TFI, file che non esiste quando si accede a TFI per la prima volta. Quando la directory di lavoro di Matlab è stata definita, da Matlab (con prompt `>`) occorre inviare da tastiera "tfi" o "intp": si ottiene:

```
**** passaggio all'ambiente TFI - attendere, prego
**** il file set_tfi#.mat non è stato trovato
    l'attuale directory di lavoro è : C:\MATLAB\WORK
    la confermate come una directory
    dalla quale si acceda a TFI ? (1) :
```

Se si preme semplicemente il tasto di invio, si ritorna a Matlab. Se invece si invia 1, si ottiene:

```
**** INFORMAZIONI SULL'AMBIENTE TFI

la directory di lavoro di Matlab è C:\MATLAB\WORK
la directory di lavoro di TFI è      C:\MATLAB\WORK
il matlabpath NON E' RIDOTTO
lo sfondo delle figure E' NERO
la legenda nelle figure NON E' ATTIVATA

chiamare "startint" da TFI per cambiare tali impostazioni

**** premere un tasto per proseguire
```

Quando si preme un tasto, il file *set_tfi#.mat*, che contiene le sudette impostazioni, viene salvato nella directory di lavoro di Matlab e Command Window viene commutata all' ambiente TFI (appare il nuovo prompt `>`). Bisogna inviare subito il comando "startint" per cambiare la configurazione, in particolare per commutare la directory di lavoro a *c:\matlab\workint*. Questo completa l' installazione nel caso dell' esempio qui considerato. È possibile accedere a TFI da più directory,

ottenendo così altrettanti file *set_tfi#.mat*, ciascuno con una diversa configurazione. In ogni caso la directory di lavoro di Matlab, qualunque essa sia, viene ripristinata quando si esce da TFI a Matlab.

Continuazione e uscita

Continuando la prima sessione, o quando il comando “tft” o “intp” venga inviato un’altra volta, si ottiene la disposizione di Command Window mostrata in Fig. 1. Se la disposizione è differente, si deve usare il mouse per cambiarne le dimensioni e/o la collocazione, affinché la finestra della figura, di dimensione *small*, situata in alto a destra sia parzialmente visibile. Per ritornare a Matlab alla fine di una sessione di TFI, inviare “exit” o “quit”. La directory di lavoro di Matlab e il matlabpath completo sono automaticamente ripristinati.

Come si cambia la configurazione

Il comando “startint” da TFI consente di:

- definire la directory di lavoro di TFI;
- ridurre il matlabpath nell’ambiente TFI se necessario;
- imporre il colore dello sfondo delle figure (nero o bianco);
- attivare o disattivare la legenda nelle figure.

Per maggiori informazioni, si rimanda alle pagine illustrative di tale comando.

In Matlab si possono scegliere ad arbitrio i caratteri di Command Window e delle finestre uicontrol. In Matlab 4 si opera la scelta dalla barra degli strumenti di Command Window come **Options / Command Window Font** e **Options / Uicontrol Font**. Affinché la visualizzazione delle funzioni di trasferimento sia corretta, per Command Window si deve scegliere un carattere a spaziatura uniforme, come Fixedsys o Courier New. Si suggerisce Fixedsys (corpo 9). Per le finestre uicontrol si usi invece MS Sans Serif (corpo 8, stile bold). In Matlab 5 si accede alla scelta del carattere di Command Window da **File / Preferences / Command Window Font**, mentre quello delle finestre uicontrol viene definito nel file *startint.m*, eseguito all’avviamento di TFI. Per il carattere di Command Window si usi Fixedsys (corpo 11).

Il comando “whitebg” da TFI può essere impiegato per cambiare il colore dello sfondo delle figure, rendendolo così differente da quello di default, che viene scelto con l’applicazione *startint*. Il comando porta sempre al colore complementare. Il colore di default di Matlab 4 è il nero, che presenta i seguenti vantaggi:

- si hanno meno radiazioni dallo schermo;
- nei grafici si usano colori fondamentali, con migliori risultati nelle stampe.

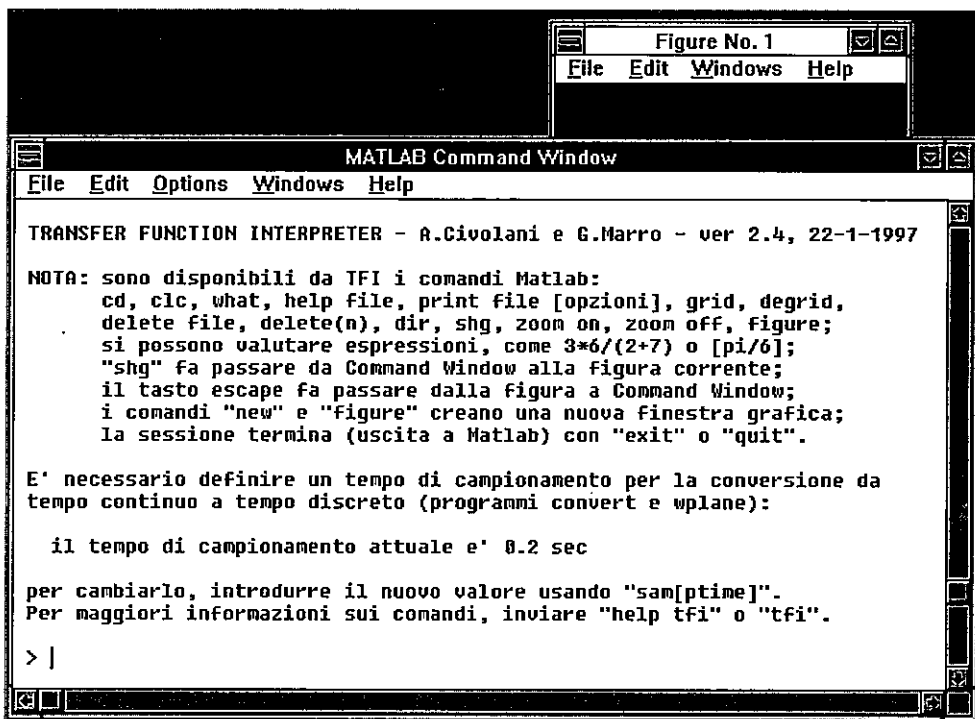


Fig. 1. Quando si accede a TFI da Matlab con il comando "tfi" o "intp", si deve sistemare Command Window con il mouse come qui mostrato. La figura si riferisce ad un monitor a bassa risoluzione. Per risoluzioni maggiori, la disposizione di Command Window può essere diversa. In questo caso lo sfondo della figura è nero, ma può essere cambiato in modo permanente con il comando "startint" o temporaneamente con "whitebg".

Tuttavia Matlab 5 è uscito con figure a sfondo bianco, i cui vantaggi sono:

- lo schermo appare come in altre applicazioni di Windows (ad es., Word);
- risulta più adatto per la riproduzione bitmap dello schermo.

Dato che il colore dello sfondo delle figure è una questione di gusti, nell'ambiente TFI la sua scelta è lasciata all'utente. Se lo si cambia, tutti i colori dei grafici e dei messaggi vengono ritoccati per ottimizzarne visibilità e leggibilità. Le corrispondenti tabelle dei colori RGB, una per i grafici e una per i messaggi, ripetute per gli sfondi nero e bianco, sono riportate nelle matrici $A1$, $A2$, $A3$ e $A4$ definite nel file *coltbl.m* e possono essere modificate se necessario (la sfumatura del colore può dipendere dal monitor). Per una corretta riproduzione dei colori, il driver del monitor deve essere predisposto per almeno 256 colori.

Il file *startint.m* specifica il tipo, il corpo e lo stile dei caratteri dei messaggi nelle figure, delle graduazioni degli assi, dei titoli e delle iscrizioni degli assi x e y. Nella versione per Matlab 5 esso specifica anche i caratteri utilizzati nelle finestre

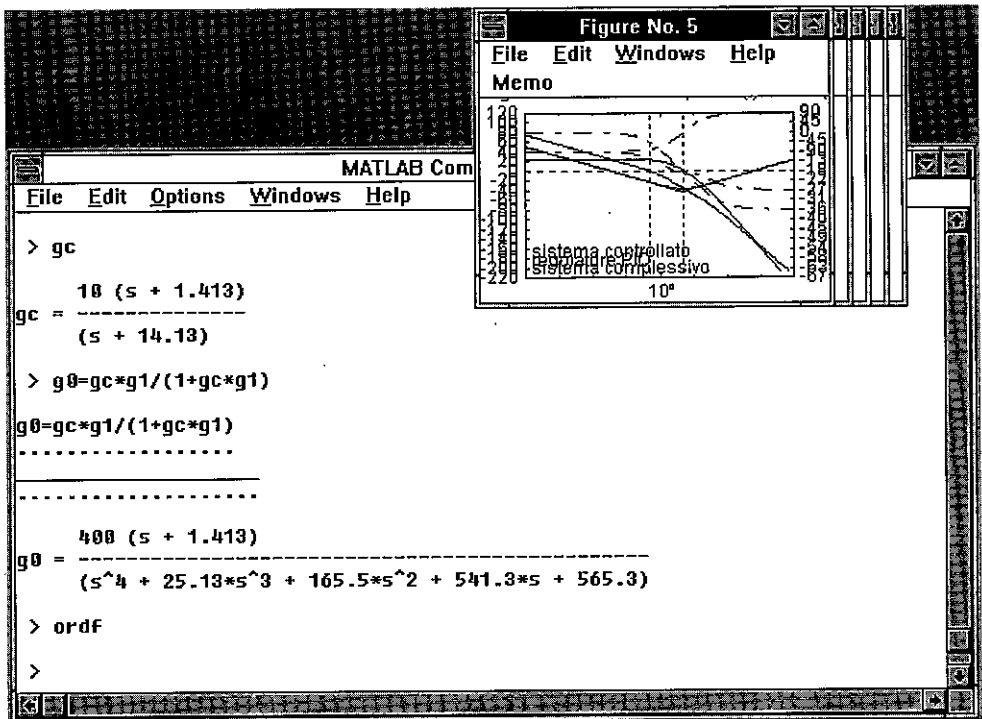


Fig. 2. Con il comando "new" è possibile aprire nuove finestre grafiche per memorizzare tutte le figure che interessano. Con "ordf" esse vengono ridotte di dimensione e disposte come mostrato, in modo da poter essere scelte nuovamente con il mouse o con la tastiera (comandi "fig1", "fig2", ..., "lar") per vederle nuovamente a pieno schermo; "sma" ripristina dimensione e posizione. In questo caso tutte le figure hanno lo sfondo bianco.

uicontrol. Tale file può essere modificato dall'utente. In certi casi, infatti, una diversa dimensione dei caratteri o lo stile grassetto (bold) può essere preferibile nei messaggi visualizzati nelle figure o nelle graduazioni degli assi.

Gestione delle figure

Quando un'applicazione grafica viene lanciata da TFI, le corrispondenti figure (una o più) generalmente appaiono a dimensione piena, ma, in uscita, vengono ridotte di dimensione e disposte in alto a destra, come mostrato in Fig. 2.

Si può usare il comando "new" per creare una nuova finestra grafica, conservando così quelle generate in precedenza per eventuali confronti, "fig1", "fig2",... per scegliere una particolare figura, "ordf" per disporre tutte le figure come un mazzo di carte, rimpicciolite e sfalsate come appare in Fig. 2. I comandi "sma[II]", "med[ium]"

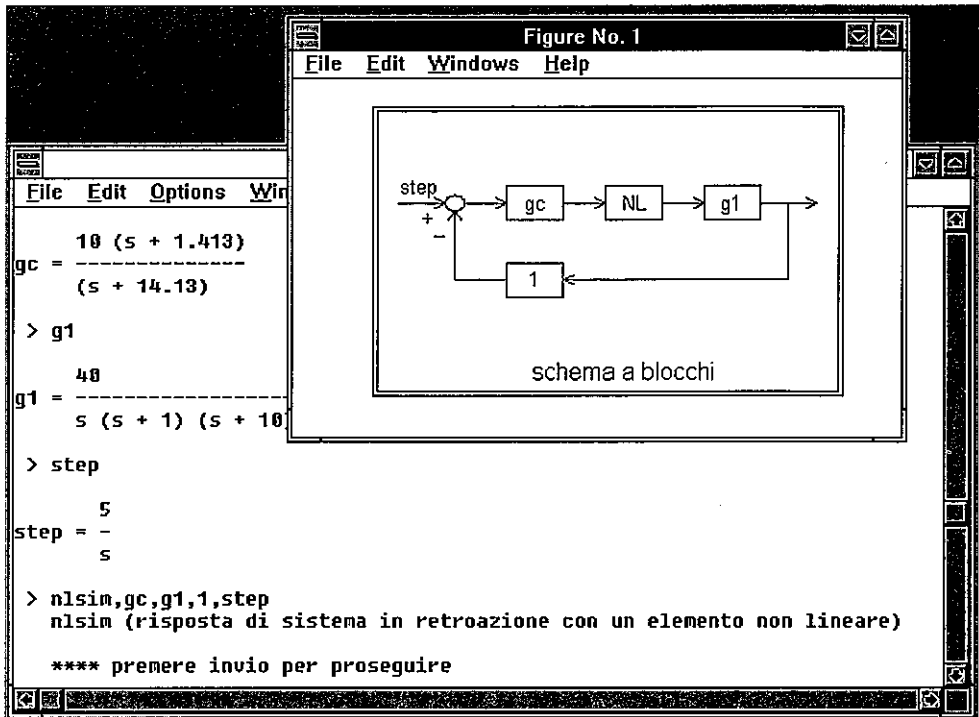


Fig. 3. Spesso viene temporaneamente mostrato un diagramma a blocchi di dimensione *medium* per verificare la correttezza della sintassi dei comandi. La figura si riferisce all'applicazione *nlsim*, che calcola e traccia la risposta nel tempo di un anello di controllo con un elemento non lineare ad un segnale di ingresso di cui viene assegnata la trasformata di Laplace.

e "lar[ge]" – o, per ottenere dimensioni intermedie, "enl[arge]" e "red[uce]" – cambiano la dimensione della figura corrente, "last" sceglie la figura con il numero più alto, "delf" cancella tutte le figure, "shg" mostra la figura selezionata a dimensione piena, mentre il tasto *Esc* può essere utilizzato per passare a Command Window da una qualunque finestra grafica. Naturalmente, si può impiegare anche il mouse per gestire le figure secondo le procedure di Windows.

Quando si invia un comando da TFI, spesso viene mostrato il corrispondente diagramma a blocchi in una finestra grafica di dimensione *medium* per poter verificare la correttezza della sintassi (vedi Fig. 3).

Nella maggior parte delle applicazioni grafiche vengono aggiunti alcuni comandi nella barra degli strumenti delle figure: **Memo**, che mostra i nomi delle funzioni di trasferimento utilizzate nell'applicazione, e consente di vedere temporaneamente le stesse funzioni di trasferimento, sovrapposte alla figura nello stesso colore del corrispondente grafico, e **Reticolo on/off**, che abilita o disabilita il reticolo corrispondente alle graduazioni degli assi.

Stampa delle figure

Alcune applicazioni dell' ambiente TFI generano figure di alta qualità e forniscono utili opzioni, come un facile cambio delle scale degli assi, la possibilità di tracciare molti grafici in colori diversi, la scelta dei caratteri per la graduazione dei grafici. Qualora sia necessario trasformare le figure in stampe o file per impiegarle in dispense o pubblicazioni scientifiche si può impiegare il comando *print* di Matlab da Command Window (inviare "help print" da TFI o da Matlab per conoscerne tutte le opzioni). Ad esempio, "print -dps xx.ps" fornisce il file in PostScript *xx.ps* contenente la figura corrente, mentre "print -dps -append xx.ps" appende la figura alle altre nello stesso file. Si ricorda che l' opzione *-dpsc* invece di *-dps* produce stampe a colori, e *-deps*, *-depssc* generano Encapsulated PostScript, che può essere impiegato per inserire figure in documenti ottenuti con Latex o con Microsoft Word. Quando si usa Word si può anche imporre alla figura la dimensione più conveniente (le dimensioni *x* e *y* possono essere cambiate indipendentemente).

Si può anche impiegare l' opzione di stampa propria dell' ambiente Windows disponibile a menù in ogni finestra grafica. Tuttavia in tal modo si ottengono stampe di qualità inferiore. Per passare da Command Windows alla finestra grafica attuale, inviare "shg" (da TFI) o usare il mouse sull' opzione **Windows** sulla barra degli strumenti di Command Windows.

Le figure di questo manuale, che riportano riproduzioni dello schermo intero anche con molte finestre aperte, sono state ottenute dalla versione per Matlab 4 con l' impostazione di sfondo bianco per le figure ed esportate utilizzando il tasto *PrtSc* e la funzione *Incolla* in Microsoft Word. Per ottenere i migliori risultati nella stampa in bianco e nero, i colori dei grafici e dei messaggi sono stati convertiti in nero cambiando semplicemente le tabelle di colori *A3* e *A4* nel file *coltbl.m*. Le figure con grafici che appaiono a pieno schermo sono state ottenute con un monitor a bassa risoluzione (640 × 480). Nei monitor ad alta risoluzione infatti la figura corrente e Command Window sono contemporaneamente visibili sullo schermo, e più figure possono essere sistemate con il mouse in modo da essere visibili insieme, come mostrato in Appendice A.

Parte II

TFI e le sue applicazioni

» tfi ↵

da Matlab produce l'accesso all'ambiente di Transfer Function Interpreter: viene visualizzato un messaggio e sullo schermo appare un diverso prompt (> invece di »), per segnalare che la sintassi di Command Window è stata cambiata.

Modalità d'uso ed esempi

Una funzione di trasferimento viene definita da tastiera con una stringa di caratteri composta dal nome della funzione di trasferimento, seguito dal segno = e da altri caratteri corrispondenti a numeri, parentesi, operatori e simboli (*s* o *z*).

Quando viene inviata una stringa di questo tipo, TFI in primo luogo esegue una verifica sul bilanciamento delle parentesi, quindi inizia l'analisi lessicale. Questa viene indicata con una riga di punti che scandisce il suo procedere, carattere per carattere. Il numero dei punti è uguale a quello dei caratteri. Se viene rilevato un errore, la riga di punti viene interrotta e viene dato un messaggio (vedi più avanti). Se l'analisi lessicale si conclude senza errori, una linea a tratto pieno indica sullo schermo l'inizio dell'analisi sintattico-semantica, mentre un'altra riga di punti segnala il suo procedere. Se viene rilevata un'operazione non ammessa, compare ancora un messaggio di errore. Consideriamo alcuni esempi.

La funzione di trasferimento

$$g1(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)}$$

viene definita inviando da tastiera la stringa:

> g1=40/(s*(s+1)*(s+10)) ↵

In primo luogo avviene l'interpretazione, che viene visualizzata come:

```
g1=40/(s*(s+1)*(s+10))
.....
_____
.....
```

Quindi la funzione viene memorizzata nel file *g1.mat*, e mostrata come:

```
      40
g1 =  -----
      s (s + 1) (s + 10)
```

Supponiamo che $g1(s)$ sia la funzione di trasferimento di un sistema controllato e che quella di una rete anticipatrice $gc(s)$ venga definita con la stringa:

```
> gc=10*(s+1.413)/(s+14.13) ↵
```

e visualizzata come:

$$gc = \frac{10 (s + 1.413)}{(s + 14.13)}$$

La funzione di trasferimento ad anello aperto $g2(s)$ viene determinata inviando:

```
> g2=g1*gc ↵
```

Procedendo con l' esempio, la corrispondente funzione di trasferimento ad anello chiuso $g0(s)$ viene ottenuta con:

```
> g0=g2/(1+g2) ↵
```

e visualizzata come:

$$g0 = \frac{400 (s + 1.413)}{(s^4 + 25.13*s^3 + 165.4*s^2 + 541.3*s + 565.2)}$$

TFI riconosce i simboli +, -, *, /, ^ . La potenza si riferisce solo a numeri interi, sia positivi sia negativi.

Si può ottenere la visualizzazione di una funzione di trasferimento inviando semplicemente il suo nome:

```
> g0 ↵ , o, se la si vuole nella forma zeri-poli, inviando:
```

```
> g0= ↵ , che produce:
```

$$g0 = \frac{400 (s + 1.413)}{(s + 1.746) (s + 17.25) [(s + 3.068)^2 + 3.059^2]}$$

o anche, nella forma con costanti di tempo, inviando:

```
> g0: ↵ , che produce:
```

$$g0 = \frac{1 (0.7077*s + 1)}{(0.05798*s + 1) (0.05327*s^2 + 0.3269*s + 1) (0.5729*s + 1)}$$

Infine, se si invia il comando:

```
> g0; ↵ , si ottiene una figura con la mappa zeri-poli di g0.
```

Una stringa molto lunga può essere suddivisa in più righe come segue:

```
> g3=10*(s+2-g1*> ↵
> (s+4))/((s^2+s+10)*(g1+g2)) ↵
```

Se il primo membro non viene specificato, viene utilizzata la variabile ausiliaria *ans*; per esempio, l'invio di:

```
> g0*(1+g2) ↵
```

produce:

```
ans = 
$$\frac{400 (s + 1.413)}{s (s + 1) (s + 10) (s + 14.13)}$$

```

La funzione di trasferimento *ans* viene salvata su disco, cosicché la richiesta:

```
> g2-ans ↵
```

produce:

```
ans = 
$$\frac{0}{1}$$

```

Si possono ottenere i valori delle funzioni di trasferimento corrispondenti a dati valori di *s* o *z* come segue:

```
> g0(0) ↵
```

```
valore di g0(0): 1
modulo: 1; argomento: 0 gradi (0 radianti)
```

```
> g0(10) ↵
```

```
valore di g0(10): 0.07919
modulo: 0.07919; argomento: 0 gradi (0 radianti)
```

```
> g0(j) ↵
```

```
valore di g0(1i): 1.014-0.3078i
modulo: 1.06; argomento: -16.89 gradi (-0.2947 radianti)
```


TFI consente l'uso della sintassi di Matlab per calcoli numerici. L'espressione da calcolare va posta entro parentesi quadre, a meno che essa non inizi con un numero. In questi casi l'elaborazione viene passata automaticamente all'interprete di Matlab. Esempi:

```
> 78*9 ↵
ans =
    702
> [sin(5*pi)] ↵
ans =
    6.125e-016
```

La variabile ausiliaria *ans* impiegata in questi casi è stata introdotta dall'interprete di Matlab, non da quello di TFI, ed è pertanto temporanea.

Errori di sintassi come parentesi non bilanciate e sequenze di simboli non consentite sono indicati con messaggi di errore specifici:

```
> g101=89/(s+125) ↵
errore: parentesi non bilanciate
> g101=89*/(s+125) ↵
g101=89*/(s+125)
.....
errore: carattere dopo operatore non ammesso
> g101=89*(s+125,8) ↵
g101=89*(s+125,8)
.....
errore: carattere ", " nell'espressione
```

Si possono anche trattare funzioni di trasferimento a tempo discreto semplicemente usando il simbolo *z* in luogo di *s*. Dato che i programmi di conversione accessibili da TFI richiedono un tempo di campionamento *T*, all'inizio della prima sessione viene richiesta la sua definizione: esso viene memorizzato nel file speciale *time#.mat* e, quando occorre, può essere cambiato in interattivo con il comando:

```
> samptime ↵ .
```

Si rimanda alle specifiche di tale comando per informazioni più dettagliate.

L'uso congiunto dei simboli s e z o di funzioni di trasferimento a tempo continuo e a tempo discreto non è ammesso e produce il seguente messaggio di errore:

```
> g101=89*(s+1258+z)  ↵
g101=89*(s+1258+z)
.....
errore: "s" e "z" nella stessa espressione
```

Vediamo altri possibili tipi di errori:

```
> ss2tf  ↵
ss2tf.mat o l'applicazione ss2tf non esiste

> ss2tf,g1  ↵
l'applicazione ss2tf non esiste

> g0=h2/(1+g2)  ↵
g0=h2/(1+g2)
.....
h2.mat non esiste
```

(la funzione di trasferimento $h2$ non è stata definita)

```
> g3=g2^g1  ↵
g3=g2^g1
.....
errore: non un numero intero dopo ^ !

> g3=g2^((s+1)/(s+2))  ↵
g3=g2^((s+1)/(s+2))
.....
errore: non un numero intero dopo ^ !
```

L'uso delle funzioni di trasferimento di TFI in ambiente Matlab

TFI salva le funzioni di trasferimento dei sistemi dinamici in files del tipo *gi.mat*, e lavora, pertanto, con oggetti alquanto diversi da quelli impiegati nella sintassi di Matlab Command Window e degli m-file, che in genere si riferiscono a matrici. Infatti, le rappresentazioni standard delle funzioni di trasferimento in Matlab 4 sono $[num,den]$ e $[z,p,k]$. È possibile convertire la forma di Matlab a quella di TFI e viceversa utilizzando due semplici programmi di interfaccia, *importf.m* e *exportf.m*, che rendono possibili gli scambi fra i due ambienti.

1 - Conversione da $[num,den]$ o $[z,p,k]$ a 'gi':

```
>> importf(num,den,'gi',[1])  ↓ ,
>> importf(z,p,k,'gi',[1])  ↓ .
```

Una qualunque delle due forme Matlab viene convertita alla forma TFI e salvata nel file *gi.mat*; l'opzione [1] dà luogo alla memorizzazione come tempo discreto (default è il tempo continuo).

Esempio: le funzioni di trasferimento $g_1(s)$ e $g_c(s)$ definite all'inizio di questo paragrafo possono essere create in un m-file mediante le seguenti righe di programma:

```
z1=[]; p1=[0;-1;-10]; k1=40;
importf(z1,p1,k1,'g1');
zc=-1.413; pc=-14.13; kc=10;
importf(zc,pc,kc,'gc');
```

2 - Conversione da 'gi' a $[num,den]$ o $[z,p,k]$:

```
>> [num,den,[str]]=exportf('gi',[1])  ↓ ,
>> [z,p,k,[str]]=exportf('gi',[1])  ↓ .
```

La funzione di trasferimento $g_i(s)$ o $g_i(z)$ viene letta dal file *gi.mat* e convertita ad una delle forme Matlab (in base al numero degli argomenti di uscita). L'opzione [1] consente di ottenere informazione sul tipo di funzione di trasferimento (a tempo continuo o discreto) nella stringa *str*, i cui tipi ammissibili sono 's' o 'z'.

Nella versione di TFI per Matlab 5 i comandi `sys=exportf1('gi',[1])` e `importf1(sys,'gi',[1])` attuano la conversione da una funzione di trasferimento g_i al corrispondente sistema LTI *sys* e viceversa. L'uscita viene ottenuta in forma fattorizzata o, con l'opzione [1], in forma polinomiale.

3 - Visualizzazione di una funzione di trasferimento:

```

>> tfg('gi') ↓,
>> tfm(num,den,'gi',[1]) ↓,
>> tfm(z,p,k,'gi',[1]) ↓,
>> tfm(z,p,k,'gi','1',[1]) ↓.

```

Il programma *tfg* visualizza su Command Window la funzione di trasferimento $g_i(s)$ o $g_i(z)$ salvata nel file *gi.mat*, mentre *tfm* visualizza una funzione di trasferimento a partire dalla forma Matlab (polinomiale o fattorizzata); in questo caso la stringa 'gi' è semplicemente il nome con cui verrà indicata la funzione di trasferimento sullo schermo, mentre l'opzione [1] dà luogo all'uso del simbolo z invece di s e l'argomento '1' produce la visualizzazione della forma con costanti di tempo invece di quella fattorizzata.

4 - Calcoli su funzioni di trasferimento:

```

>> sumgm('gi','gj','gk',opt) ↓,
>> prodgm('gi','gj','gk',opt) ↓,
>> expgm('gi','gj',h) ↓.

```

Questi comandi consentono di eseguire, in Matlab, calcoli su funzioni di trasferimento disponibili in file di tipo *.mat: *sumgm* somma ($opt=0$) o sottrae ($opt=1$) le funzioni di trasferimento $g_i(s)$ e $g_j(s)$ o $g_i(z)$ e $g_j(z)$ e salva il risultato nel file *gk.mat*, *prodgm* moltiplica ($opt=0$) o divide ($opt=1$) $g_i(s)$ per $g_j(s)$ o $g_i(z)$ per $g_j(z)$ e salva il risultato in *gk.mat*, mentre *expgm* eleva $g_i(s)$ o $g_i(z)$ alla h -esima potenza, con h intero, e salva il risultato in *gj.mat*.

Esempio: è possibile calcolare $g_0(s) := g_1(s)g_c(s)/(1+g_1(s)g_c(s))$, con $g_1(s)$ e $g_c(s)$ definite come nell'esempio precedente relativo a *importf*, usando il seguente m-file, che salva il risultato in *g0.mat*:

```

prodgm('g1','gc','g0',0);
importf(1,1,'gt');
sumgm('t1','g0','gt',0);
prodgm('g0','gt','g0',1);
tfg('g0') % questa riga visualizza il risultato

```

La funzione di trasferimento $gt(s)$ funge da memoria temporanea.

Da TFI si possono usare i seguenti comandi (molti dei quali sono comandi Matlab):

- > `cd` visualizza il nome della directory corrente
- > `cd path` passa alla directory di lavoro specificata in *path*
- > `clc` cancella Command Window
- > `clear` rimuove tutte le funzioni compilate dallo spazio di lavoro di TFI
- > `degrid` rimuove il reticolo dalla figura corrente
- > `delete file.ext` cancella *file.ext* dalla directory corrente
- > `delete(n)` cancella la figura *n*
- > `delf` cancella tutte le figure
- > `dir` visualizza i nomi dei file della directory corrente in formato Matlab
- > `enl[arge]` ingrandisce del 20% la figura corrente
- > `fign` seleziona la figura *n*, con $n=1, 2, \dots$
- > `grid` inserisce un reticolo nella figura corrente
- > `help file` visualizza l'*help* di *file.m*
- > `lar[ge]` ingrandisce la figura corrente a dimensione piena
- > `last` selezione la figura con il numero maggiore
- > `med[ium]` pone la figura corrente a dimensione media
- > `new` crea una nuova figura
- > `ordf` riordina tutte le figure riducendole a dimensione piccola
- > `path` visualizza il path corrente
- > `print file [options]` salva la figura corrente in *file*
- > `red[uce]` riduce del 20% la figura corrente
- > `res[figlo]` riporta ai valori di default le posizioni delle figure
- > `shg` mostra la figura corrente a dimensione piena
- > `sma[ll]` riduce la figura corrente a dimensione piccola
- > `tfi` fornisce l'*help* di `tfi`
- > `what` elenca i file **.m* e **.mat* presenti nella directory corrente
- > `whitebg` cambia lo sfondo delle figure (nero o bianco)
- > `zoom` commuta la funzione *zoom*
- > `zoom [on], [off]` inserisce o disinserisce la funzione *zoom*.

Si ricorda inoltre che si passa da una qualunque figura a Command Window semplicemente premendo il tasto *Esc*.

Nell'ambiente TFI sono disponibili le seguenti funzioni CAD. Per rendere più spedita la scrittura, si può omettere la parte racchiusa entro parentesi quadra.

- > con[vert],gi,gj converte *gi* da *s* a *z* e salva il risultato in *gj*
- > defa[ctf],gi,gj pone *gi* in forma polinomiale e salva il risultato in *gj*
- > deft[f],gi definisce *gi* o con il mouse o secondo Bessel, Butterworth, Padé
- > des[crf],gi analizza un sistema non lineare con la funzione descrittiva
- > fac[tf],gi,gj fattorizza *gi* e salva il risultato in *gj*
- > fre[sp],gi traccia i diagrammi di risposta in frequenza di *gi*
- > gpm[arg],gi visualizza i margini di ampiezza e fase (generalizzati) di *gi*
- > inv[tr],gi visualizza l'antitrasformata di Laplace (o \mathcal{Z}) di *gi*
- > lag[c],gi,gj progetto di rete ritardatrice (diagrammi di Bode)
- > lea[dc],gi,gj progetto di rete anticipatrice (diagrammi di Bode)
- > mak[eleg] inserisce o pulisce la legenda nell'ultima figura
- > nls[im],gi,gj,gk,gw risposta nel tempo di sistema in retroazione non lineare
- > per[ftra],gi,gj,gk,gw progetto di controllo digitale con preazione
- > pidc,gi,gj progetto di regolatore PID (diagrammi di Bode)
- > pidd,gi,gj progetto di regolatore PID digitale (diagrammi di Bode)
- > pidn[ich],gi,gj progetto di regolatore PD, PI o PID (diagramma di Nichols)
- > regd[ph],gi,gj,gk,gw progetto di regolatore per allocazione dei poli
- > regn[ich],gi,gj progetto di rete correttrice (diagramma di Nichols)
- > regr[ootl],gi,gj progetto di regolatore con il luogo delle radici
- > rob[par],gi,gj,gk,gw analisi di robustezza parametrica
- > roo[tl],gi traccia il luogo delle radici di *gi*
- > rou[th],gi visualizza gli intervalli di stabilità ad anello chiuso di *gi*
- > sam[ptime],T definisce il tempo di campionamento corrente in TFI
- > sel[ect],gi,gj sceglie in interattivo fattori di *gi* e salva in *gj*
- > sta[rtint] definisce alcune configurazioni dell'ambiente TFI
- > tfe[val],gi visualizza il valore di *gi* per un valore assegnato di *s* o *z*
- > tre[sp],gi traccia la risposta all'impulso o al gradino di *gi*
- > wpl[ane],gi,gj converte dal piano *z* al piano *w* o viceversa
- > zpp[lots],gi,gj,gk,gw traccia le mappe zeri-poli di funzioni di trasferimento.

Tutte le applicazioni elencate sono brevemente descritte in ordine alfabetico nel prosieguo di questo manuale. Per ottenere informazioni concise su impiego e sintassi si può anche usare il comando "help name" da Command Window.

NOTA: L'invio di "0" da ogni menu consente l'uscita rapida da molte applicazioni.

> convert,gi,gj ↵

converte la funzione di trasferimento a tempo continuo $gi(s)$ nella funzione di trasferimento a tempo discreto $gj(z)$, che viene visualizzata e salvata nella directory di lavoro corrente.

Richiami

Si può scegliere uno dei tre seguenti modi di conversione, che sono i più importanti per l'analisi e il progetto dei sistemi di controllo a tempo discreto.

Z-trasformata dell' antitrasformata di Laplace campionata. In primo luogo si ricava l' antitrasformata di Laplace di $gi(s)$ mediante sviluppo in somma di fratti semplici (vedi *Richiami di invtr*). Essa è espressa da

$$gi(t) = K_0 \delta(t) + \sum_{i=1}^h \sum_{\ell=1}^{r_i} \frac{K_{i\ell}}{(r_i - \ell)!} t^{r_i - \ell} e^{p_i t} , .$$

in cui p_1, \dots, p_h indicano i poli distinti di $gi(s)$ e r_1, \dots, r_h le loro molteplicità. La costante K_0 in questo caso è nulla in quanto si suppone che $gi(s)$ sia strettamente propria. Ponendo $t = kT$ ($k = 0, 1, \dots$), si ottiene la successione di cui si deve determinare la Z -trasformata come combinazione lineare di termini del tipo $k^i e^{pkT}$ o $k^i q^k$, in cui $q := e^{pT}$ indica il polo che nel tempo discreto corrisponde a p .

La Z -trasformata del termine generico di tale combinazione lineare si calcola utilizzando la relazione

$$\begin{bmatrix} \frac{z}{z-q} \\ q \frac{z}{(z-q)^2} \\ q^2 \frac{z}{(z-q)^3} \\ \vdots \\ q^n \frac{z}{(z-q)^{n+1}} \end{bmatrix} \begin{matrix} \xleftarrow{Z} \\ \xrightarrow{Z^{-1}} \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1/2 & 1/2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \alpha_{n+1,1} & \alpha_{n+1,2} & \dots & \alpha_{n+1,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^k \\ k q^k \\ k^2 q^k \\ \vdots \\ k^n q^k \end{bmatrix} .$$

Gli elementi della i -esima riga ($i \geq 2$) della matrice a secondo membro sono i prodotti di $1/(i-1)!$ per i coefficienti, ordinati per potenze crescenti di x , del polinomio $x(x-1) \dots (x-i+1)$, le cui radici sono gli interi $0, 1, \dots, i-1$. La matrice è triangolare inferiore con elementi non nulli sulla diagonale principale, quindi non singolare e facilmente invertibile.

La relazione sopra riportata tra termini dei tipi $q^i z/(z-q)^{i+1}$ e $k^i q^k$ risolve sia il problema in oggetto (dedurre la \mathcal{Z} -trasformata della \mathcal{L} -trasformata campionata di un rapporto di polinomi in s) sia quello di calcolare la \mathcal{Z} -antitrasformata di un rapporto di polinomi in z . Infatti essa equivale alla nota forma con coefficienti binomiali di $z/(z-q)^{i+1}$ (vedi *Richiami di invtr*). Tuttavia essa non può essere utilizzata per la \mathcal{Z} -antitrasformazione se $q=0$; in questo caso la si deve sostituire con

$$z^{-i} \begin{matrix} \xleftarrow{\mathcal{Z}} \\ \xrightarrow{\mathcal{Z}^{-1}} \end{matrix} \delta(k-i).$$

Conversione con tenuta di ordine zero. Si possono ancora applicare le precedenti basi matematiche. Infatti il risultato è dato dal prodotto di $(z-1)/z$ per la \mathcal{Z} -trasformata della \mathcal{L} -antitrasformata di $gi(s)/s$ campionata. In questo caso, essendovi la divisione per s , non si richiede che $gi(s)$ sia strettamente propria.

Conversione con tenuta di ordine uno. Il risultato è dato dal prodotto di $(z-1)^2/z^2$ per la \mathcal{Z} -trasformata della \mathcal{L} -antitrasformata di $[1/s + 1/(T s^2)] gi(s)$ campionata; non è necessario che $gi(s)$ sia strettamente propria.

Durante la conversione si può facilmente mettere in conto un ritardo finito $e^{-t_0 s}$ che moltiplichiamo $gi(s)$. Sia

$$e^{-t_0 s} = e^{-hT} e^{-\alpha T},$$

in cui $h \geq 1$ indica un intero (il numero massimo di periodi di campionamento contenuti in t_0) ed α , $0 < \alpha < 1$, un numero reale (corrispondente ad una frazione del periodo di campionamento). Una relazione equivalente è

$$e^{-t_0 s} = e^{-(h+1)T} e^{mT},$$

con $m := 1 - \alpha$, $0 < m < 1$. La messa in conto del ritardo $(h+1)T$ avviene semplicemente dividendo per z^{h+1} la funzione di trasferimento a tempo discreto $gj(z)$ ottenuta da $e^{mT} gi(s)$.

Il fattore e^{mT} trasla in anticipo di mT la funzione del tempo $gi(t)$, quindi può essere considerato cambiando il termine generico $t^i e^{pt}$ dello sviluppo di $gi(t)$ [ricavato dallo sviluppo in somma di fratti semplici di $gi(s)$] in $(t+mT)^i e^{p(t+mT)}$, la cui campionata è

$$(k+m)^i T^i e^{-p(k+m)T} \quad (k = 0, 1, \dots),$$

o, ponendo $q := e^{pT}$ come in precedenza,

$$q^m T^i (k+m)^i q^k \quad (k = 0, 1, \dots),$$

o anche, sviluppando il binomio $(k+m)^i$,

$$q^m T^i \sum_{\ell=0}^i \binom{i}{\ell} m^{i-\ell} k^\ell q^k \quad (k = 0, 1, \dots).$$

Si ottiene così ancora una combinazione lineare di termini del tipo $k^\ell q^k$, ciascuno facilmente trasformabile mediante la relazione matriciale precedentemente riportata.

Modalità d'uso ed esempi

Si consideri la funzione

$$gi(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)}.$$

Dopo il comando "convert,gi,gj" appare il seguente interattivo:

- 1 - Z-trasformata della trasformata di Laplace campionata
- 2 - conversione con tenuta di ordine zero
- 3 - conversione con tenuta di ordine uno

operare una scelta : 2

specificare un ritardo finito (default zero) :

conversione da tempo continuo a tempo discreto;

il tempo di campionamento e' 0.2

il ritardo finito e' 0

convert

Il risultato è:

$$g_j = \frac{0.03279 (z + 0.1442) (z + 2.342)}{(z - 0.1353) (z - 0.8187) (z - 1)}$$

Se la conversione viene richiesta per una funzione di trasferimento a tempo discreto, ad es. inviando "convert,gj,gk", appare il messaggio:

```
**** attenzione: il sistema e' gia' a tempo discreto
```

e la funzione g_j viene visualizzata per verifica.

Se la funzione da convertire ha grado relativo negativo, cioè il grado del numeratore maggiore di quello del denominatore, la conversione non è possibile e l'applicazione termina con il messaggio:

```
**** errore: m > n in gi
```

mentre, se essa non è strettamente propria ed è stata scelta l'opzione 1, si ha ancora l'uscita dall'applicazione con:

```
**** errore: m = n in gi con l'opzione 1
```

Si noti che, dopo la scelta del modo di conversione, è possibile introdurre un ritardo finito t_0 , cioè tener conto di un fattore del tipo $e^{-t_0 s}$ nella funzione di trasferimento a tempo continuo; ad esempio, un ritardo di 0,5 sec nella funzione $g_i(s)$ precedentemente definita porta al risultato:

$$g_j = \frac{0.005149 (z + 0.02337) (z + 0.5893) (z + 13.97)}{z^3 (z - 0.1353) (z - 0.8187) (z - 1)}$$

Se il ritardo è negativo, appare il messaggio:

```
**** errore: ritardo negativo
```

e la richiesta di specificare un ritardo in interattivo viene ripetuta.

> `defactf,gi,gj` ↵

visualizza e salva nella corrente directory di lavoro con il nome $gj(s)$ o $gj(z)$ la forma polinomiale di una data funzione di trasferimento $gi(s)$ o $gi(z)$.

Richiami

Si consideri la funzione di trasferimento

$$gi(s) = \frac{100}{(s+1)((s-5)^2+3^2)} ;$$

mediante alcune semplici operazioni su polinomi (elevamento a potenza e prodotto), essa può essere posta nella forma di rapporto di polinomi

$$gj(s) = \frac{100}{s^5 - 19s^4 + 148s^3 - 512s^2 + 476s + 1156} .$$

Modalità d'uso

Nel caso sopra esemplificato dopo il comando appare la seguente visualizzazione:

```

      100
gi = -----
      (s + 1) (s^2 - 10*s + 34)^2

      100
gj = -----
      (s^5 - 19*s^4 + 148*s^3 - 512*s^2 + 476*s + 1156)

```

> **deftf,gi** ↵

definisce e salva nella corrente directory di lavoro con il nome $gi(s)$ o $gi(z)$ una funzione di trasferimento i cui zeri e poli vengono allocati con il mouse, o dei tipi *filtro di Bessel*, *filtro di Butterworth* o *approssimante di Padé del ritardo finito*.

Richiami

L'allocazione di zeri e poli con il mouse non richiede alcun richiamo e verrà descritta in dettaglio nel seguente paragrafo *Modalità d'uso*.

Le funzioni di trasferimento dei filtri di Bessel e di Butterworth vengono impiegate come modelli di riferimento nel progetto analitico dei regolatori. Le approssimanti di Padé sono impiegate per approssimare con una funzione razionale il ritardo finito $e^{-t_0 s}$, rendendo così possibile l'analisi di sistemi ad anello chiuso con un ritardo finito usando i metodi validi per le funzioni di trasferimento razionali.

Filtro di Bessel. Il filtro di Bessel può essere visto come un'approssimazione del ritardo unitario con una funzione di trasferimento priva di zeri. Dagli sviluppi in serie di Maclaurin del seno e del coseno iperbolico:

$$\begin{aligned} \operatorname{cosh} s &= \frac{e^s + e^{-s}}{2} = 1 + \frac{s^2}{2!} + \frac{s^4}{4!} + \dots, \\ \operatorname{senh} s &= \frac{e^s - e^{-s}}{2} = s + \frac{s^3}{3!} + \frac{s^5}{5!} + \dots, \end{aligned}$$

si deduce

$$e^{-s} = \frac{1}{e^s} = \frac{1}{\operatorname{cosh} s + \operatorname{senh} s} = \frac{1/\operatorname{senh} s}{\operatorname{cosh} s/\operatorname{senh} s + 1},$$

e, utilizzando ancora le precedenti serie di Maclaurin, si ottiene la frazione continua

$$\operatorname{cotanh} s = \frac{\operatorname{cosh} s}{\operatorname{senh} s} = \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3}{s} + \frac{1}{\frac{5}{s} + \frac{1}{\frac{7}{s} + \dots}}}$$

Troncando questa frazione dopo n termini si definisce una successione di funzioni razionali $P_n(s)/Q_n(s)$ ($n=1, 2, \dots$) i cui numeratori e denominatori, a meno di una costante $b_{n,0}$ uguale per entrambi, tendono rispettivamente agli sviluppi di $\cosh s$ e $\sinh s$. Sostituendo $P_n(s)$ e $Q_n(s)$ nella precedente espressione di e^{-s} si ottiene l'approssimazione

$$e^{-s} \simeq \frac{b_{n,0}}{P_n(s) + Q_n(s)} = \frac{b_{n,0}}{B_n(s)},$$

in cui $B_n(s) := P_n(s) + Q_n(s)$ è, per definizione il *polinomio di Bessel* di ordine n e $b_{n,0}$ il suo termine noto.

Si verifica facilmente che $B_0(s) = 1$, $B_1(s) = s + 1$ e che i successivi polinomi di Bessel si possono dedurre con la formula ricorrente

$$B_n(s) = (2n - 1) B_{n-1}(s) + s^2 B_{n-2}(s).$$

Le approssimazioni del ritardo generico $e^{-t_0 s}$ si ottengono sostituendo $t_0 s$ ad s in $b_{n,0}/B_n(s)$. Tuttavia le funzioni di risposta in frequenza $b_{n,0}/B_n(j\omega)$ non hanno tutte la stessa pulsazione di rottura (quella di incontro delle due tangenti all'infinito al diagramma di Bode delle ampiezze). Mediante un opportuno cambiamento della scala delle frequenze, si ottiene una serie di filtri con pulsazione di rottura unitaria; si definiscono i nuovi coefficienti $\alpha_{n,i}$ ($i=n, \dots, 0$) mediante

$$\alpha_{n,i} = \frac{b_{n,i}}{\omega_r^{n-i}} \quad (i=0, \dots, n-1), \quad \text{con } \omega_r := \sqrt[n]{b_{n,0}};$$

essi sono i coefficienti dei denominatori dei *filtri di Bessel* con pulsazione di rottura pari ad uno; i corrispondenti numeratori sono unitari. Una pulsazione di rottura arbitraria ω_0 si ottiene quindi sostituendo s/ω_0 ad s .

Filtro di Butterworth. Si consideri la funzione

$$F_n(s) := \frac{1}{s^{2n} + (-1)^n},$$

con n intero positivo, i cui poli, espressi da

$$p_k = e^{j \frac{2k+n-1}{n} \frac{\pi}{2}} \quad (k=1, 2, \dots, 2n),$$

sono disposti sulla circonferenza unitaria, uniformemente distribuiti a distanza angolare π/n e simmetrici rispetto all'asse reale. Naturalmente $F_n(s)$ è instabile, ma può essere fattorizzato come $F_n(s) = F_n^-(s) F_n^+(s)$, dove $F_n^+(s)$ ha ordine n e tutti i poli nel semipiano destro, mentre $F_n^-(s)$, pure di ordine n , ha tutti i poli nel semipiano sinistro; quest'ultimo fattore è, per definizione, la funzione di trasferimento del *filtro di Butterworth* di ordine n e pulsazione di rottura unitaria.

Il filtro di Butterworth $G_n(s)$ di ordine n e pulsazione di rottura ω_0 è dato da

$$G_n(s) := F_n^-\left(\frac{s}{\omega_0}\right) = \omega_0^n \prod_{k=1}^n \frac{1}{s - \omega_0 p_k}$$

Essendo i poli di $F^+(s)$ ed $F^-(s)$ simmetrici rispetto all'asse immaginario, si ottiene

$$|F_n^-(j\omega)| = |F_n^+(j\omega)| = \sqrt{F(j\omega)} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^{2n}}};$$

quindi $G_n(j\omega_0) = 1/\sqrt{2}$: pertanto alla pulsazione di rottura l'ampiezza è -3 db, indipendentemente dall'ordine n , cosicché in questo caso la pulsazione di rottura coincide con la banda passante convenzionale.

Approssimante di Padé del ritardo finito. Una funzione $P(s)/Q(s)$, con $P(s)$ e $Q(s)$ polinomi di gradi rispettivamente p e q , è un' *approssimante di Padé* della funzione $f(s)$, sviluppabile secondo Maclaurin, se la serie di potenze di s ottenuta dividendo $P(s)$ per $Q(s)$ (con la normale tabella per la divisione, ma con i polinomi ordinati per potenze crescenti di s) ha i primi $p+q+1$ termini uguali a quelli dello sviluppo di Maclaurin di $f(s)$.

Sia

$$P(s) := b_p s^p + b_{p-1} s^{p-1} + \dots + b_0,$$

$$Q(s) := a_q s^q + a_{q-1} s^{q-1} + \dots + a_0;$$

i coefficienti dell' approssimante di Padé della funzione esponenziale

$$f(s) = e^{-s} = 1 - s + \frac{s^2}{2} - \frac{s^3}{3!} + \dots,$$

sono dati da

$$b_k = \frac{(p+q-k)! p!}{(p+q)! k! (p-k)!} (-1)^k \quad (k = 0, \dots, p),$$

$$a_k = \frac{(p+q-k)! q!}{(p+q)! k! (q-k)!} \quad (k = 0, \dots, q).$$

Le approssimanti del ritardo generico $e^{-t_0 s}$ si ottengono sostituendo $t_0 s$ ad s in $P(s)$ e $Q(s)$. Di regola si assume $p = q$, dato che in questo caso il modulo di $P(j\omega)/Q(j\omega)$ è identicamente uguale ad uno come quello del ritardo finito e l' approssimante risulta sempre stabile.

L'impiego dei filtri di Bessel e di Butterworth nel progetto analitico

Le funzioni di trasferimento dei filtri di Bessel e di Butterworth sono impiegate nel progetto analitico dei regolatori. Si riporta qui un breve cenno alla procedura. Sia $G(s) = P(s)/Q(s)$ la funzione di trasferimento del sistema controllato, che si suppone stabile e a fase minima: si può progettare un regolatore tale che la funzione di trasferimento ad anello chiuso

$$G_0(s) = \frac{G_r(s) G(s)}{1 + G_r(s) G(s)}$$

sia una qualunque funzione tale che

1. $G_0(s)$ abbia grado relativo non inferiore a quello di $G(s)$.
2. Se si richiede che la funzione di trasferimento di anello presenti un polo nell'origine di ordine h per ottenere a regime l'inseguimento perfetto e robusto del corrispondente modo (per esempio, gradino, rampa, etc.), gli ultimi h termini del denominatore di $G_0(s)$ devono essere uguali ai corrispondenti termini del numeratore.

Dalla relazione

$$G_0(s) = \frac{P_0(s)}{Q_0(s)} = \frac{G_r(s) G(s)}{1 + G_r(s) G(s)} \quad (1)$$

si deduce immediatamente la nota formula di base del progetto analitico

$$G_r(s) = \frac{G_0(s)}{1 - G_0(s)} \frac{1}{G(s)} = \frac{P_0(s)}{Q_0(s) - P_0(s)} \frac{Q(s)}{P(s)} \quad (2)$$

Quando è $h=2$ (regolatore di tipo 2), il requisito 2 può essere soddisfatto introducendo uno zero opportuno nella funzione di trasferimento del modello. Sia

$$G_1(s) = \frac{1}{a_k s^k + \dots + a_1 s + 1}$$

la funzione di trasferimento di un filtro di Bessel o di Butterworth di ordine k soddisfacente il requisito 1. Si assume il modello

$$G_0(s) = \frac{(a_1 + \frac{\alpha}{\omega_n}) s + 1}{(a_k s^k + \dots + a_1 s + 1) (1 + \frac{\alpha}{\omega_n} s)} \quad (3)$$

che chiaramente soddisfa il requisito 2. All'aumentare del parametro α si ottiene una riduzione della massima sovraelongazione a scapito del tempo di assestamento: esso può essere scelto per tentativi in interattivo fino al miglior compromesso.

Modalità d'uso

Consideriamo in primo luogo la definizione di una funzione di trasferimento per allocazione di una mappa zeri-poli con il mouse. Il comando "deftf,gi" produce la visualizzazione su Command Window del seguente menu di ingresso:

- 1) Definire una mappa zeri-poli con il mouse
 - 2) Filtro di Bessel
 - 3) Filtro di Butterworth
 - 4) Approssimante di Pade' di ritardo finito
- operare una scelta (premere invio per uscire) : 1

In seguito alla scelta della prima opzione del menu, appare la richiesta:

tempo discreto ? (1) :

che abilita alla definizione di una funzione di trasferimento a tempo discreto, con l'ambiente grafico modificato di conseguenza. Supponiamo che venga premuto solo il tasto di invio, scegliendo così il tempo continuo. Appare una figura con a sinistra il menu a pulsanti visibile in Fig. 4 e con un sistema di assi di riferimento sulla destra. In alto sulla figura viene mostrato il seguente messaggio:

**Introdurre una mappa zeri-poli col mouse. All'inizio in [z,p,K] si assume $K=1$.
Definita la mappa, si puo' porre uguale ad uno il guadagno statico K_s .** (a)

Sotto il menu sono visualizzati i valori di K (la costante di guadagno riferita alla forma zeri-poli, inizializzata ad uno) e di K_s (la costante di guadagno riferita alla forma con costanti di tempo), e i numeri n_z e n_p degli zeri e dei poli via via definiti.

Nella barra degli strumenti della figura è presente un menu **Cambio assi** per modificare la messa in scala automatica, con le voci: **x sinistra, x destra, y alto e basso** (ingrandire di 1 divisione, ingrandire x 2, ridurre di 1 divisione, ridurre x 2), **zoom ad avvicinare, zoom ad allontanare**, e un menu **Reticoli** con **Reticolo on/off**, **Luoghi a delta costante on/off**. Nel caso di Fig. 4 il reticolo e i luoghi a delta costante appaiono abilitati. Se fosse stato scelto il tempo discreto, i luoghi a delta costante apparirebbero differenti. Descriviamo brevemente le funzioni del menu a pulsanti.

Aggiungi zeri. Questa opzione del menu abilita la scelta di un punto della figura con il mouse e produce la sostituzione del messaggio (a) con:

**Scegliere la posizione di uno zero reale o una coppia di zeri complessi.
Si puo' ripetere la scelta col pulsante 1 del mouse. Il pulsante 2 la conferma.** (b)

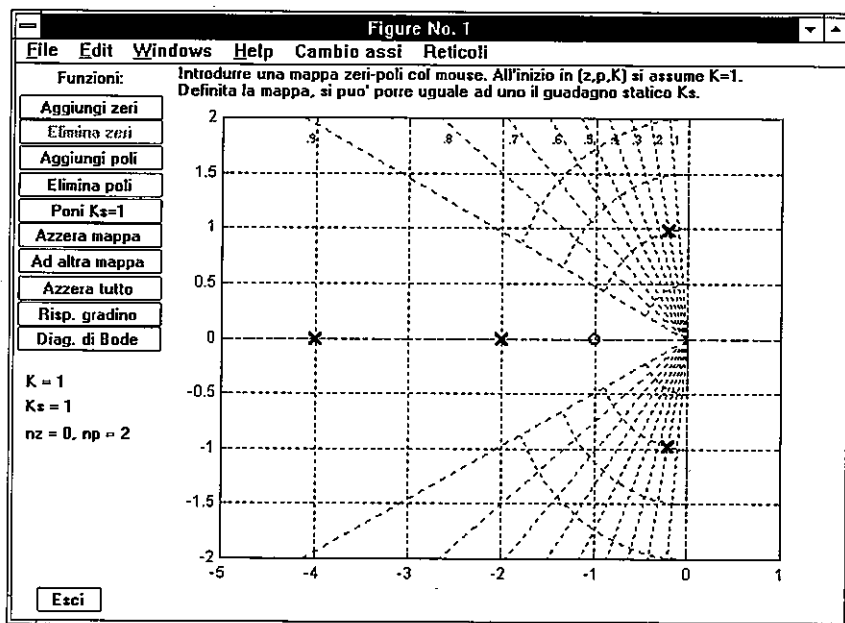


Fig. 4.

Il colore di questo messaggio e della mappa zeri-poli definita per prima è il verde. Se verranno definite più mappe, queste appariranno in colori diversi. La scelta con il mouse di un punto al di sopra dell'asse reale definisce una coppia di zeri complessi, mentre quella di un punto al di sotto definisce uno zero reale. Le posizioni scelte per gli zeri sono mostrate con i simboli standard (o) in verde, mentre i relativi valori numerici sono visualizzati, pure in verde, alla sinistra degli assi. La scelta viene eseguita ed eventualmente modificata con il pulsante 1 del mouse ed infine confermata con il pulsante 2. La definizione di più zeri avviene ripetendo più volte l'intera procedura.

Elimina zeri. Questa opzione consente l'eliminazione di uno zero reale o di una coppia di zeri complessi mediante il mouse (pulsante 1).

Aggiungi poli. Come sopra per gli zeri, ma con il messaggio e i simboli (x) modificati in conformità.

Elimina poli. Come sopra per gli zeri.

Poni $K_s=1$. Questa opzione facilita il confronto di più risposte nel tempo o in frequenza, rendendone uguali i valori a regime. Naturalmente il valore di K , visualizzato, viene modificato di conseguenza.

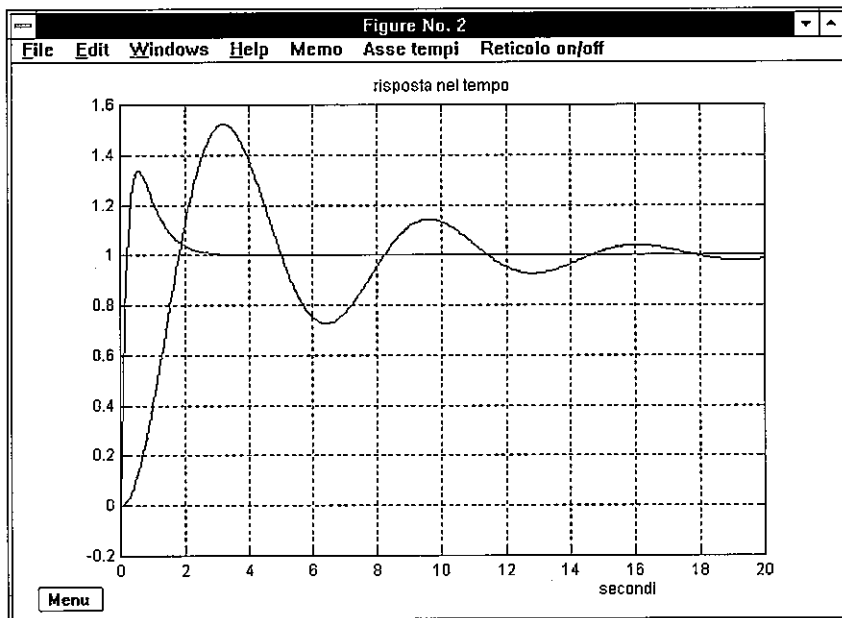


Fig. 5.

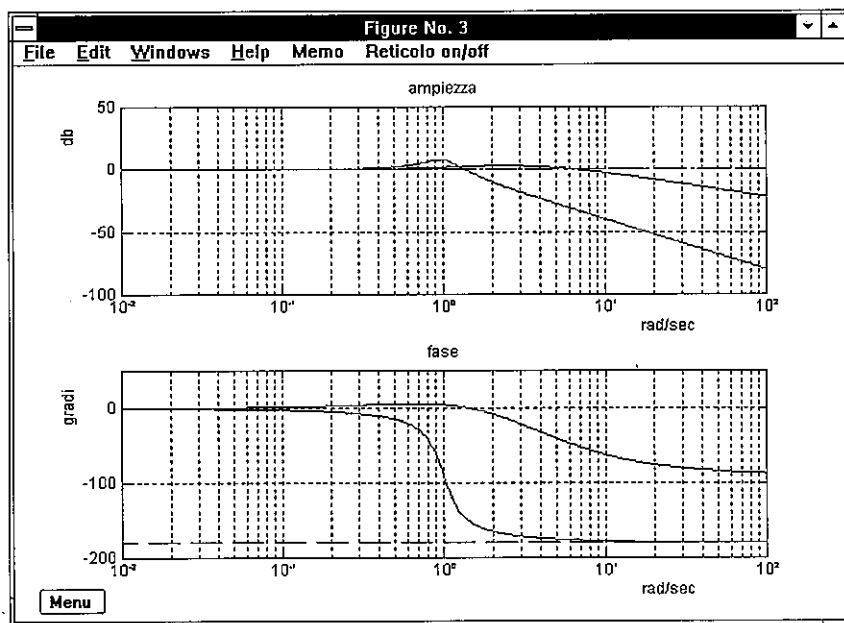


Fig. 6.

Azzerata mappa. Questa opzione elimina tutti gli zeri e i poli della mappa corrente (indicati con lo stesso colore).

Ad altra mappa. Questa scelta abilita all'introduzione di un'altra mappa, i cui simboli di zeri e poli verranno indicati con un diverso colore. Le mappe definite in precedenza vengono conservate. Questo facilita l'esame della correlazione fra le disposizioni degli zeri e dei poli nel piano complesso e le risposte nel tempo o in frequenza.

Azzerata tutto. Vengono azzerate tutte le mappe.

Risp. gradino. Vengono tracciate le risposte al gradino corrispondenti a tutte le mappe definite, ciascuna nello stesso colore della mappa, con scelta degli assi automatica. La Fig. 5 mostra un esempio (relativo al caso di Fig. 4, in cui sono presenti due mappe, una con una coppia di poli reali e uno zero reale, l'altra con una coppia di poli complessi, in colori diversi – verde e rosso). Nella barra delle applicazioni della figura viene fornito un menu **Asse Tempi** per aggiustare la selezione automatica, con le voci **ingrandire x 2**, **ingrandire x 5**, **ingrandire x 10**, **ripristinare la scala iniziale**, e l'opzione **Reticolo on/off**. L'opzione **Menu** in basso a sinistra provoca il passaggio da questa finestra alla precedente, ripristinando così il menu.

Diagr. di Bode. Vengono tracciati i diagrammi di Bode corrispondenti alle mappe definite, negli stessi colori di esse, con scelta degli assi automatica. L'esempio mostrato in Fig. 6 è anch'esso relativo al caso di Fig. 4. Nella barra delle applicazioni viene fornita l'opzione **Reticolo on/off**. Anche in questo caso l'opzione **Menu** consente il passaggio alla finestra con le mappe zeri-poli ed il menu.

Si possono definire fino a sette mappe zeri-poli in colori diversi e confrontare le corrispondenti risposte al gradino o i diagrammi di Bode. Se, quando lo schermo appare come in Fig. 4, si seleziona con il mouse l'opzione **Esci**, in luogo del relativo pulsante appare il messaggio:

PREMERE INVIO PER USCIRE

Premendo il tasto di invio si esce da *deftf* e si ritorna a Command Window. Si noti che l'opzione 1 del menu di ingresso (Definire una mappa zeri-poli con il mouse) è stata completamente gestita via mouse, anche in relazione alle verifiche delle risposte, ai cambiamenti delle scale e alla gestione dei reticoli. Quando viene premuto il tasto di invio si ritorna alla gestione via tastiera. Se è stata definita una sola mappa zeri-poli, questa viene salvata come funzione di trasferimento *gi* e visualizzata in Command Window.

Se, invece, sono state definite più mappe zeri-poli, mostrate nella figura in colori diversi, su Command Window viene avanzata la richiesta:

scegliere la funzione specificandone il colore :

Quando si invia una lettera corrispondente ad un colore valido, la corrispondente mappa poli-zeri con la relativa costante K viene salvata come funzione di trasferimento g_i e visualizzata in Command Window.

Si considerano ora la seconda e la terza opzione del menu di ingresso (Filtro di Bessel e Filtro di Butterworth), che vengono gestite in modo simile. In particolare, ci si riferisce al caso del filtro di Bessel:

- 1) Definire una mappa zeri-poli con il mouse
- 2) Filtro di Bessel
- 3) Filtro di Butterworth
- 4) Approssimante di Pade' di un ritardo finito

operare una scelta (premere invio per uscire) : 2

ordine del denominatore : 4

pulsazione di rottura : 2

In seguito a queste scelte viene mostrata una figura di dimensione *medium* con la risposta al gradino del filtro tracciata in verde e il messaggio:

definire un modello per un sistema di tipo 2 ? (1) :

Premendo semplicemente il tasto di invio, la funzione di trasferimento:

$$g_i = \frac{16}{(s^4 + 6.248*s^3 + 17.57*s^2 + 25.61*s + 16)}$$

viene visualizzata e salvata. Rispondendo invece 1 alla precedente richiesta si ottiene:

si inserira' uno zero e l'ordine verra' aumentato di 1
alfa riduce la sovraelongazione e ritarda l'assestamento
specificare un valore per alfa (da 1 a 100) :

e, quando viene inviato un valore ammissibile di α , nella stessa figura di dimensione *medium* viene mostrata, in colore diverso, la risposta al gradino della funzione di trasferimento modificata con l'aggiunta di uno zero in base alla relazione (3).

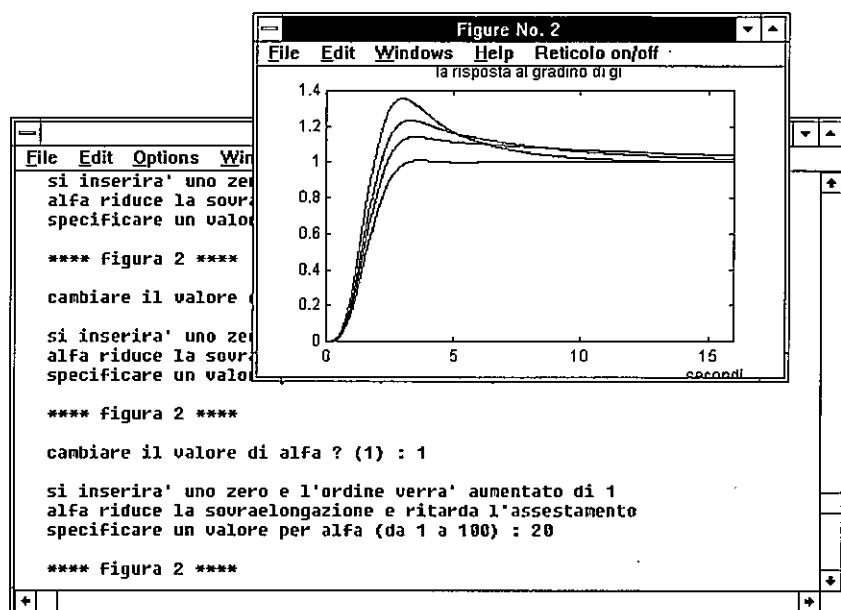


Fig. 7.

Quando si preme il tasto di invio, appare la richiesta:

cambiare il valore di alfa ? (1) :

che consente di ripetere la scelta del valore di α . La scelta può essere ripetuta finché non si ottiene una risposta al gradino soddisfacente. In Fig. 7 è mostrato come appare lo schermo dopo che si sono introdotti tre diversi valori di α (5,10,20), corrispondenti, come si vede, a diverse massime sovraelongazioni e diversi tempi di assestamento. Nel caso dell'esempio cui ci si riferisce, se si preme semplicemente il tasto di invio alla precedente richiesta dopo aver introdotto l'ultimo valore ($\alpha=20$), si ottiene il risultato:

$$gi = \frac{18.56 (s + 0.0862)}{(s^5 + 6.348*s^4 + 18.19*s^3 + 27.37*s^2 + 18.56*s + 1.6)}$$

Si verifica facilmente che $gi(s)/(1-gi(s))$, il primo fattore a primo membro della (2), presenta il doppio polo nell'origine che caratterizza un regolatore di tipo 2.

L'interattivo è un po' diverso per l'approssimante di Padé del ritardo finito: in questo caso infatti viene richiesto anche l'ordine del numeratore, ma, se non specificato, esso viene automaticamente posto uguale a quello del denominatore. A titolo di esempio, consideriamo:

- 1) Definire una mappa zeri-poli con il mouse
 - 2) Filtro di Bessel
 - 3) Filtro di Butterworth
 - 4) Approssimante di Pade' di un ritardo finito
- operare una scelta (premere invio per uscire) : 4
- ordine del denominatore : 3
- ordine del numeratore (default come il denominatore) :
- ritardo (sec) : 2

Dopo di ciò, la risposta al gradino dell'approssimante viene mostrata in una figura di dimensione *medium*, e la corrispondente funzione di trasferimento viene salvata e visualizzata come:

$$g_i = \frac{-1 (s^3 - 6*s^2 + 15*s - 15)}{(s^3 + 6*s^2 + 15*s + 15)}$$

Esempi

In Fig. 8 sono riportate le risposte al gradino dei filtri di Bessel di ordini da 1 a 6 e pulsazione di rottura unitaria, tracciate con *tresp*.

Le risposte al gradino dei filtri di Butterworth degli stessi ordini e pulsazione di rottura unitaria sono mostrate in Fig. 9; è evidente un minore smorzamento rispetto ai filtri di Bessel.

La Fig. 10 si riferisce alle risposte al gradino delle approssimanti di Padé del ritardo unitario, pure di ordini da 1 a 6 e con il numeratore dello stesso ordine del denominatore, mentre in Fig. 11 sono riportate le risposte al gradino delle stesse approssimanti di Padé in cascata con la funzione di trasferimento $g(s)=1/(1+0.5s)$; si noti come l'effetto filtrante di $g(s)$ migliori la risposta del sistema complessivo durante il ritardo.

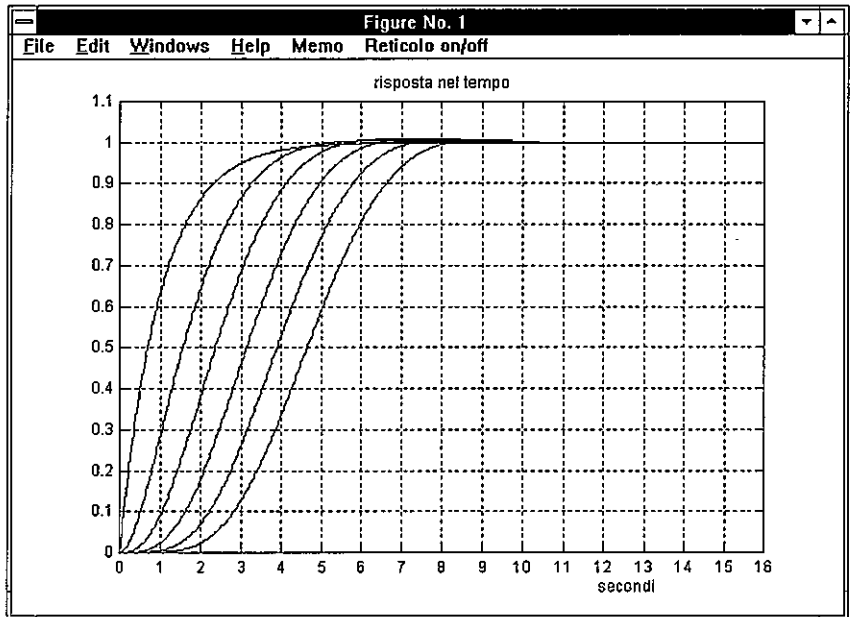


Fig. 8.

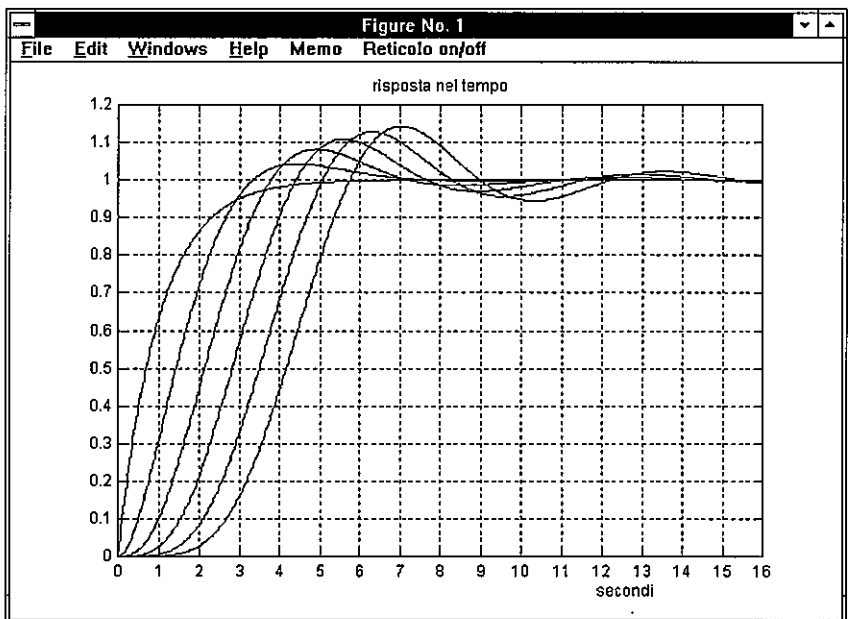


Fig. 9.



Fig. 10.

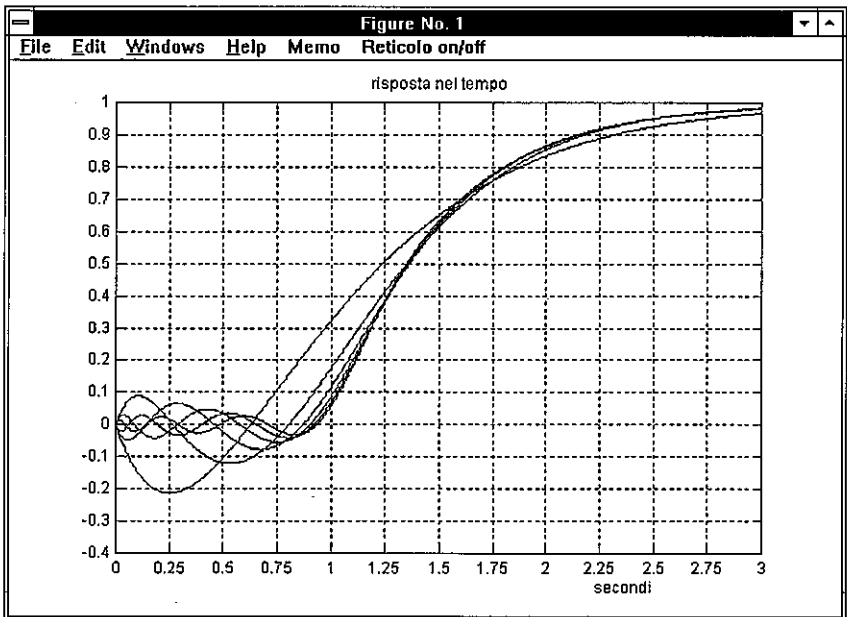


Fig. 11.

> `descri[,gi]` ↵

nella chiamata senza alcun argomento fornisce ausilio grafico e computazionale per ricavare le funzioni descrittive di alcuni elementi non lineari, mentre nella chiamata con il nome di una funzione di trasferimento gi , determina le intersezioni del diagramma polare di $-1/F(X)$ con quello di $gi(j\omega)$ per rivelare le ampiezze e le pulsazioni di possibili oscillazioni autosostenute del sistema in retroazione unitaria costituito dall' elemento non lineare e dal sistema lineare corrispondente a $gi(s)$.

Richiami

Si consideri il sistema in retroazione di Fig. 12, in cui un sistema lineare con funzione di trasferimento $G(s)$ è collegato in cascata ad un elemento algebrico non lineare. Il comportamento ingresso-uscita di quest' ultimo è descritto da una funzione data $y=f(x)$, che in generale si suppone a un sol valore e dispari (il relè con isteresi e il gioco, descritti più avanti, sono eccezioni).

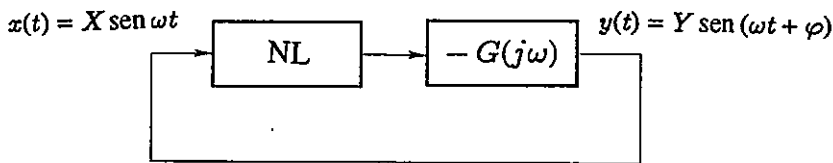


Fig. 12. Il sistema in retroazione considerato.

La funzione descrittiva dell' elemento non lineare è definita come

$$F(X) := \frac{1}{X} Y(X) e^{j\varphi(X)} , \tag{4}$$

dove Y e φ indicano l' ampiezza e la fase della prima armonica dello sviluppo in serie di Fourier dell' uscita, che sono funzioni dell' ampiezza del segnale sinusoidale presente in ingresso.

Il programma *descri* considera i seguenti tipi di elementi non lineari:

- 1 - saturazione
- 2 - soglia
- 3 - saturazione con soglia
- 4 - qualunque nonlinearity interpolata linearmente
- 5 - relè ideale
- 6 - relè con soglia
- 7 - relè con isteresi
- 8 - gioco

Le scelte del tipo e dei valori dei relativi parametri vengono effettuate in interattivo. È noto che le funzioni descrittive degli elementi da 1 a 6 possono essere espresse in funzione di quelle della *saturazione* e del *relè con soglia*, le cui caratteristiche ingresso-uscita sono rappresentate rispettivamente in Fig. 13,a e Fig. 13,b.

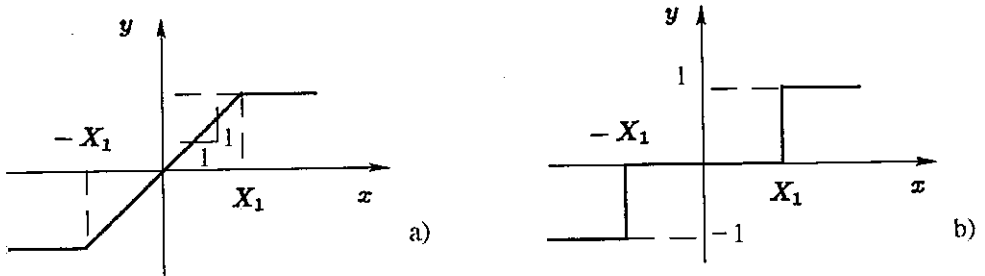


Fig. 13,a,b. La saturazione e il relè con soglia.

Queste sono

$$F(X) = \begin{cases} 1 & \text{per } X \leq X_1 \\ \Phi\left(\frac{X}{X_1}\right) & \text{per } X \geq X_1 \end{cases},$$

con

$$\Phi\left(\frac{X}{X_1}\right) := \frac{2}{\pi} \left(\arcsen \frac{X_1}{X} + \frac{X_1}{X} \sqrt{1 - \left(\frac{X_1}{X}\right)^2} \right), \quad (5)$$

e

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{per } X \leq X_1 \\ \Psi(X, X_1) & \text{per } X \geq X_1 \end{cases},$$

con

$$\Psi(X, X_1) := \frac{4}{\pi X} \sqrt{1 - \left(\frac{X_1}{X}\right)^2}. \quad (6)$$

A differenza delle precedenti, che sono tutte reali, le funzioni descrittive degli elementi 7 ed 8, relè con isteresi e gioco, sono complesse. Le corrispondenti funzioni ingresso-uscita sono rappresentate rispettivamente in Fig. 14,a e 14,b.

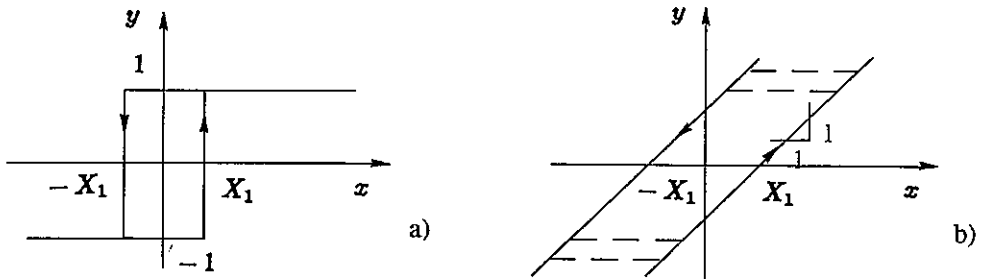


Fig. 14,a,b. Il relè con isteresi e il gioco.

La funzione descrittiva del relè con isteresi è

$$\begin{aligned} F(X) &= \frac{4}{\pi X} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{X_1}{X}\right)^2} - j \frac{X_1}{X} \right) \\ &= \Psi(X, X_1) + j \frac{4 X_1}{\pi X^2} \quad \text{per } X \geq X_1, \end{aligned}$$

non definita per $X < X_1$, mentre quella del gioco è

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{per } X \leq X_1 \\ \frac{1}{2} \left(1 + \Phi\left(\frac{X - X_1}{X - 2X_1}\right) \right) + j \frac{4 X_1 (X_1 - X)}{\pi X^2} & \text{per } X \geq X_1 \end{cases}$$

Si noti che anche queste sono espresse utilizzando le funzioni fondamentali Φ e Ψ definite in (5) e (6). Il programma *descri* fornisce sia il grafico della funzione descrittiva, sia la sua espressione matematica in termini finiti. Nel secondo caso nella visualizzazione su Command Window vengono anche ripetute, per completezza, le definizioni di Φ e/o Ψ .

descrf

Le funzioni descrittive vengono utilizzate per rivelare possibili cicli limite (oscillazioni autosostenute) del sistema non lineare di Fig. 12. A tal fine è necessario risolvere l'equazione

$$F(X)G(j\omega) = -1, \quad (7)$$

nelle incognite X e ω . Le soluzioni vengono di regola dedotte graficamente, come intersezioni del diagramma polare di $-1/F(X)$ con il diagramma di Nyquist di $G(j\omega)$.

Modalità d'uso ed esempi

Consideriamo prima la chiamata senza alcun argomento. Inviando da tastiera semplicemente "descrf" si ottiene la visualizzazione su Command Window del seguente menu di ingresso:

Scegliere l'elemento non lineare :

- 1 - saturazione
- 2 - soglia
- 3 - saturazione con soglia
- 4 - qualunque nonlinearity interpolata linearmente
- 5 - rele' ideale
- 6 - rele' con soglia
- 7 - rele' con isteresi
- 8 - gioco

operare una scelta (premere invio per uscire) :

Se, ad esempio, viene scelta l'opzione 4, appaiono le seguenti richieste in interattivo (mostrate con possibili risposte):

punti di discontinuita' in x [x1 x2 x3 ...] : [1 2 2 3 4]

punti di discontinuita' in y [y1 y2 y3 ...] : [1 1 2 3 3]

**** premere invio per proseguire

ed appare una figura di dimensione *medium* con la relazione ingresso-uscita dell'elemento nonlineare, riprodotta in Fig. 15.

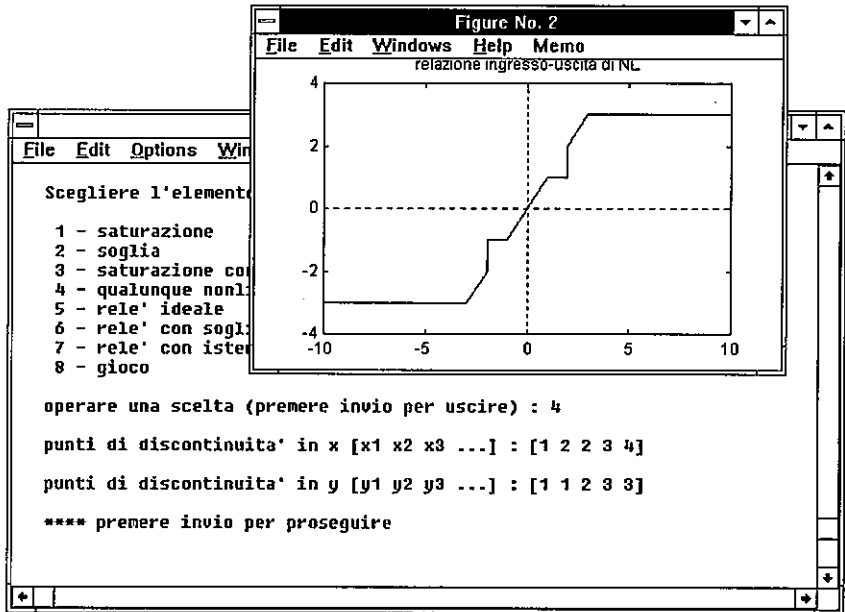


Fig. 15.

Quando si preme il tasto di invio, viene aperta la finestra con il grafico della funzione descrittiva dell' elemento non lineare precedentemente scelto (vedi Fig. 16), e; quando il tasto di invio viene premuto di nuovo, appare su Command Window il seguente menu principale:

MENU :

- 1 - cambiare gli assi di riferimento
- 2 - inserire reticolo
- 3 - calcolare il massimo di $F(X)$
- 4 - calcolare valori inversi di $F(X)$
- 5 - rivedere la figura
- 6 - visualizzare l'espressione di $F(X)$

operare una scelta (premere invio per uscire) :

Le opzioni 1, 2 e 5 sono standard per tutte le applicazioni grafiche accessibili in TFI (vedi, ad esempio, *fresp*). Le altre verranno ora brevemente descritte.

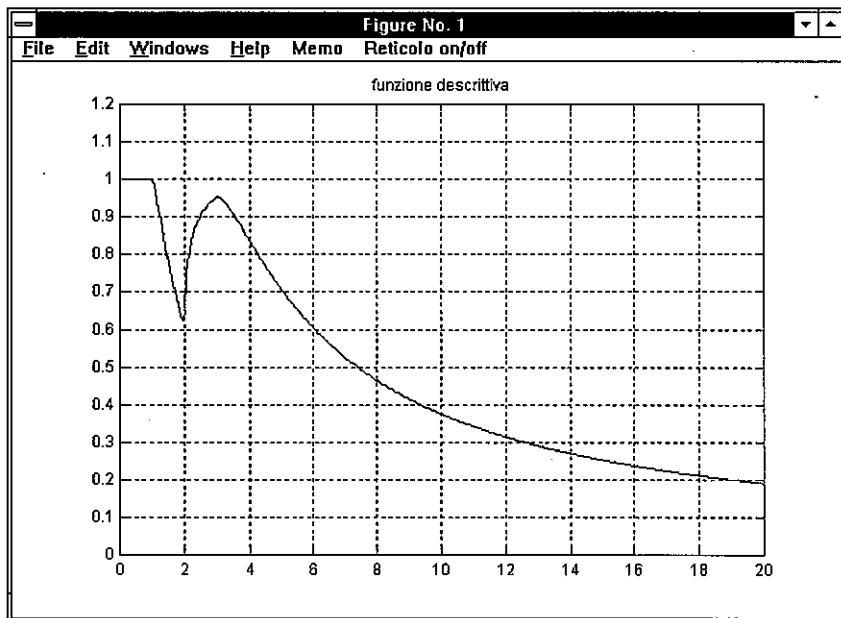


Fig. 16.

Calcolare il massimo di $F(X)$. Questa opzione fa sì che la figura con il grafico della funzione descrittiva venga di nuovo mostrata, con il massimo di $F(X)$ e il corrispondente valore di X (se unico) evidenziati con linee punteggiate in rosso. Quando si ritorna a Command Window premendo il tasto di invio, i corrispondenti valori sono visualizzati nella forma:

```
[F(x)]_max      : 1
-1/[F(X)]_max  : -1
```

Calcolare valori inversi di $F(X)$. Questa opzione causa la richiesta:

specificare il valore di $F(X)$:

Supponiamo che venga inviato .85. La figura con la funzione descrittiva viene nuovamente mostrata, con la costruzione per ricavare il valore o i valori inversi evidenziata con righe punteggiate in azzurro. Quando si preme il tasto di invio, su Command Window appare:

valore o valori inversi di $F(X) = 0.85$:

X1 : 1.346
X2 : 2.252
X3 : 3.912

introdurre una lettera per un altro punto, invio per il menu :

Visualizzare l'espressione di F(X). Si ottiene:

FUNZIONE DESCRITTIVA :

F(X) = +1	per $0 \leq X < 1$
1*Phi(X/1)	per $1 \leq X < 2$
+1*Phi(X/1) - 1*Phi(X/2)	
+1+1*Psi(X,2)	per $2 \leq X < 3$
+1*Phi(X/1) - 1*Phi(X/2)	
+1*Phi(X/3) + 1*Psi(X,2)	per $3 \leq X$

con Phi(X/X1) := 2/pi * [arcsen(X1/X) + X1/X * sqrt(1 - (X1/X)^2)];
 Psi(X,0) := 4/(pi*X); Psi(X,X1) := 4/(pi*X) * sqrt(1 - (X1/X)^2).

Si noti che la funzione descrittiva dell'elemento non lineare considerato è espressa in termini delle funzioni Φ e Ψ definite rispettivamente dalle (5) e (6). Questo avviene di regola quando esso è una non linearità interpolata linearmente (opzione 4).

Come si è ricordato in precedenza, l'applicazione *descr_f*, se chiamata con un argomento che corrisponda al nome di una funzione di trasferimento, determina le ampiezze X_i e le pulsazioni ω_i di tutti i possibili cicli limite del sistema in retroazione di Fig. 12.

Supponiamo che la funzione di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{140}{s(s+1)(s+10)}$$

sia presente nella directory di lavoro di TFI. Il comando "descr_f,gi" fa sì che venga ancora mostrato su Command Window il menu di ingresso mostrato in precedenza, che viene qui ripetuto per comodità di riferimento:

Scegliere l'elemento non lineare :

- 1 - saturazione
- 2 - soglia
- 3 - saturazione con soglia
- 4 - qualunque nonlinearity interpolata linearmente
- 5 - rele' ideale
- 6 - rele' con soglia
- 7 - rele' con isteresi
- 8 - gioco

operare una scelta (premere invio per uscire) :

Supponiamo che venga scelta l'opzione 4 con gli stessi parametri di prima, cioè con l'ulteriore comunicazione interattiva:

punti di discontinuita' in x [x1 x2 x3 ...] : [1 2 2 3 4]

punti di discontinuita' in y [y1 y2 y3 ...] : [1 1 2 3 3]

**** premere invio per proseguire

che dà luogo, come nel caso di chiamata senza argomenti, all'apertura di una figura di dimensioni *medium* con il grafico della relazione ingresso-uscita dell'elemento non lineare.

Quando si preme il tasto di invio, appare una figura con il diagramma di Nyquist di $g_i(j\omega)$ e il diagramma polare di $-1/F(X)$ riferiti agli stessi assi. Quest'ultimo è tracciato in blu se diretto verso l'origine per X crescente e in rosso se la direzione è opposta. Nel caso dell'esempio considerato i diagrammi appaiono come è mostrato in Fig. 17, e si intersecano in tre punti. Le intersezioni corrispondono ad altrettanti cicli limite. Quando viene premuto nuovamente il tasto di invio, viene visualizzato su Command Window il seguente menu principale:

MENU :

- 1 - cambiare gli assi di riferimento
- 2 - inserire reticolo
- 3 - determinare i possibili cicli limite
- 4 - introdurre un ritardo finito
- 5 - rivedere la figura
- 6 - grafico di $F(X)$ e relative informazioni

operare una scelta (premere invio per uscire) :

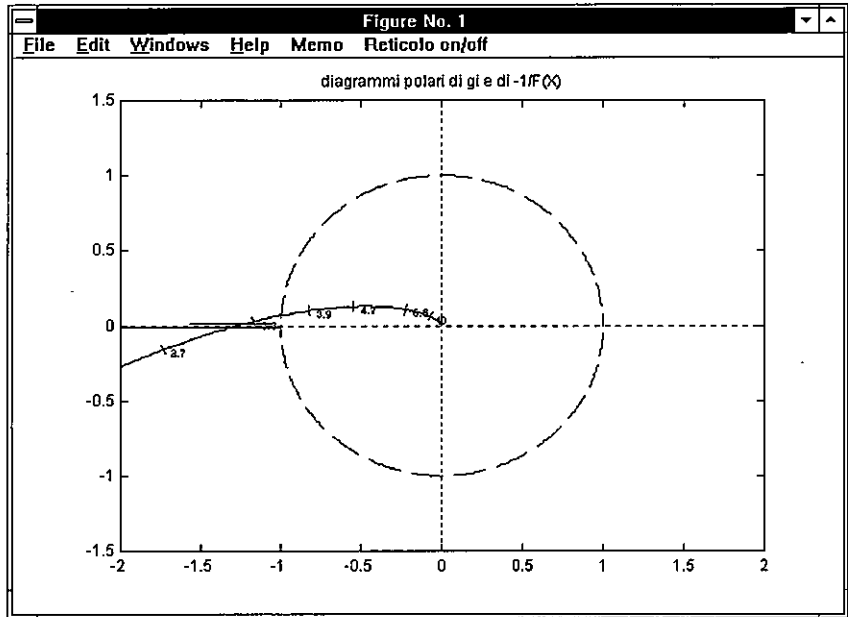


Fig. 17.

Le opzioni 1, 2, 4 e 5 sono standard per tutte le applicazioni grafiche di TFI, mentre la 3 produce, su Command Window:

```

INTERSEZIONI DI gi(j*omega) CON L'ASSE REALE NEGATIVO:
intersezione in Re(gi) = -1.273 (pulsazione: 3.162 rad/sec)

INTERSEZIONI DI gi(j*omega) CON -1/F(X) (CICLI LIMITE)
(solo quelle nella figura - cambiare gli assi se necessario):

intersezione per X = 1.489 (pulsazione: 3.162 rad/sec)
intersezione per X = 2.109 (pulsazione: 3.162 rad/sec)
intersezione per X = 4.37 (pulsazione: 3.162 rad/sec)
    
```

L'opzione 6 causa il passaggio al caso, precedentemente descritto, in cui l'applicazione *descr^f* viene eseguita senza alcun argomento, che fornisce il grafico della funzione descrittiva dell'elemento non lineare scelto e l'accesso al corrispondente menu.

factf

> factf,gi,gj ↵

visualizza e salva nella corrente directory di lavoro con il nome $gj(s)$ o $gj(z)$ la forma fattorizzata (con un fattore di primo grado per ogni radice reale e uno di secondo grado per ogni coppia di radici complesse) di una funzione di trasferimento $gi(s)$ o $gi(z)$, data in forma polinomiale o non completamente fattorizzata.

Richiami

La forma fattorizzata di un polinomio monico $P(s)$ è

$$P(s) = \prod_{i=1}^n (s - r_i) ,$$

in cui r_1, \dots, r_n indicano le radici di $P(s)$. I termini corrispondenti a una coppia di radici complesse coniugate possono essere sostituiti da un termine di secondo grado con coefficienti reali. Pertanto la forma fattorizzata si ottiene mediante il calcolo delle radici dei polinomi a numeratore o a denominatore di $gi(s)$ o $gi(z)$. Tuttavia, eventuali radici multiple potrebbero non essere individuate come tali, a causa della scarsa robustezza numerica, in questo caso, dei procedimenti computazionali usati. Ad esempio, la fattorizzazione di

$$gi(s) = \frac{1}{s^6 + 12s^5 + 60s^4 + 160s^3 + 240s^2 + 192s + 64}$$

con le radici del denominatore determinate mediante il programma *roots* di Matlab, darebbe

$$gj(s) = \frac{1}{(s + 1.993)(s + 2.007)(s^2 + 3.993s + 3.987)(s^2 + 4.007s + 4.013)} ,$$

invece di

$$gj(s) = \frac{1}{(s + 2)^6} ,$$

funzione di trasferimento dalla quale $gi(s)$ è stata ottenuta con “defactf,gj,gi”. Per evitare ciò, *factf* fornisce la possibilità di riconoscere le radici multiple entro una tolleranza specificata in interattivo e di sostituire i valori affetti da errori con la loro media: nel caso precedente una tolleranza di .01 è sufficiente per ottenere il risultato corretto.

Modalità d'uso

Supponiamo che la funzione di trasferimento $gi(s)$ cui ci si riferisce con il comando "factf,gi,gj" sia quella precedentemente definita. In primo luogo essa viene visualizzata ed appare la richiesta:

Si possono fattorizzare:

- 1) numeratore
- 2) denominatore
- 3) numeratore e denominatore

operare una scelta (premere invio per uscire) : 2

Dopo la scelta, i poli calcolati vengono visualizzati e viene richiesta una tolleranza per il riconoscimento della molteplicità. Quindi i poli vengono visualizzati di nuovo con la molteplicità relativa alla tolleranza specificata e, se il risultato viene accettato, $gj(s)$ viene visualizzata e salvata. In caso contrario, viene richiesta una nuova tolleranza. In Command Window tutto ciò appare come:

```
>>> Poli i i i

  1 - -2.0067e+000   +3.8588e-003 * j - 1
  2 - -2.0067e+000   -3.8588e-003 * j - 1
  3 - -2.0000e+000   +7.6954e-003 * j - 1
  4 - -2.0000e+000   -7.6954e-003 * j - 1
  5 - -1.9933e+000   +3.8366e-003 * j - 1
  6 - -1.9933e+000   -3.8366e-003 * j - 1

specificare la tolleranza (default 10^(-4)) : .01

>>> Poli con gli ordini di molteplicita' rilevati i i i

  1 - -2.0000e+000 - 6

cambiare la tolleranza (1/0) ?: 0

  1
gi = -----
    (s^6 + 12*s^5 + 60*s^4 + 160*s^3 + 240*s^2 + 192*s + 64)

  1
gj = -----
    (s + 2)^6
```

Le opzioni 1 e 3 del menu di ingresso producono sessioni interattive simili.

> fresp,gi ↵

traccia la funzione di risposta in frequenza del sistema a tempo continuo con funzione di trasferimento $gi(s)$ o a tempo discreto con funzione di trasferimento $gi(z)$. L'interattivo di cui il programma è dotato consente di ottenere, in colori diversi, più grafici nella stessa figura, relativi a diverse funzioni.

Richiami

La funzione di risposta in frequenza del sistema a tempo continuo $gi(s)$ è

$$F(\omega) := gi(j\omega), \quad 0 \leq \omega < \infty,$$

mentre quella del sistema a tempo discreto $gi(z)$ è data da

$$F(\omega) := gi(e^{j\omega T}), \quad 0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{T},$$

dove T indica il tempo di campionamento.

In entrambi i casi $F(\omega)$ è una funzione a valori complessi della pulsazione (o frequenza angolare) ω . Nel progetto tradizionale dei sistemi di controllo si impiegano le seguenti tre rappresentazioni della funzione di risposta armonica.

I *diagrammi di Bode*, consistenti in una coppia di grafici, cioè il *diagramma di Bode dell'ampiezza*, che rappresenta il modulo di $F(\omega)$ in funzione di ω , e il *diagramma di Bode della fase*, che rappresenta l'argomento di $F(\omega)$, sempre in funzione di ω . I diagrammi di Bode standard sono semilogaritmici, con scala logaritmica per l'ascissa ω e con graduazione in db (decibel) per l'ampiezza (cioè riportano $20 \log_{10}|F(\omega)|$) e in gradi per la fase (cioè riportano $(180/\pi) \arg F(\omega)$).

Il *diagramma di Nichols*, che riporta l'ampiezza di $F(\omega)$ in funzione della fase, con l'ampiezza misurata in db e la fase in gradi; il grafico è graduato in valori di ω .

Il *diagramma di Nyquist*, che riporta la parte immaginaria di $F(\omega)$ in funzione della parte reale, ancora con graduazione in ω .

I grafici si riferiscono ad un dato intervallo di pulsazioni, dipendente dalla dinamica del sistema.

I diagrammi di Bode dell'ampiezza e della fase dei sistemi a tempo continuo sono entrambi suscettibili di *approssimazione asintotica*, cioè possono essere approssimati con spezzate risultanti dalla somma delle approssimazioni asintotiche dei diagrammi elementari corrispondenti ai singoli zeri e poli. Le approssimazioni asintotiche si ottengono facilmente dalla funzione di trasferimento in forma fattorizzata ed evidenziano le posizioni degli zeri e dei poli, caratterizzando così chiaramente la dinamica del sistema. Il diagramma asintotico elementare dell'ampiezza corrispondente a un singolo zero z_i o a un singolo polo p_i reale o complesso è costituito da due semirette: la prima orizzontale a 0 db e la seconda con pendenza di +20 db/decade nel caso di uno zero e di -20 db/decade nel caso di un polo, che si congiungono alla "pulsazione di rottura" $\omega = |z_i|$ o $\omega = |p_i|$. Il diagramma asintotico elementare della fase corrispondente a z_i o p_i consiste in due semirette orizzontali a 0 e 90 gradi (se z_i ha parte reale negativa o p_i parte reale positiva) o a 0 e -90 gradi (se z_i ha parte reale positiva o p_i parte reale negativa), collegate da un segmento inclinato centrato in $\omega = |z_i|$ od $\omega = |p_i|$ e punti di rottura in $\omega = |z_i|/e^{\pi/2}$, $\omega = |z_i|e^{\pi/2}$ o $\omega = |p_i|/e^{\pi/2}$, $\omega = |p_i|e^{\pi/2}$. Nel caso di uno zero o un polo nell'origine il diagramma asintotico elementare dell'ampiezza è una retta con pendenza di +20 o -20 db/decade passante per il punto (1, 0) della graduazione semilogaritmica e quello della fase è la retta orizzontale corrispondente a +90 o -90 gradi. Il diagramma asintotico di Bode dell'ampiezza complessivo si ottiene sommando tutti i diagrammi asintotici elementari degli zeri e dei poli, e viene poi traslato verticalmente della costante di guadagno della funzione di trasferimento, che è il valore della funzione di trasferimento per $s=0$ calcolato trascurando tutti gli zeri e i poli nell'origine, ovviamente espresso in db.

Nel caso dei diagrammi di Nichols e di Nyquist ogni punto del piano rappresenta un numero complesso c : si possono completare i diagrammi con i *luoghi a M costante*, che sono curve lungo le quali $M = |c/(1+c)|$ è costante e i *luoghi a N costante*, curve lungo le quali $N = \tan\beta$, con $\beta = \arg(c/(1+c))$, è costante. Tali luoghi sono utili per dedurre alcuni parametri delle funzioni di risposta in frequenza ad anello chiuso (ad esempio il picco di risonanza, la pulsazione di risonanza e la banda passante) dal diagramma di risposta in frequenza ad anello aperto e sono rispettivamente contraddistinti dai valori di M in db e dal valore principale di $\arctan N$ in gradi, cioè dal valore di $\arctan N$ nell'intervallo aperto a sinistra $(-180, 180]$, che fornisce l'argomento di $c/(1+c)$ a meno di $\pm 180 \nu$ gradi, con ν intero arbitrario.

Modalità d'uso

Il menu di ingresso che appare su Command Window dopo l'invio da tastiera del comando "fresp,gi" è:

- 1 - Diagramma di Bode dell'ampiezza
- 2 - Diagramma di Bode della fase
- 3 - Diagrammi di Bode di ampiezza e fase - una sola figura
- 4 - Diagrammi di Bode di ampiezza e fase - due figure
- 5 - Diagramma di Nichols
- 6 - Diagramma di Nyquist

operare una scelta (0 per uscire) :

Dopo che è stata effettuata la scelta, si deve selezionare il colore del grafico in accordo alla richiesta:

scegliere il colore del grafico: k=nero, g=verde,
b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde :

Dopo che si è introdotto un colore ammissibile, la finestra grafica corrente viene azzerata, presentata a piena grandezza e, dopo un po' di ritardo per le elaborazioni, vi viene tracciato il diagramma di risposta in frequenza precedentemente scelto. Tipici diagrammi di Bode di ampiezza e fase in una sola figura (opzione 3) sono mostrati in Fig. 18, mentre diagrammi di Bode in due figure (opzione 4) sono riportati in Fig. 19, un diagramma di Nichols (opzione 5) in Fig. 20, diagrammi di Nyquist (opzione 6) nelle Figg. 21 e 22. Tuttavia queste figure si riferiscono a casi in cui, utilizzando il menu principale, sono stati aggiunti al grafico originario ulteriori elementi.

Premendo il tasto di invio si ritorna a Command Window e si accede al menu principale. Questo dipende in parte dalla prima scelta operata.

Con le scelte da 1 a 4 (diagrammi di Bode) si ha:

MENU :

- 1 - cambiare gli assi di riferimento
- 2 - inserire reticolo
- 3 - informazioni sulla risposta in frequenza
- 4 - aggiungere un grafico in colore diverso
- 5 - rivedere la figura
- 6 - informazioni sui grafici con il mouse
- 7 - approssimazione asintotica (solo tempo continuo)
- 8 - introdurre un ritardo finito

operare una scelta (premere invio per uscire) :

Con la scelta 5 (diagramma di Nichols) si ottiene:

MENU :

- 1 - cambiare gli assi di riferimento
- 2 - inserire reticolo
- 3 - informazioni sulla risposta in frequenza
- 4 - aggiungere un grafico in colore diverso
- 5 - rivedere la figura
- 6 - informazioni sui grafici con il mouse
- 7 - inserire luoghi a M e N costanti
- 8 - inserire graduazione in omega
- 9 - introdurre un ritardo finito

operare una scelta (premere invio per uscire) :

mentre la scelta 6 (diagramma di Nyquist) fornisce quest'ultimo menu, ma con l'opzione 7 sostituita con:

- 7 - ingrandire per passi

Si descrivono ora in breve le voci dei precedenti menu.

Cambiare gli assi di riferimento. Questa opzione consente la scelta dei campi per entrambi gli assi e del corrispondente numero di divisioni quando la scala è lineare. Il valore di default per il campo è quello corrente, mentre il numero di divisioni, se non specificato, viene determinato automaticamente. Una tipica scelta interattiva di nuovi assi di riferimento, relativa a diagrammi di Bode in due figure (opzione 4 del menu di ingresso) è la seguente:

```
il campo di frequenza e' [0.1 100];  
premere invio o specificare nuovi valori: [om1 om2] = [.01 1000]
```

```
il campo di ampiezza e' [-100 50];  
premere invio o specificare nuovi valori: [ym yM] = [-120 80]  
numero di divisioni dell'asse dell'ampiezza: 3;  
premere invio per la messa in scala automatica  
o specificare un nuovo valore: ndy = 5
```

```
il campo di fase e' [-300 0];  
premere invio o specificare nuovi valori: [ym yM] = [-270 90]  
numero di divisioni dell'asse della fase: 3;  
premere invio per la messa in scala automatica  
o specificare un nuovo valore: ndy = 4
```

Dopo che si sono definiti i nuovi assi di riferimento, la figura viene tracciata di nuovo. Il cambiamento di assi sopra riportato è relativo alla Fig. 19.

Inserire reticolo. Inserisce nella figura un reticolo riferito alle divisioni degli assi. Nei menu successivi l'opzione 2 appare come:

```
2 - eliminare il reticolo
```

e ripristina la figura senza il reticolo. I due tipi di opzione 2 commutano. Nella barra degli strumenti delle figure è accessibile il comando **Reticolo on/off**, che consente di inserire o eliminare il reticolo con il mouse invece che con la tastiera.

Informazioni sulla risposta in frequenza. Questa opzione fornisce informazioni sui più importanti parametri delle funzioni di risposta in frequenza i cui diagrammi appaiono nella figura; le informazioni vengono visualizzate in Command Window.

Informazioni tipiche, relative alla risposta in frequenza della funzione di trasferimento (8) definita al prossimo paragrafo *Esempi*, appaiono come:

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO APERTO :
 margine di ampiezza: 2.75 (8.787 db) per $\omega = 3.162$ rad/sec
 margine di fase: 17.7 gradi per $\omega = 1.861$ rad/sec
 ascissa dell'asintoto verticale del diagramma polare: -4.4

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO CHIUSO :
 risonanza assoluta: 3.297 (10.36 db) per $\omega = 1.914$ rad/sec
 guadagno statico: 1 (0 db); risonanza relativa: 3.297 (10.36 db)
 banda passante (-3db): 2.961 rad/sec

**** premere un tasto per proseguire

Le informazioni precedenti si riferiscono ad un sistema di tipo 1, cioè avente un polo semplice nell'origine. Se il sistema non è di tipo 1, l'informazione sull'asintoto verticale non viene fornita. Se sono stati tracciati più diagrammi in colori diversi nella stessa figura (usando più volte l'opzione 4), la visualizzazione delle informazioni viene subordinata alla seguente richiesta:

scegliere la funzione specificandone il colore :

I nomi delle funzioni di trasferimento e i colori ad esse associati sono disponibili nel menu della voce **Memo** nella barra degli strumenti. Selezionando con il mouse il nome di una funzione, essa viene temporaneamente visualizzata sulla figura nello stesso colore del relativo grafico (cliccare di nuovo sulla figura per toglierla).

Aggiungere un grafico in colore diverso. Questa opzione consente di tracciare nella stessa figura più grafici in colore diverso, corrispondenti a diverse funzioni di trasferimento. Il suo impiego più frequente consiste nel confronto di diverse soluzioni di problemi di sintesi nel dominio delle frequenze. Essa produce la seguente richiesta in interattivo:

specificare la funzione di trasferimento : g2

scegliere il colore del grafico: k=nero, g=verde,
 b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde :

La scelta di un colore già presente nella figura viene rifiutata. Il grafico aggiunto viene riferito agli assi già presenti, cosicché spesso si deve usare l'opzione 1 per migliorare la scelta degli assi. È consentito tracciare insieme grafici relativi a sistemi sia a tempo continuo che a tempo discreto.

Rivedere la figura. Questa opzione fa sì che la finestra con la figura corrente venga richiamata agendo sulla tastiera, senza bisogno di usare il mouse.

Informazioni sui grafici con il mouse. Viene visualizzato il messaggio:

**** premere invio per abilitare la selezione

Quando viene premuto il tasto di invio, viene mostrata la figura con il grafico o i grafici. Nei casi delle opzioni da 1 a 4 (diagrammi di Bode), in alto a sinistra viene visualizzato il messaggio:

Scegliere punti con il mouse (pulsante 1, pulsante 2 per uscire) (a)

Lo scopo della scelta è definire valori della pulsazione. Infatti, quando si sceglie un punto, appare su di esso una barra verticale e, in alto a destra, vengono visualizzati i valori dell'ampiezza e della fase di ogni diagramma di risposta in frequenza corrispondenti alle intersezioni con la barra verticale, ciascuno nel colore del rispettivo grafico, come si vede in Fig. 23. Viene visualizzato anche il valore della pulsazione, in arancio. La selezione con il pulsante 1 del mouse può essere ripetuta, cambiando così l'ascissa della barra verticale e, di conseguenza, i valori visualizzati. Quando si preme il pulsante 2, in basso a sinistra appare il messaggio:

PREMERE INVIO PER IL MENU

e, quando si preme il tasto di invio, viene ripristinata Command Window con il menu principale.

Nei casi dell'opzione 5 (diagramma di Nichols) e 6 (diagramma di Nyquist) la procedura è diversa. Facendo riferimento al diagramma di Nichols per fissare le idee, si ottiene la configurazione dello schermo di Fig. 24, con il messaggio:

Scegliere un colore o MENU per uscire

in alto a sinistra, con un menu a pulsanti che consente la scelta di un grafico specificandone il colore o l'uscita dalla sessione di informazioni con il mouse, ripristinando così Command Window con il menu principale. Nel caso particolare di Fig. 24 sono presenti due grafici di funzioni di risposta in frequenza, uno in verde e l'altro in rosso. Quando con il mouse si sceglie un colore, per esempio il rosso, il messaggio (a) viene sostituito con:

Scegliere un punto con il mouse (pulsante 1) sul grafico rosso (pulsante 2 per uscire) (b)

e, quando viene operata la scelta, sul grafico e nello stesso colore viene tracciata una piccola freccia nella direzione delle pulsazioni crescenti per indicare la posizione del punto scelto, come mostrato in Fig. 25, mentre in alto a destra vengono visualizzate informazioni su pulsazione e ampiezza/fase, sia ad anello aperto sia ad anello chiuso, e viene visualizzato in alto a sinistra il messaggio:

Premere il pulsante 1 per cancellare i dati (c)

Quando si agisce sul pulsante 1 del mouse, le informazioni vengono cancellate e riappare il messaggio (b); è pertanto possibile la scelta di un nuovo punto sul grafico rosso (pulsante 1) o il ripristino del menu a pulsanti per il mouse mostrato in Fig. 24 (pulsante 2).

Approssimazione asintotica (solo tempo continuo). Nel caso dei diagrammi di Bode (scelte 1-4 del menu di ingresso) con questa opzione si può aggiungere a qualunque diagramma della figura la sua approssimazione asintotica. Se sono presenti più grafici in colori diversi, è necessario specificarne uno rispondendo alla richiesta:

scegliere la funzione specificandone il colore :

L' approssimazione asintotica viene tracciata nello stesso colore del grafico cui si riferisce. Un esempio, relativo all' approssimazione asintotica dei diagrammi di Bode di una rete anticipatrice, è mostrato in Fig. 18.

Inserire luoghi a M e N costanti. Questa opzione del menu principale è disponibile solo per il diagramma di Nichols e produce un grafico con particolari campi degli assi (cioè $[-360, 0]$ e $[-40, 40]$) e con i luoghi a M e N costanti, come è mostrato in Fig. 20. Quando Command Window viene ripristinata premendo il tasto di invio, l' opzione 7 del menu viene sostituita con:

7 - eliminare i luoghi a M e N costanti

Ingrandire per passi. Questa opzione è disponibile solo per il diagramma di Nyquist. Se applicata ripetutamente, produce grafici con progressivi ingrandimenti per riduzioni dei campi degli assi, ed è molto utile quando la funzione di trasferimento ha un polo nell' origine, per cui il diagramma inizia in un punto all' infinito: in tal caso la scelta automatica degli assi viene ad includere un dominio del piano complesso molto esteso, che consente peraltro di conoscerne l' andamento all' infinito. L' ultimo grafico della sequenza, con campi $[-2, 2]$ e $[-1.5, 1.5]$, rappresenta invece nel dovuto dettaglio il comportamento del sistema nell' intorno del punto critico -1 .

Una volta ottenuto l'ultimo grafico della sequenza, nella successiva visualizzazione del menu principale l'opzione 7 appare come:

7 - inserire luoghi a M e N costanti

e consente il tracciamento di tali luoghi, che nel diagramma di Nyquist sono a forma di circonferenze (vedi Fig. 22), e commuta con:

7 - eliminare i luoghi a M e N costanti

come nel caso del diagramma di Nichols.

Inserire graduazione in omega. Questa opzione, disponibile per i diagrammi di Nichols e di Nyquist, fornisce la graduazione del diagramma in funzione della pulsazione: la graduazione viene evidenziata sul diagramma con tacche, corrispondenti ciascuna ad un valore di ω visualizzato a fianco. Appena operata la scelta, si hanno le richieste interattive:

corpo del carattere (da 6 a 14, default 8) :

cifra di densità (da 1 a 10, default 1) :

Il corpo del carattere di default normalmente produce graduazioni gradevoli alla vista, mentre la scelta della cifra di densità può richiedere alcuni tentativi (quando si ripete la graduazione, la precedente viene cancellata). La graduazione di Fig. 21 è stata ottenuta con cifra di densità 1, mentre quella di Fig. 26, che si riferisce a un sistema con un ritardo finito, è stata ottenuta con cifra di densità 4, e quella di Fig. 27, che si riferisce a un sistema con più risonanze, con cifra di densità 10. In ogni caso la graduazione in funzione della pulsazione rappresenta un complemento naturale dei diagrammi di Nichols e di Nyquist.

Se nella figura sono presenti più diagrammi, in primo luogo è necessario rispondere alla richiesta interattiva:

scegliere la funzione specificandone il colore :

che consente di graduare un diagramma per volta.

Introdurre un ritardo finito. Questa opzione consente di tener conto di un fattore del tipo $e^{-t_0 s}$ nel caso di sistemi a tempo continuo, o z^{-k_0} nel caso di tempo discreto. Nel primo caso si ottiene la richiesta:

ritardo finito (in secondi) - default zero :

e, nel secondo:

il tempo di campionamento è 0.2 sec

ritardo finito (numero di campioni) - default zero :

Come per l'opzione precedente, se nella figura sono presenti più diagrammi, in primo luogo è necessario rispondere alla richiesta interattiva:

scegliere la funzione specificandone il colore :

L'introduzione di un ritardo finito non può essere replicata per una stessa funzione. Se ciò avviene, compare il seguente messaggio:

per questa funzione e' gia' stato introdotto un ritardo:

la si puo' associare ad un altro colore per un altro ritardo

**** premere un tasto per proseguire

e, quando si preme un tasto, viene ripristinato il menu principale.

Esempi

Siano

$$gp(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)} \quad (8), \quad gc(s) = \frac{10(s+1.413)}{s+14.13} \quad (9),$$

le funzioni di trasferimento di un sistema controllato e di una rete anticipatrice collegati in retroazione unitaria. Si indica con $gt(s) = gc(s)gp(s)$ la funzione di trasferimento di anello. La Fig. 18 mostra i diagrammi di Bode di $gp(j\omega)$, $gc(j\omega)$ e $gt(j\omega)$ tracciati in un'unica figura (opzione 3 del menu di ingresso). Sono state impiegate le opzioni 4, 1 e 6 del menu principale per tracciare i tre grafici in colori diversi, cambiare gli assi rispetto alla messa in scala automatica (che funziona solo per il primo grafico) e per tracciare l'approssimazione asintotica di $gc(j\omega)$. La Fig. 19 fornisce gli stessi diagrammi in due figure separate (opzione 4 del menu di ingresso); come nel caso precedente sono state utilizzate le opzioni 4, 1 e 6 del menu principale. La Fig. 20 mostra i diagrammi di Nichols di $gp(j\omega)$ e $gt(j\omega)$ con i luoghi a M e N costanti (opzione 7 del menu principale). Le Figg. 21 e 22 riportano i diagrammi di Nyquist di $gp(j\omega)$, $gc(j\omega)$ e $gt(j\omega)$: in Fig. 21 è stata usata l'opzione 8 del menu principale per graduare tutti i diagrammi in funzione di ω , mentre la Fig. 22 mostra i luoghi a M e N costanti, ottenuti per applicazione ripetuta dell'opzione 7. Le frecce sono state aggiunte con l'opzione 6. Le Figg. 23, 24 e 25 mostrano alcune configurazioni dello schermo relative all'uso dell'opzione 6. La Fig. 26 mostra il grafico di $gp(j\omega)$ con l'aggiunta di un ritardo di 4 sec (opzione 9) e graduato in ω (opzione 8).

In ogni caso l'opzione 3 del menu principale può fornire informazioni sui parametri delle risposte in frequenza ad anello aperto e chiuso in relazione a qualunque diagramma (scelto per colore in interattivo); ad esempio, nel caso in esame un aumento del margine di fase da 17.7 gradi di $gp(j\omega)$ a 55.89 gradi di $gt(j\omega)$, dovuto all'azione anticipatrice della rete correttrice, sottolinea un notevole miglioramento del comportamento dinamico, miglioramento che viene confermato con l'esame dei luoghi a M costante.

Infine la Fig. 27 mostra il diagramma di Nyquist della funzione di trasferimento

$$\frac{(s+8.006)(s+19.67)(s^2-28.21s+216.2)(s^2+2.333s+2262)(s^2+3.607s+5284)}{(s^2+0.331s+8.998)(s^2+3.311s+361)(s^2+1.656s+2704)(s^2+4.139s+10410)} \quad (10)$$

che presenta risonanze multiple (e quindi richiede un efficace sistema di messa in scala automatica della pulsazione), graduato con l'opzione 8.

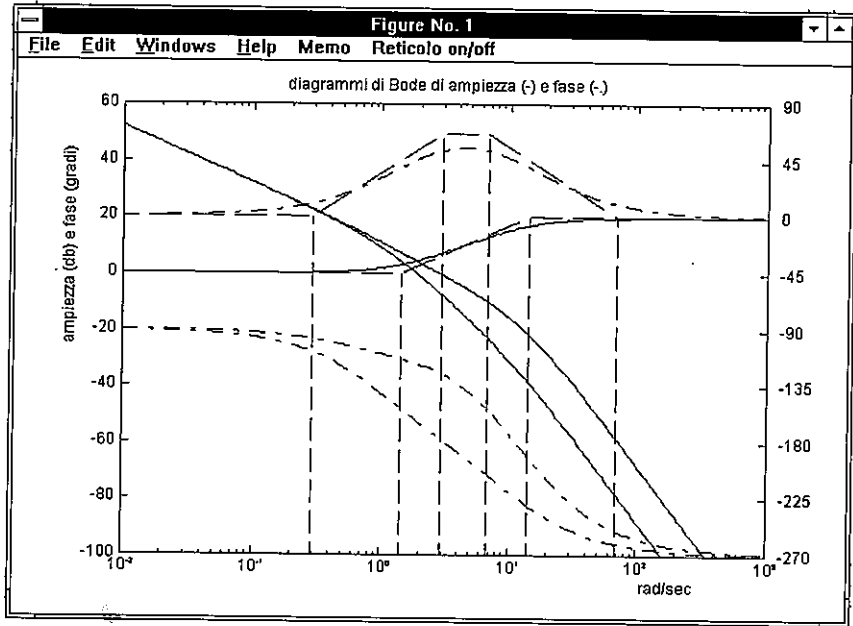


Fig. 18.

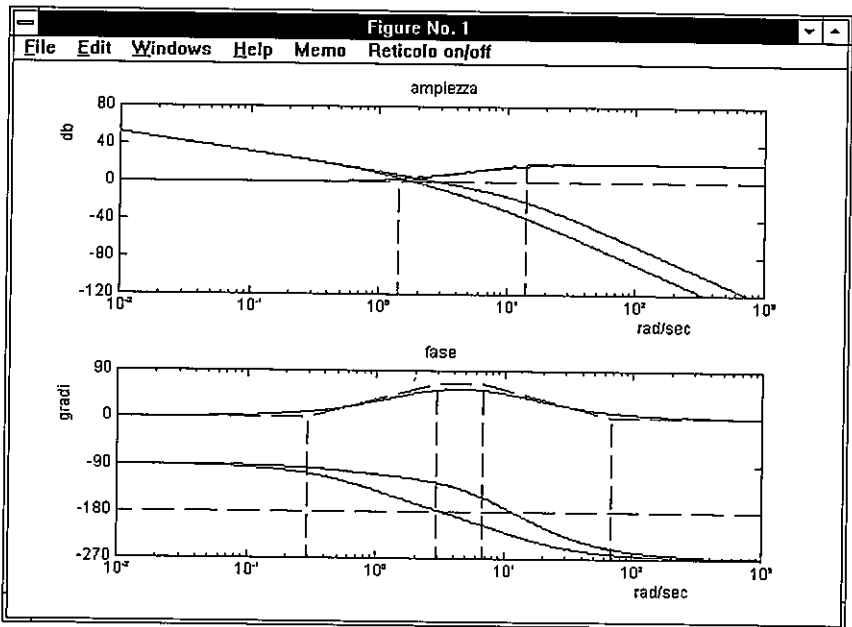


Fig. 19.

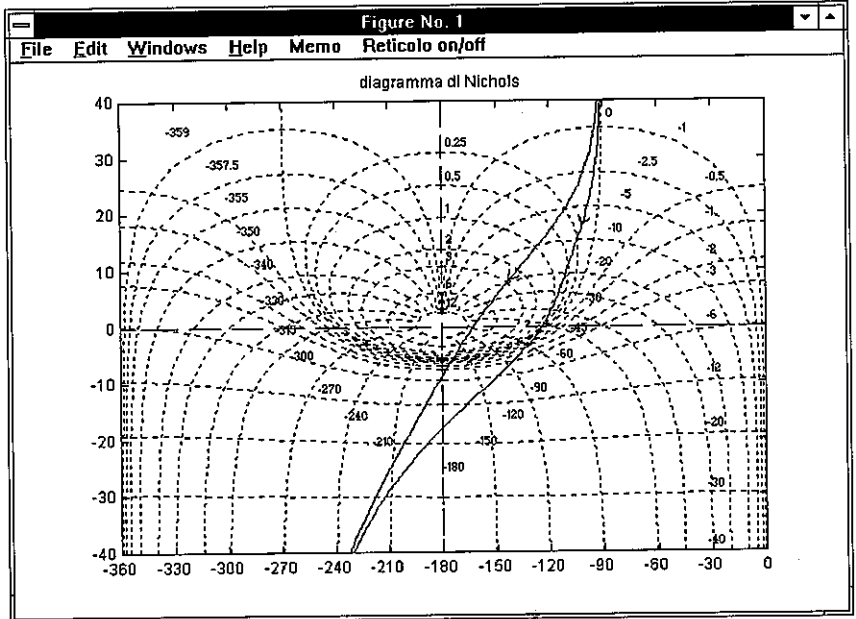


Fig. 20.

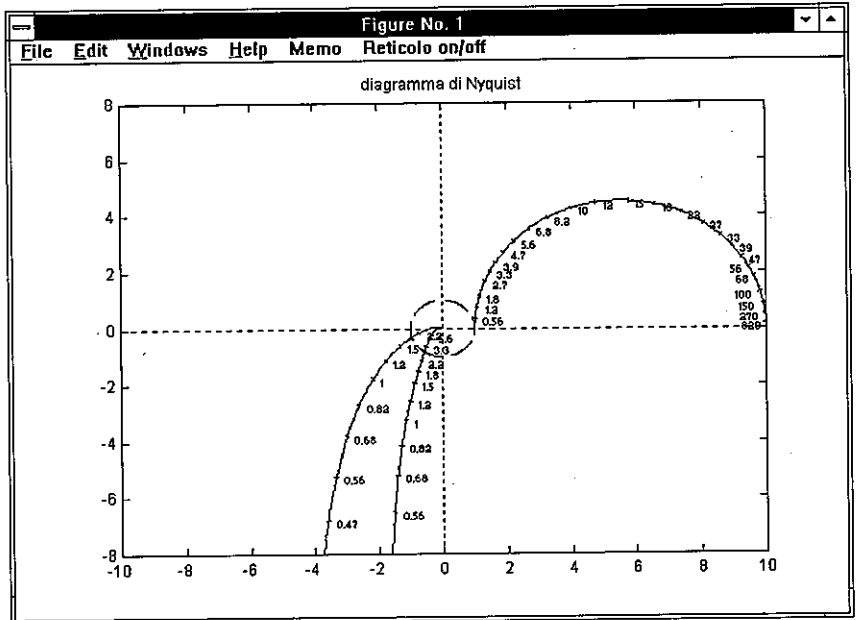


Fig. 21.

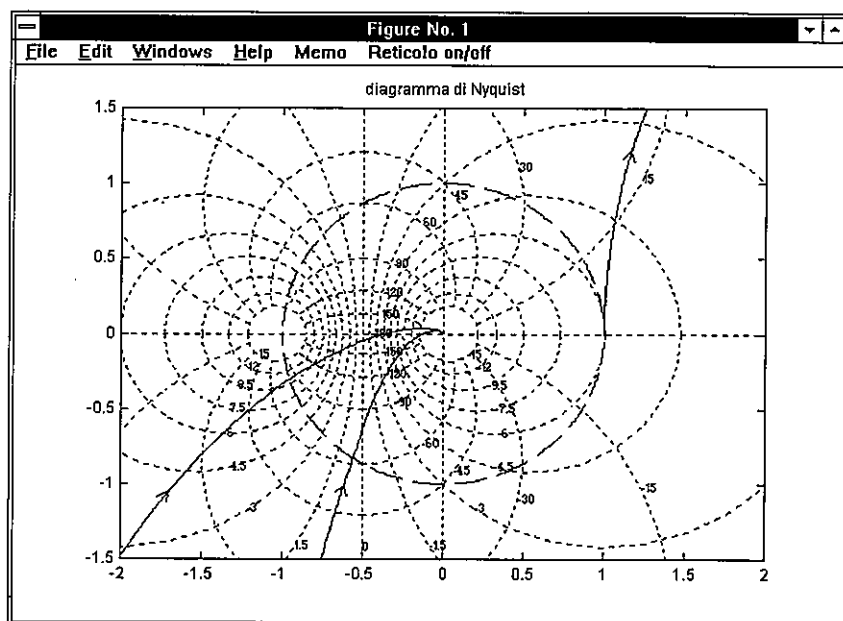


Fig. 22.

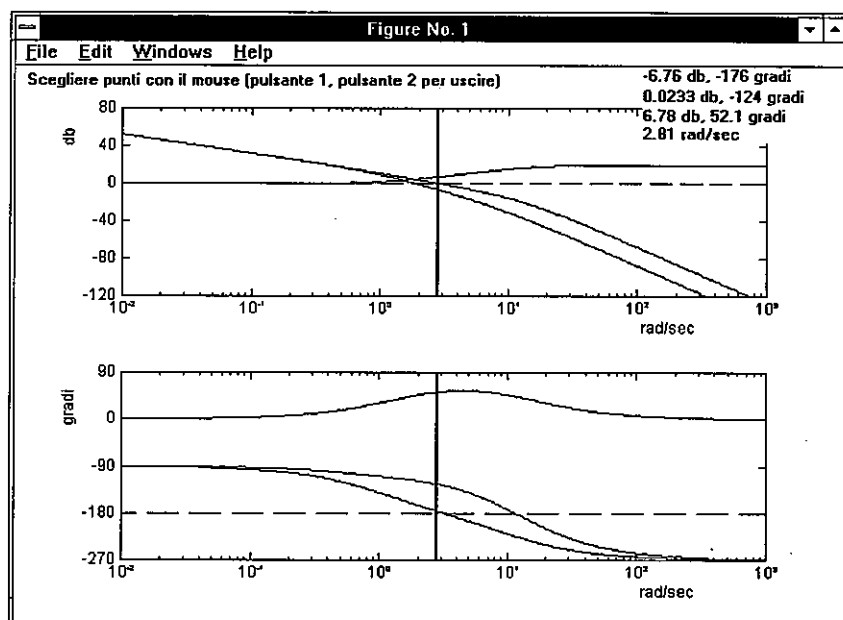


Fig. 23.

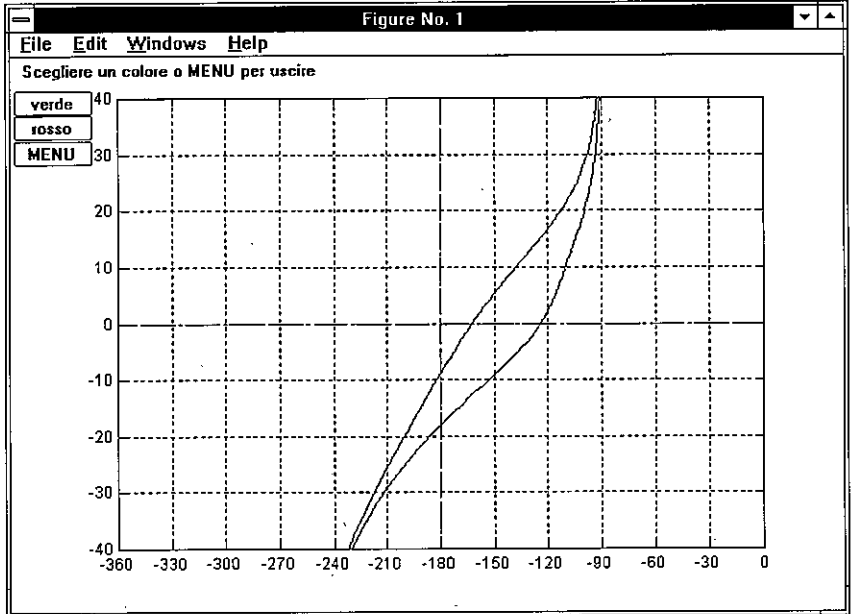


Fig. 24.

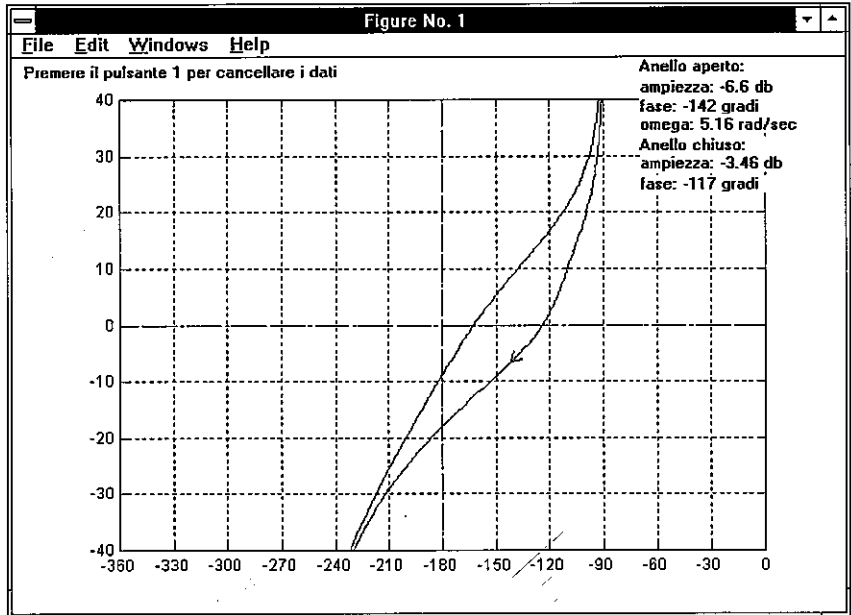


Fig. 25.

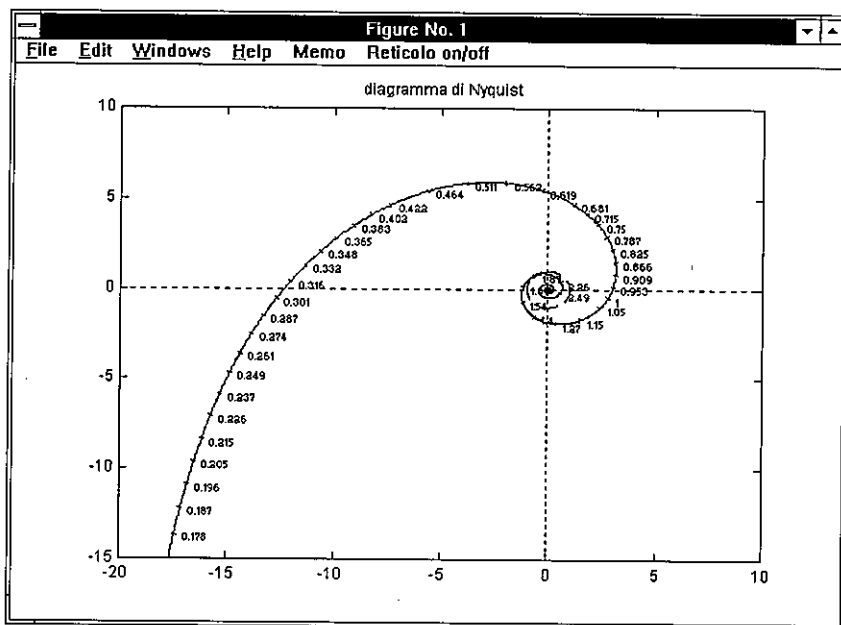


Fig. 26.

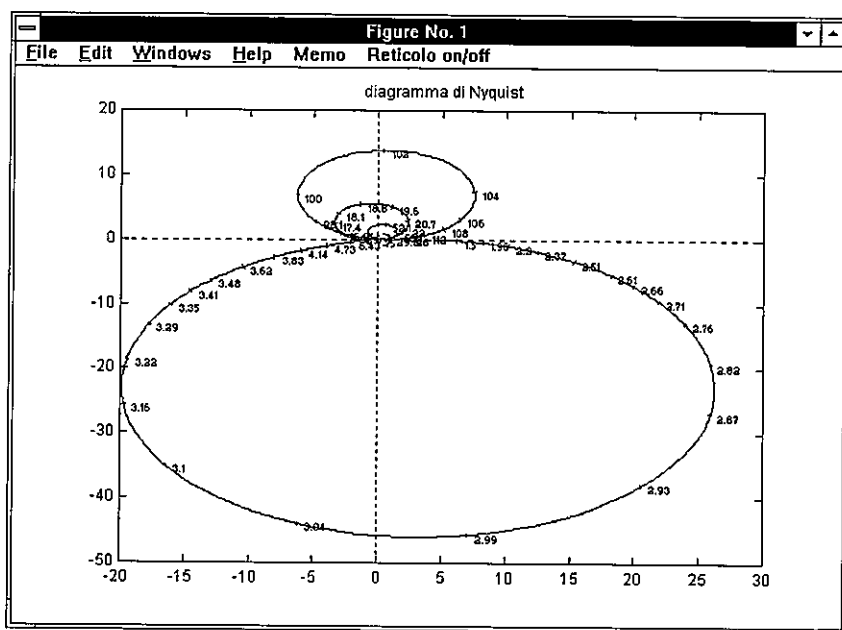


Fig. 27.

> gpmarg,gi[,1] ↵

fornisce i margini di ampiezza e fase della funzione di trasferimento a tempo continuo $g_i(s)$ o a tempo discreto $g_i(z)$. Con l'opzione [1] si ottengono i margini di stabilità generalizzati, con richiesta in interattivo dei valori di riferimento di fase e di ampiezza.

Richiami

Si consideri la funzione di trasferimento a tempo continuo

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} := \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} \dots + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad (11)$$

e si indichino con $R_N(\omega)$ e $I_N(\omega)$ la parte reale e immaginaria di $N(j\omega)$, e con $R_D(\omega)$ e $I_D(\omega)$ la parte reale e immaginaria di $D(j\omega)$. Queste sono definite in funzione dei coefficienti da

$$R_N(\omega) = b_0 - b_2 \omega^2 + b_4 \omega^4 - b_6 \omega^6 + \dots,$$

$$I_N(\omega) = b_1 \omega - b_3 \omega^3 + b_5 \omega^5 - b_7 \omega^7 + \dots,$$

$$R_D(\omega) = a_0 - a_2 \omega^2 + a_4 \omega^4 - a_6 \omega^6 + \dots,$$

$$I_D(\omega) = a_1 \omega - a_3 \omega^3 + a_5 \omega^5 - a_7 \omega^7 + \dots$$

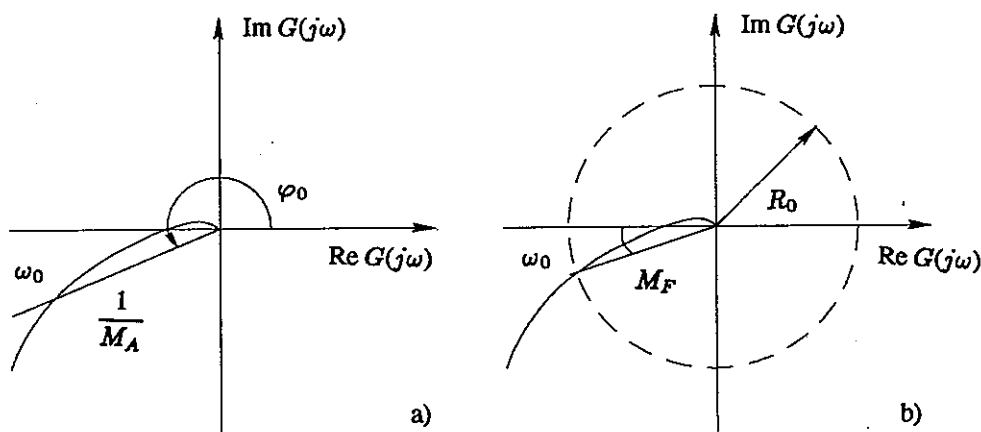


Fig. 28,a,b. Deduzione dei margini di stabilità generalizzati.

Margine di ampiezza generalizzato

Ci si riferisca alla Fig. 28,a: dato un angolo φ_0 , si dice *marginde di ampiezza generalizzato* di $G(s)$ il valore $M_A := 1/G(j\omega_0)$, in cui ω_0 indica il minimo valore della pulsazione tale che $\arg G(j\omega_0) = \varphi_0$. Il margine di ampiezza cui generalmente ci si riferisce nel progetto dei sistemi di controllo corrisponde a $\varphi_0 = \pi$.

La pulsazione ω_0 può essere dedotta risolvendo un'equazione polinomiale come segue. Si pone

$$\alpha(\omega) := \arg N(j\omega), \quad \text{per cui è} \quad \tan \alpha(\omega) = \frac{I_N(\omega)}{R_N(\omega)},$$

$$\beta(\omega) := \arg D(j\omega), \quad \text{per cui è} \quad \tan \beta(\omega) = \frac{I_D(\omega)}{R_D(\omega)}.$$

Per sostituzione, da

$$\tan(\arg G(j\omega)) = \tan(\alpha(\omega) - \beta(\omega)) = \frac{\tan \alpha(\omega) \tan \beta(\omega)}{1 + \tan \alpha(\omega) \tan \beta(\omega)} = \tan \varphi_0$$

si ottiene l'equazione polinomiale

$$\sin \varphi_0 (R_N(\omega) R_D(\omega) + I_N(\omega) I_D(\omega)) - \cos \varphi_0 (I_N(\omega) R_D(\omega) - I_D(\omega) R_N(\omega)) = 0,$$

le cui radici includono ω_0 . Si determina ω_0 come la più piccola radice reale non nulla. Il margine di ampiezza generalizzato è dato da

$$M_A = \left| \frac{N(j\omega_0)}{D(j\omega_0)} \right|^{-1}. \quad (12)$$

Margine di fase generalizzato

Ci si riferisca ora alla Fig. 28,b: dato un numero reale positivo R_0 , si dice *marginde di fase generalizzato* di $G(s)$ il valore $M_F := \pi + \arg G(j\omega_0)$, in cui ω_0 indica il minimo valore della pulsazione tale che $|G(j\omega_0)| = R_0$. Si suppone che la funzione $\arg G(j\omega)$ sia continua in π . Il margine di fase cui generalmente ci si riferisce nel progetto dei sistemi di controllo corrisponde a $R_0 = 1$.

La pulsazione ω_0 può essere dedotta risolvendo un'equazione polinomiale come segue. Dall'identità

$$R_0^2 = \frac{|N(j\omega)|^2}{|D(j\omega)|^2}$$

si ottiene l'equazione polinomiale

$$R_N^2(\omega) + I_N^2(\omega) - R_0^2 (R_D^2(\omega) + I_D^2(\omega)) = 0,$$

le cui radici includono ω_0 . Si determina ω_0 come la più piccola radice reale non nulla. Il margine di fase generalizzato viene poi dedotto da

$$M_F = \arg \frac{N(j\omega_0)}{D(j\omega_0)} \quad (13)$$

La precedente procedura per la determinazione dei margini di ampiezza e fase generalizzati si può facilmente estendere ai sistemi a tempo discreto. Si ricorda che la risposta in frequenza corrispondente a $G(z)$ è definita come $G(e^{j\omega T})$, ma può essere calcolata anche come $G_w(j\omega)$, in cui $G_w(s)$ indica l'equivalente nel piano w di $G(z)$ (vedi il paragrafo *Richiami* dell'applicazione *wplane*). Pertanto il metodo precedente può essere applicato senza alcuna variazione se si considera la funzione di trasferimento $G_w(s)$ in luogo di $G(z)$. Tuttavia le pulsazioni dedotte insieme ai margini di ampiezza e fase sono ora punti dell'asse immaginario del piano w , mentre la risposta in frequenza è definita in termini dell'angolo di fase ωT lungo la circonferenza di raggio unitario del piano z . Sia ω'_0 la pulsazione determinata nel piano w . Da

$$z = e^{j\omega_0 T} = \frac{1 + \frac{j\omega'_0 T}{2}}{1 - \frac{j\omega'_0 T}{2}}$$

la corrispondente ω_0 (che viene visualizzata) si calcola con la relazione

$$\omega_0 = \frac{1}{T} \arg \left(\frac{1 + \frac{j\omega'_0 T}{2}}{1 - \frac{j\omega'_0 T}{2}} \right)$$

Modalità d'uso ed esempi

Si consideri la funzione di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)}$$

L'invio da tastiera di "gpmarg,gi" produce la visualizzazione su Command Window di:

```
margine di ampiezza di gi(s): 2.75 (8.787 db)
(fase = -180 gradi) alla pulsazione: 3.162 rad/sec
```

```
margine di fase di gi(s): 17.7 gradi
(ampiezza = 1) alla pulsazione: 1.861 rad/sec
```

mentre con l'invio di "gpmarg,gi,1" si ottiene:

```
riferimento per il margine di ampiezza (default -180) : -150
```

```
riferimento per il margine di fase (default 1) : 2
```

```
margine di ampiezza di gi(s): 0.5416 (-5.326 db)
(fase = -150 gradi) alla pulsazione: 1.306 rad/sec
```

```
margine di fase di gi(s): 31.71 gradi
(ampiezza = 2) alla pulsazione: 1.244 rad/sec
```

in cui i valori -150 e 2 sono stati introdotti da tastiera.

Come secondo esempio, consideriamo

$$g_j(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

Poiché il diagramma di Nyquist di $g_j(s)$ si svolge completamente entro la circonferenza di raggio unitario e non interseca l'asse reale negativo, con la chiamata standard "gpmarg,gj" si ottiene:

```
margine di ampiezza non determinabile
```

```
margine di fase non determinabile
```

gpmarg

mentre, con la chiamata "gpmarg,gj,1" e con opportuni valori di riferimento introdotti da tastiera si ottiene:

riferimento per il margine di ampiezza (default -180) : -100

riferimento per il margine di fase (default 1) : .2

margine di ampiezza di $g_j(s)$: 5.188 (14.3 db)
(fase = -100 gradi) alla pulsazione: 1.703 rad/sec

margine di fase di $g_i(s)$: 81.72 gradi
(ampiezza = 0.2) alla pulsazione: 1.649 rad/sec

Se la funzione $g_j(s)$ viene moltiplicata per 10, ottenendo così

$$g_k(s) = 10 g_j(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)},$$

la chiamata standard "gpmarg,gk" fornisce:

margine di ampiezza non determinabile

margine di fase di $g_k(s)$: 55.86 gradi
(ampiezza = 1) alla pulsazione: 2.759 rad/sec

Infatti, mentre l'asse reale negativo non viene intersecato dal diagramma di Nyquist, ciò avviene per la circonferenza di raggio unitario.

> invtr, gi ↵

fornisce l'espressione in termini finiti dell'antitrasformata di Laplace (risposta all'impulso) $gi(t)$ della funzione di trasferimento $gi(s)$ o dell'antitrasformata Z (risposta all'impulso) $gi(k)$ della funzione di trasferimento a tempo discreto $gi(z)$.

Richiami

In entrambi i casi la risposta l'antitrasformazione si ottiene mediante sviluppo in somma di fratti semplici. Ci si riferisce in primo luogo al sistema a tempo continuo $gi(s)$: sia n il grado del numeratore e $m \leq n$ quello del denominatore. È noto che

$$gi(s) = K_0 + \frac{P(s)}{Q(s)} = K_0 + \frac{P(s)}{(s-p_1)^{r_1} (s-p_2)^{r_2} \dots (s-p_h)^{r_h}}$$

$$= K_0 + \sum_{i=1}^h \sum_{\ell=1}^{r_i} \frac{K_{i\ell}}{(s-p_i)^{r_i-\ell+1}},$$

in cui la costante K_0 è presente solo se $m=n$. In questo caso essa viene determinata dividendo preliminarmente il numeratore per il denominatore, ottenendo così che $P(s)/Q(s)$ sia sempre strettamente propria. Nella precedente espressione p_1, \dots, p_h indicano le radici distinte di $Q(s)$, cioè i poli di $gi(s)$, ed r_1, \dots, r_h i loro ordini di molteplicità: chiaramente $\sum_{i=1}^h r_i = n$. Le costanti $K_{i\ell}$ sono definite dalle relazioni

$$K_{i\ell} = \frac{1}{(\ell-1)!} \left. \frac{d^{\ell-1}}{ds^{\ell-1}} (s-p_i)^{r_i} \frac{P(s)}{Q(s)} \right|_{s=p_i} \quad (i=1, \dots, h; \ell=1, \dots, r_i).$$

L'antitrasformata di Laplace di $gi(s)$ si determina antitrasformando lo sviluppo termine a termine. Si ottiene

$$gi(t) = K_0 \delta(t) + \sum_{i=1}^h \sum_{\ell=1}^{r_i} \frac{K_{i\ell}}{(r_i-\ell)!} t^{r_i-\ell} e^{p_i t},$$

ove $\delta(t)$ indica l'impulso di Dirac in $t=0$.

Quando p_i è complesso, è presente anche il suo complesso coniugato \bar{p}_i con la stessa molteplicità r_i e con coefficienti complessi coniugati \bar{K}_{il} . Sia $p_i = \sigma_i + j\omega_i$, cosicché $e^{p_i t} = e^{\sigma_i t} (\cos \omega_i t + j \sin \omega_i t)$, e $K_{il} = u_{il} + j v_{il} = M_{il} (\cos \varphi_{il} + j \sin \varphi_{il})$; segue

$$\begin{aligned} \frac{t^{r_i-\ell} (K_{il} e^{p_i t} + \bar{K}_{il} e^{\bar{p}_i t})}{(r_i-\ell)!} &= \frac{2 t^{r_i-\ell} e^{\sigma_i t}}{(r_i-\ell)!} (u_{il} \cos \omega_i t - v_{il} \sin \omega_i t) \\ &= \frac{2 M_{il} t^{r_i-\ell} e^{\sigma_i t}}{(r_i-\ell)!} (\cos \omega_i t + \varphi_{il}) \\ &= \frac{2 M_{il} t^{r_i-\ell} e^{\sigma_i t}}{(r_i-\ell)!} (\sin \omega_i t + \varphi_{il} + \frac{\pi}{2}). \end{aligned}$$

La prima delle precedenti espressioni è detta *forma cartesiana*, la seconda *forma polare in termini di coseno* e la terza *forma polare in termini di seno*. Nelle forme polari è d'uso assumere l'angolo di fase che si somma a $\cos \omega_i t$ o a $\sin \omega_i t$ nell'intervallo $[-\pi/2, \pi/2)$; ciò si ottiene trasladolo di $h\pi$, con h intero, e moltiplicando il coefficiente per $(-1)^{|h|}$.

Il caso dei sistemi a tempo discreto si differenzia alquanto nei passaggi. Infatti un eventuale polo nell'origine con molteplicità r_0 viene considerato a parte nello sviluppo in somma di fratti semplici, in quanto la corrispondente antitrasformata \mathcal{Z} non si può considerare un caso particolare di quella relativa a un polo non nullo come nel caso a tempo continuo. La funzione $g_i(z)$ viene divisa per z prima di effettuare lo sviluppo e moltiplicata per z dopo lo sviluppo, ottenendo così z a fattore in tutti i termini, esclusi, naturalmente, quelli corrispondenti all'eventuale polo nell'origine. Si ottiene

$$\begin{aligned} g_i(z) &= \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{P(z)}{z^{r_0} (z - p_1)^{r_1} (z - p_2)^{r_2} \dots (z - p_h)^{r_h}} \\ &= \sum_{\ell=1}^{r_0+1} \frac{K_{0\ell}}{z^{r_0-\ell+1}} + \sum_{i=1}^h \sum_{\ell=1}^{r_i} \frac{K_{i\ell} z}{(z - p_i)^{r_i-\ell+1}}, \end{aligned}$$

in cui h indica ora il numero dei poli non nulli, cosicché $r_0 + \sum_{i=1}^h r_i = n$, e non si richiede più che $P(z)/Q(z)$ sia strettamente propria.

Le costanti $K_{i\ell}$ sono date dalle relazioni

$$K_{i\ell} = \frac{1}{(\ell-1)!} \frac{d^{\ell-1}}{dz^{\ell-1}} (z-p_i)^{r_i} \frac{P(z)}{zQ(z)} \Big|_{z=p_i} \quad (i=0, \dots, h; \ell=1, \dots, \rho_i),$$

con $p_0=0$, $\rho_0=r_0+1$, $\rho_i=r_i$ ($i=1, \dots, h$). L' antitrasformata \mathcal{Z} si ottiene, come quella di Laplace, antitrasformando termine a termine lo sviluppo in somma di fratti semplici. Si ottiene

$$g_i(k) = \sum_{\ell=1}^{r_0+1} K_{0\ell} \delta(k-\ell+1) + \sum_{i=1}^h \sum_{\ell=1}^{r_i} \frac{K_{i\ell}}{p_i^{r_i-\ell}} \binom{k}{r_i-\ell} p_i^k,$$

in cui $\delta(k-i)$ indica l' impulso unitario in $k=i$ e il coefficiente binomiale è definito come

$$\binom{k}{n} := \begin{cases} \frac{k(k-1)\dots(k-n+1)}{n!} & \text{per } n > 0, \\ 1 & \text{per } n = 0. \end{cases}$$

Anche in questo caso ad una coppia di poli complessi coniugati p_i, \bar{p}_i corrispondono coefficienti complessi coniugati $K_{i\ell}, \bar{K}_{i\ell}$. Si pone $K_{i\ell} = M_{i\ell} e^{j\varphi_{i\ell}} = M_{i\ell} (\cos \varphi_{i\ell} + j \sin \varphi_{i\ell})$ e $p_i = N_i e^{j\vartheta_i} = N_i (\cos \vartheta_i + j \sin \vartheta_i)$, come in precedenza, e si definiscono i nuovi parametri $K'_{i\ell}, u'_{i\ell}, v'_{i\ell}, M'_{i\ell}$ e $\varphi'_{i\ell}$ mediante

$$K'_{i\ell} = u'_{i\ell} + j v'_{i\ell} = M'_{i\ell} e^{j\varphi'_{i\ell}} = \frac{M_{i\ell} e^{j\varphi_{i\ell}}}{N_i^{r_i-\ell} e^{j(r_i-\ell)\vartheta_i}} = \frac{M_{i\ell}}{N_i^{r_i-\ell}} e^{j(\varphi_{i\ell} - (r_i-\ell)\vartheta_i)};$$

in tal modo ogni termine dell' antitrasformata \mathcal{Z} può essere espresso nelle tre forme

$$\begin{aligned} \binom{k}{r_i-\ell} (K'_{i\ell} p_i^k + \bar{K}'_{i\ell} \bar{p}_i^k) &= 2 \binom{k}{r_i-\ell} N_i^k (u'_{i\ell} \cos k\vartheta_i - v'_{i\ell} \sin k\vartheta_i) \\ &= 2 \binom{k}{r_i-\ell} M'_{i\ell} N_i^k (\cos k\vartheta_i + \varphi'_{i\ell}) \\ &= 2 \binom{k}{r_i-\ell} M'_{i\ell} N_i^k (\sin k\vartheta_i + \varphi'_{i\ell} + \frac{\pi}{2}), \end{aligned}$$

che anche in questo caso si dicono rispettivamente *forma cartesiana*, *forma polare in termini di coseno* e *forma polare in termini di seno*.

Modalità d'uso ed esempi

Si mostrerà, con alcuni esempi, come viene visualizzato il risultato dell'antitrasformazione. Si considerino le funzioni di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{1350(s+4)}{s(s+2)(s+3)^3}$$

$$g_j(z) = \frac{1.56(z+0.31)(z-0.45)(z+1.47)}{(z-1)(z-0.67)(z-0.55)^3}$$

$$g_k(s) = \frac{50(s+4)}{(s+2)(s^2+0.2s+1)^3}$$

$$g_w(z) = \frac{1000(z+0.31)(z-0.45)(z+1.47)}{(z-0.67)(z^2+1.92z+0.96)^3}$$

Se la funzione di trasferimento considerata ha tutti i poli reali, il risultato viene visualizzato direttamente su Command Window, senza alcuna richiesta in interattivo. Per $g_i(s)$ si ottiene:

Antitrasformata di Laplace di $g_i(s)$:

```
-----  
gi(t) = 100  
        - 1350*exp(-2 t)  
        + (1250 + 1050 t + 225 t^2)*exp(-3 t)
```

mentre per $g_j(z)$ il risultato sullo schermo è:

Antitrasformata Z di $g_j(z)$:

```
-----  
gj(k) = (1789 + 323.3 k + 15.08 k^2)*(0.55)^k  
        - 1884*(0.67)^k  
        + 92.32  
        + 2.87*delta(k)
```

Se invece la funzione di trasferimento considerata ha almeno una coppia di poli complessi coniugati, su Command Window appare il seguente menu:

- 1 - modi complessi in forma cartesiana
- 2 - modi complessi in forma polare - funzione seno
- 3 - modi complessi in forma polare - funzione coseno

operare una scelta :

Con riferimento a $gk(s)$ il risultato per ciascuna delle tre scelte viene visualizzato rispettivamente come segue:

Antitrasformata di Laplace di $gk(s)$:

$$\begin{aligned}
 gk(t) = & 1.027 \exp(-2 t) \\
 & + [41.63 \operatorname{sen}(0.995 t) - 1.027 \cos(0.995 t) \\
 & + (- 5.134 \operatorname{sen}(0.995 t) - 39.47 \cos(0.995 t)) t \\
 & + (- 11.59 \operatorname{sen}(0.995 t) + 2.745 \cos(0.995 t)) t^2] \\
 & * \exp(-0.1 t)
 \end{aligned}$$

Antitrasformata di Laplace di $gk(s)$:

$$\begin{aligned}
 gk(t) = & 1.027 \exp(-2 t) \\
 & + [41.64 \operatorname{sen}(0.995 t - 0.02467) \\
 & - 39.8 t \operatorname{sen}(0.995 t + 1.441) \\
 & - 11.91 t^2 \operatorname{sen}(0.995 t - 0.2326)] * \exp(-0.1 t)
 \end{aligned}$$

Antitrasformata di Laplace di $gk(s)$:

$$\begin{aligned}
 gk(t) = & 1.027 \exp(-2 t) \\
 & + [- 41.64 \cos(0.995 t + 1.546) \\
 & - 39.8 t \cos(0.995 t - 0.1293) \\
 & + 11.91 t^2 \cos(0.995 t + 1.338)] * \exp(-0.1 t)
 \end{aligned}$$

mentre per $gw(z)$ le tre scelte del menu danno:

Antitrasformata Z di $gw(z)$:

$$\begin{aligned}
 gw(k) = & 35.17 * (0.67)^k \\
 & + [3.786e+005 \operatorname{sen}(2.94 k) - 381.1 \cos(2.94 k) \\
 & + (- 1.672e+004 \operatorname{sen}(2.94 k) + 7.684e+004 \cos(2.94 k)) k \\
 & + (- 4488 \operatorname{sen}(2.94 k) - 3481 \cos(2.94 k)) k^2] * (0.9798)^k \\
 & + 345.9 * \delta(k)
 \end{aligned}$$

Antitrasformata Z di gw(z) :

$$\begin{aligned}
 gw(k) = & 35.17 \cdot (0.67)^k \\
 & + [3.786e+005 \operatorname{sen}(2.94 k - 0.001007) \\
 & - 7.863e+004 k \operatorname{sen}(2.94 k - 1.357) \\
 & - 5680 k^2 \operatorname{sen}(2.94 k + 0.6597)] \cdot (0.9798)^k \\
 & + 345.9 \cdot \delta(k)
 \end{aligned}$$

Antitrasformata Z di gw(z) :

$$\begin{aligned}
 gw(k) = & 35.17 \cdot (0.67)^k \\
 & + [- 3.786e+005 \operatorname{cos}(2.94 k + 1.57) \\
 & + 7.863e+005 k \operatorname{cos}(2.94 k + 0.2142) \\
 & - 5680 k^2 \operatorname{cos}(2.94 k - 0.9111)] \cdot (0.9798)^k \\
 & + 345.9 \cdot \delta(k)
 \end{aligned}$$

I seguenti ulteriori esempi si riferiscono a poli multipli nell'origine, sia nel caso a tempo continuo che a tempo discreto. Si considerano le funzioni di trasferimento

$$gc(s) = \frac{(s+1)(s+10)}{s^8},$$

$$gd(z) = \frac{(z-0.2)(z-0.8)}{z^8}.$$

Nel caso di $gc(s)$ l'informazione visualizzata è:

Antitrasformata di Laplace di $gc(s)$:

$$gc(t) = (0.008333 t^5 + 0.01528 t^6 + 0.001984 t^7)$$

mentre per $gd(z)$ si ottiene:

Antitrasformata Z di $gd(z)$:

$$gd(k) = + 1 \cdot \delta(k-6) - 1 \cdot \delta(k-7) + 0.16 \cdot \delta(k-8)$$

da cui risulta che un polo multiplo nell'origine nel caso dei sistemi a tempo discreto si traduce in un ritardo finito.

> lagc, gi, gj ↵

realizza il progetto per tentativi di una rete ritardatrice $g_j(s)$ per il sistema controllato $g_i(s)$ utilizzando i diagrammi di Bode. Si veda l'applicazione *regnich* per il progetto con il diagramma di Nichols.

Richiami

La rete ritardatrice migliora il margine di fase del sistema traslando verso sinistra la pulsazione di incrocio (o di guadagno unitario) del diagramma di Bode dell'ampiezza mediante un'opportuna riduzione del guadagno. L'impiego della rete ritardatrice è limitato ai sistemi di tipo 0 o 1, in cui si possono ottenere valori accettabili del margine di fase per riduzione del guadagno.

Rispetto alla semplice riduzione di guadagno, la rete ritardatrice presenta il vantaggio di conservare il guadagno statico, ma, per contro, introduce alla pulsazione di incrocio un certo ritardo di fase, che riduce il margine di fase. Si ricorda che la sua funzione di trasferimento è

$$G_j(s) = \frac{1 + \alpha \tau s}{1 + \tau s},$$

con un sensibile ritardo di fase nell'intervallo $1/\tau \leq \omega \leq 1/(\alpha\tau)$, dove il diagramma di Bode asintotico presenta una pendenza di -20 db/decade. Il massimo ritardo di fase, dato da

$$\varphi_0 = -\arcsen \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha},$$

dipende pertanto solo da α , e avviene alla pulsazione di centro banda

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau \sqrt{\alpha}}.$$

Poiché il ritardo di fase peggiora la stabilità, nel progetto della rete la pulsazione di incrocio viene scelta vicina all'estremo destro del suddetto intervallo, dove esso è piccolo, e la corrispondente riduzione del margine di fase viene compensata assumendo per α un valore alquanto inferiore allo stretto necessario.

Il programma adotta la seguente procedura di progetto:

- 1) vengono determinati e visualizzati il margine di fase del sistema controllato φ_m e la corrispondente pulsazione ω_m ;
- 2) dopo che l'utente ha introdotto il margine di fase richiesto φ_d , vengono determinati e visualizzati il valore della riduzione di guadagno α_0 che dà luogo a tale margine di fase e la corrispondente pulsazione ω_0 ;

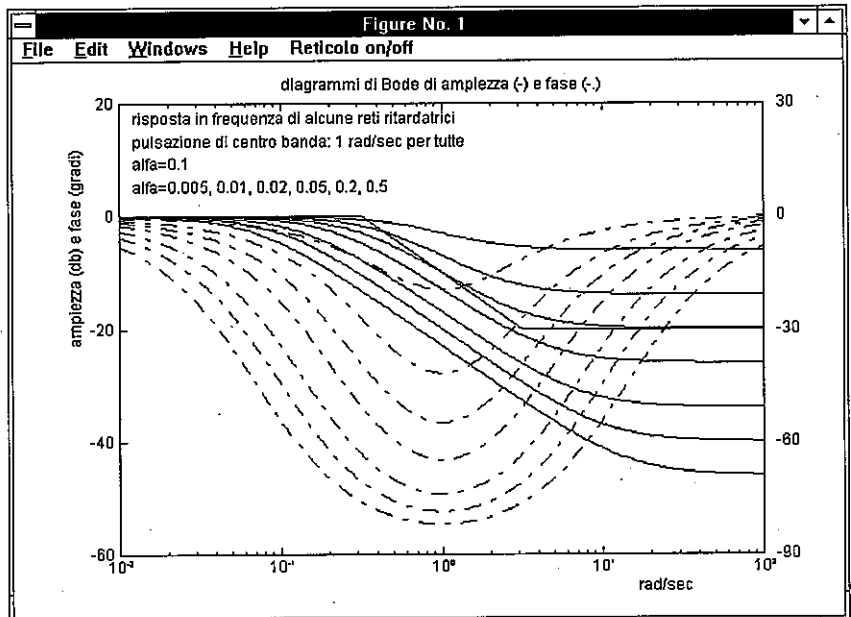


Fig. 29.

3) per la rete ritardatrice di primo tentativo si sceglie il valore $\alpha = \alpha_0/2$;

4) τ viene fatto variare fra i valori $100/(\omega_0 \alpha_0)$ e $1/(10 \omega_0 \alpha_0)$ in 400 passi a spaziatura uniforme, e viene scelto e visualizzato il valore corrispondente al margine di fase del sistema complessivo più vicino a φ_d ; a questo punto vengono mostrate le risposte al gradino (uscita complessiva e uscita della rete correttiva) del sistema in retroazione;

5) se tali risposte non risultano soddisfacenti, la procedura di progetto viene ripetuta a partire dal passo 3 con un diverso valore di α , specificato dall'utente in interattivo nell'intervallo da $\alpha_0/10$ (arrotondato all'estremo inferiore della corrispondente decade) ad α_0 .

Si noti che nella precedente procedura di sintesi il valore del margine di fase che viene specificato all'inizio non solo influenza il valore di α scelto automaticamente per il primo tentativo, ma è effettivamente imposto al passo 4. Segue che, se dopo alcuni tentativi con diversi valori di α il risultato non risulta soddisfacente, è necessario ripetere la chiamata di *lagc* specificando un diverso valore del margine di fase, a differenza di *leadc*, in cui il risultato è indipendente dal margine di fase specificato all'inizio, dato che ad ogni tentativo con un diverso valore di α viene scelto il valore di τ corrispondente al massimo margine di fase ottenibile.

Modalità d'uso ed esempi

Si consideri la funzione di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{10000}{(s+1)(s+2)(s+10)}$$

Il comando "lagc,gi,gj" in primo luogo produce una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema cui ci si riferisce e il messaggio:

```
**** premere invio per proseguire
```

Quando viene premuto il tasto di invio, appare la richiesta:

```
informazioni sul progetto della rete ritardatrice ? (1) :
```

Se si invia 1 si ottiene una breve descrizione della procedura impiegata per il progetto della rete ritardatrice, che non viene qui ripetuta perché riportata nel precedente paragrafo *Richiami*. Durante questa descrizione viene generata la figura a piena grandezza con i diagrammi di Bode di alcune reti ritardatrici mostrata in Fig. 29. Se la richiesta viene ignorata semplicemente premendo il tasto di invio, vengono tracciati i diagrammi di Bode di $g_i(s)$ con le linee di riferimento per i margini di ampiezza (in blu) e di fase (in rosso). I valori numerici dei margini sono visualizzati entro il riquadro dei diagrammi. Premendo ancora il tasto di invio si ritorna a Command Window dove appare il seguente messaggio:

```
margini di fase senza correzione: -56.04 gradi
    alla pulsazione: 20.78 rad/sec
```

```
specificare il margine di fase voluto : 60
```

Si è specificato un margine di fase di 60 gradi per il primo gruppo di tentativi. Appare il seguente messaggio e, dopo che si è premuto un tasto, viene mostrato nuovamente il precedente diagramma di Bode, con l'aggiunta di una linea punteggiata in azzurro, che individua la riduzione di guadagno necessaria per ottenere il margine di fase voluto (Fig. 30), riduzione cui è legata la scelta del valore di alfa per il primo tentativo:

```
valore massimo di alfa: 0.006485
valore minimo di alfa : 0.0001
```

```
valore di primo tentativo: 0.003242
```

```
**** premere un tasto per proseguire
```

Quando si preme un tasto, inizia la costruzione passo-passo per la determinazione della rete correttiva. Anzitutto vengono mostrati di nuovo, in verde, i diagrammi di Bode del sistema non corretto. Premendo invio, vengono aggiunti in giallo sulla stessa figura i diagrammi asintotici corrispondenti all'intervallo in cui viene ricercata la rete, quindi, premendo ancora invio, in celeste i diagrammi della rete ottenuta, e infine, premendo di nuovo invio, in magenta quelli del sistema complessivo corretto, con una retta verticale, pure in magenta, che indica il margine di fase ottenuto. A questo punto lo schermo appare come in Fig. 31.

Quando si preme il tasto di invio per uscire dai diagrammi di Bode, viene mostrata la risposta al gradino del sistema corretto per poter valutare il comportamento dinamico. In seguito viene mostrata anche la risposta al gradino dell'uscita della rete correttiva, per poter conoscere anche il transitorio della variabile manipolabile. Premendo ancora il tasto di invio, su Command Window appare:

```
colore di riferimento: g ; f.d.t. del sistema controllato: gi
```

```
400 passi di ricerca di tau nell'intervallo scelto:
```

```
margine di fase richiesto trovato al passo: 218
```

```
margine di fase senza rete correttiva: -56.05
```

```
margine di fase con rete correttiva : 59.88
```

```
la rete correttiva ottenuta:
```

```
alfa = 0.003242 , tau = 424.2 sec
```

```
si puo' cambiare alfa; verra' determinato il tau
```

```
corrispondente al margine di fase richiesto
```

```
specificare alfa (min 0.0001, max 0.006485), invio per uscire :
```

Si suppone che le risposte al gradino ottenute non siano soddisfacenti e si decide di procedere con un secondo tentativo. La diminuzione del valore di alfa di regola produce una diminuzione della massima sovraelongazione, ma aumenta il tempo di assestamento. Scegliamo per alfa il nuovo valore .001. Viene ripetuta la costruzione e vengono mostrati i corrispondenti diagrammi di Bode. Le risposte al gradino relative ai vari tentativi sono mostrate insieme in colori diversi nella sequenza: g, r, c, y, m, b, w o k (il numero massimo di tentativi è sette), in modo che gli effetti delle diverse scelte siano facilmente confrontabili. Nelle Figg. 32 e 33 sono mostrate le risposte al gradino del sistema in retroazione considerato corrispondenti ai due tentativi finora eseguiti; i colori dei grafici sono il verde e il rosso. Si notino, nella barra degli strumenti, i comandi **Memo**, **Asse tempi** e **Reticolo on/off**.

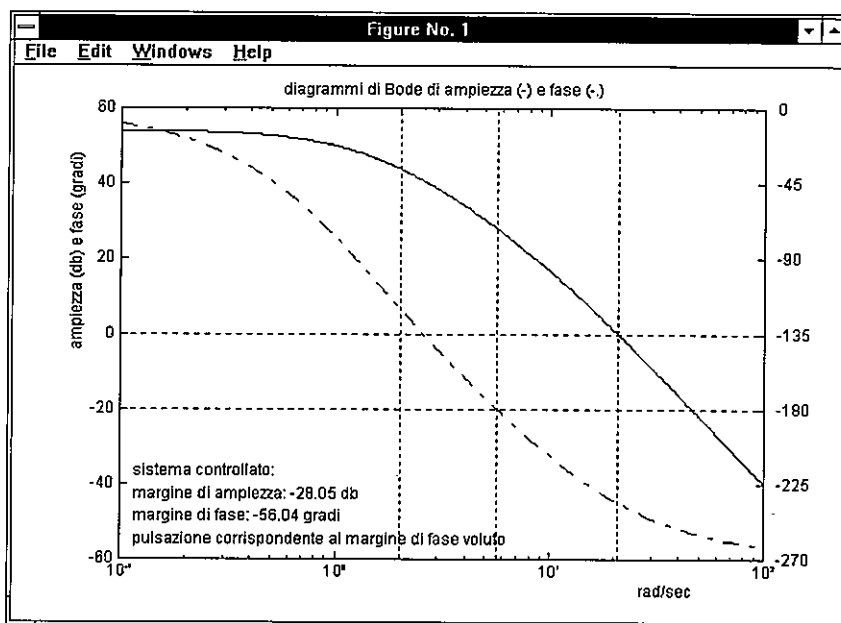


Fig. 30.

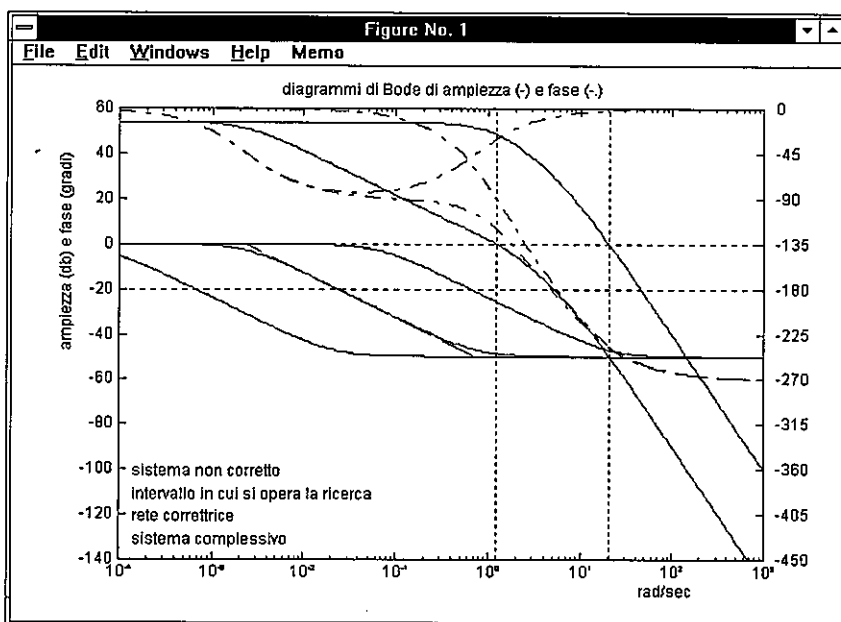


Fig. 31.

Quando si preme il tasto di invio, appare Command Window con:

colore di riferimento: r ; f.d.t. del sistema controllato: gi

400 passi di ricerca di tau nell'intervallo scelto:

margine di fase richiesto trovato al passo: 256

margine di fase senza rete corretttrice: -56.05

margine di fase con rete corretttrice : 60.09

la rete corretttrice ottenuta:

alfa = 0.001 , tau = 690 sec

si puo' cambiare alfa; verra' determinato il tau
corrispondente al margine di fase richiesto

specificare alfa (min 0.0001, max 0.006485), invio per uscire :

Poiché gli andamenti delle risposte al gradino in questo caso risultano soddisfacenti, si decide di uscire. Appare quanto segue:

scegliere la funzione specificandone il colore :

Quando si invia r (il colore delle risposte al gradino del secondo tentativo), la relativa funzione di trasferimento $g_j(s)$ viene memorizzata sul disco rigido e visualizzata come:

LA RETE CORRETRTRICE OTTENUTA :

alfa = 0.001 , tau = 690 sec

$$g_j = \frac{0.001 (s + 1.449)}{(s + 0.001449)}$$

NOTE:

- Come ricordato nel precedente paragrafo *Richiami*, durante il progetto per tentativi il margine di fase introdotto all'inizio non viene cambiato. Se i risultati ottenuti dopo alcuni tentativi non risultano soddisfacenti, si deve uscire e rientrare per introdurre un nuovo margine di fase.

- Se *lagc* viene applicato a un sistema di tipo 2 o più, appare il messaggio:

**** la rete ritardatrice si applica solo a sistemi di tipo 0 o 1
e si esce dal programma.

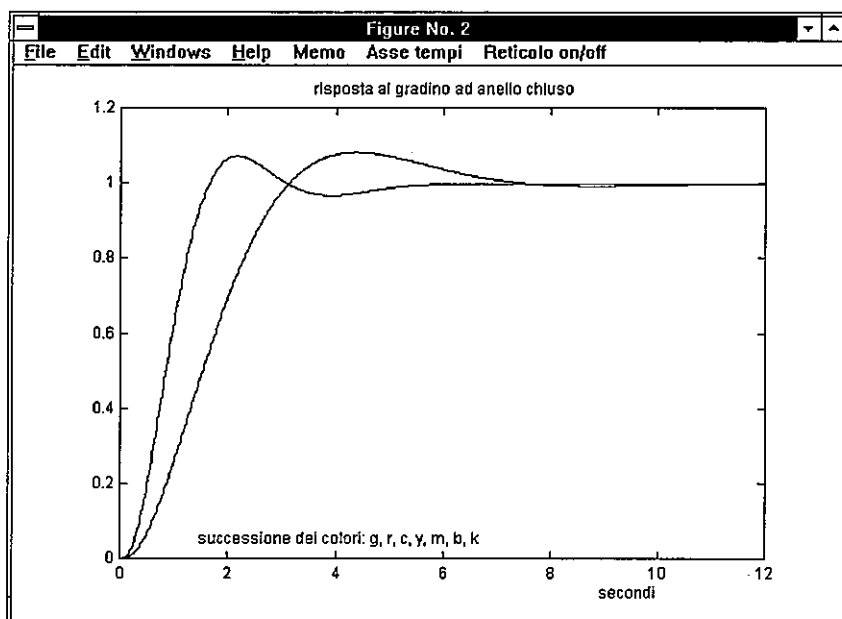


Fig. 32.

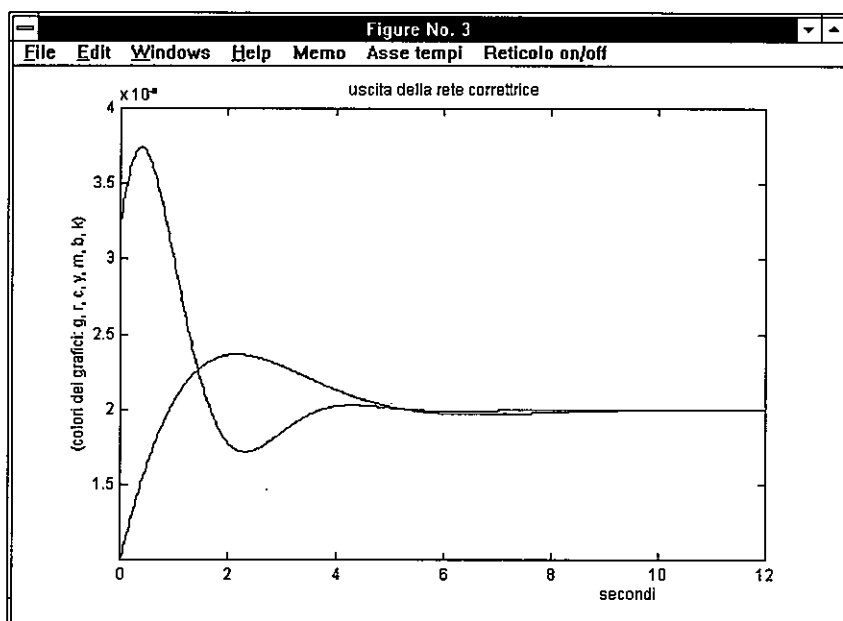


Fig. 33.

leadc

> leadc,gi,gj ↵

realizza il progetto per tentativi di una rete anticipatrice $gj(s)$ per il sistema controllato $gi(s)$ utilizzando i diagrammi di Bode. Si veda l'applicazione *regnich* per il progetto con il diagramma di Nichols.

Richiami

Il miglioramento del margine di fase ottenibile con la rete anticipatrice è dovuto al fatto che la risposta in frequenza di tale rete presenta anticipo di fase in un opportuno intervallo di frequenze. Si ricorda che la relativa funzione di trasferimento è

$$G_j(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s} .$$

L'anticipo di fase è notevole nell'intervallo di pulsazioni $1/\tau \leq \omega \leq 1/(\alpha\tau)$, dove il diagramma di Bode asintotico presenta una pendenza di +20 db/decade. Il massimo anticipo di fase, dato da

$$\varphi_0 = \arcsen \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} ,$$

dipendente pertanto solo da α , avviene alla pulsazione di centro banda

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau \sqrt{\alpha}} .$$

Il valore limite di φ_0 è 90 gradi, per α tendente a zero. Dato che il valore di α deve essere finito, è consigliabile stabilirne un minimo nel progetto della rete (.005, corrispondente a circa 82 gradi di massimo anticipo di fase); nel procedimento di sintesi in interattivo valori inferiori vengono pertanto rifiutati.

Si noti che una sola rete anticipatrice non può stabilizzare, con buon margine di fase, un sistema avente margine di fase negativo, dato che l'anticipo di fase ottenibile è minore di 90 gradi. Se il margine di fase del sistema controllato è negativo, viene visualizzato un messaggio di avvertimento, e viene segnalata all'utente la possibilità di chiamare due o più volte *leadc* per ottenere un compensatore utilizzando più reti ad anticipo.

Il programma adotta la seguente procedura di progetto:

1) vengono determinati e visualizzati il margine di fase del sistema controllato φ_m e la corrispondente pulsazione ω_m ;

2) dopo che l'utente ha introdotto il margine di fase richiesto φ_d , viene determinato e visualizzato il valore α_0 corrispondente ad un anticipo di fase in centro banda pari a $\varphi_d - \varphi_m$;

3) per la rete anticipatrice di primo tentativo si sceglie il valore $\alpha = \alpha_0/2$;

4) τ viene fatto variare fra i valori $\sqrt{\alpha}/\omega_m$ e $1/(\omega_m \sqrt{\alpha})$ in 100 passi a spaziatura uniforme, e viene scelto e visualizzato il valore corrispondente al più grande margine di fase del sistema complessivo; a questo punto vengono mostrate le risposte al gradino (uscita complessiva e uscita della rete corretttrice) del sistema in retroazione;

5) se tali risposte non risultano soddisfacenti, la procedura di progetto viene ripetuta a partire dal passo 3 con un diverso valore di α , specificato dall'utente in interattivo nell'intervallo da 0.005 a $2\alpha_0$.

Si noti che nel procedimento di sintesi ora delineato il valore del margine di fase specificato all'inizio influisce solo sul valore di α scelto automaticamente per il primo tentativo. Esso non influisce sul risultato finale se vengono eseguiti più tentativi, in quanto in ognuno di essi viene operata una scelta corrispondente al massimo margine di fase. Pertanto, se il risultato permane non soddisfacente dopo alcuni tentativi con diversi valori di α , non è necessario ripetere la chiamata di *leadc* con un diverso valore del margine di fase, contrariamente a *lagc* e *pidc*, in cui il risultato dipende in modo sostanziale dal margine di fase introdotto all'inizio, dato che esso viene imposto ed ottenuto ad ogni tentativo.

Modalità d'uso ed esempi

Si consideri la funzione di trasferimento

$$gi(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)}$$

Il comando "leadc,gi,gj" in primo luogo produce una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema cui ci si riferisce e il messaggio:

**** premere invio per proseguire

Quando viene premuto il tasto di invio, appare la richiesta:

```
informazioni sul progetto della rete anticipatrice ? (1) :
```

Se si invia 1 si ottiene una breve descrizione della procedura impiegata nel programma per il progetto della rete anticipatrice, che non viene qui ripetuta perché riportata nel precedente paragrafo *Richiami*. Durante questa descrizione viene generata la figura a piena grandezza con i diagrammi di Bode di alcune reti anticipatrici mostrata in Fig. 34. Se la richiesta viene ignorata semplicemente premendo il tasto di invio, vengono tracciati i diagrammi di Bode di $gi(s)$ con le linee di riferimento per i margini di ampiezza (in blu) e di fase (in rosso). I valori numerici dei margini sono visualizzati entro il riquadro dei diagrammi. Premendo ancora il tasto di invio si ritorna a Command Window, dove appare il seguente messaggio:

```
margini di fase senza correzione: 17.7 gradi  
alla pulsazione: 1.862 rad/sec
```

```
specificare il margine di fase voluto : 60
```

Dopo che si è introdotto il margine di fase voluto (60 gradi), vengono aggiunte alla precedente visualizzazione le seguenti righe:

```
anticipo di fase necessario: 42.3 gradi  
valore di alfa di primo tentativo: 0.09772
```

```
**** premere un tasto per proseguire
```

Quando si preme un tasto, inizia la costruzione passo-passo per la determinazione della rete correttiva. Anzitutto vengono mostrati di nuovo, in verde, i diagrammi di Bode del sistema non corretto. Premendo invio, vengono aggiunti in giallo sulla stessa figura i diagrammi asintotici corrispondenti all'intervallo in cui viene ricercata la rete, quindi, premendo ancora invio, in celeste i diagrammi della rete ottenuta, e infine, premendo di nuovo invio, in magenta quelli del sistema complessivo corretto, con una retta verticale, pure in magenta, che indica il margine di fase ottenuto. A questo punto lo schermo appare come in Fig. 35.

Quando si preme il tasto di invio per uscire dai diagrammi di Bode, viene mostrata la risposta al gradino del sistema corretto per poter valutare il comportamento dinamico. In seguito viene mostrata anche la risposta al gradino dell'uscita della rete correttiva, per poter conoscere il valore di picco della variabile manipolabile, dovuto all'azione derivativa operata dalla rete anticipatrice.

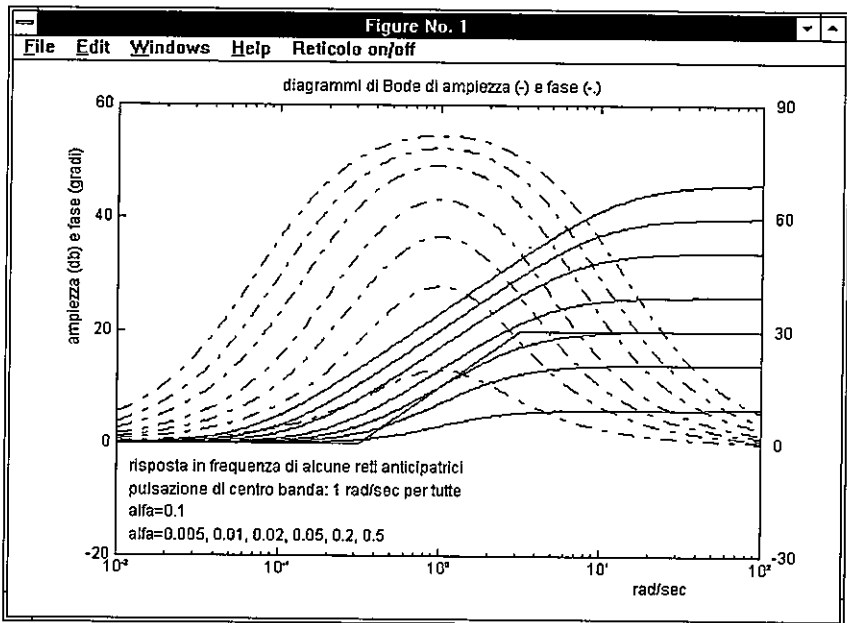


Fig. 34.

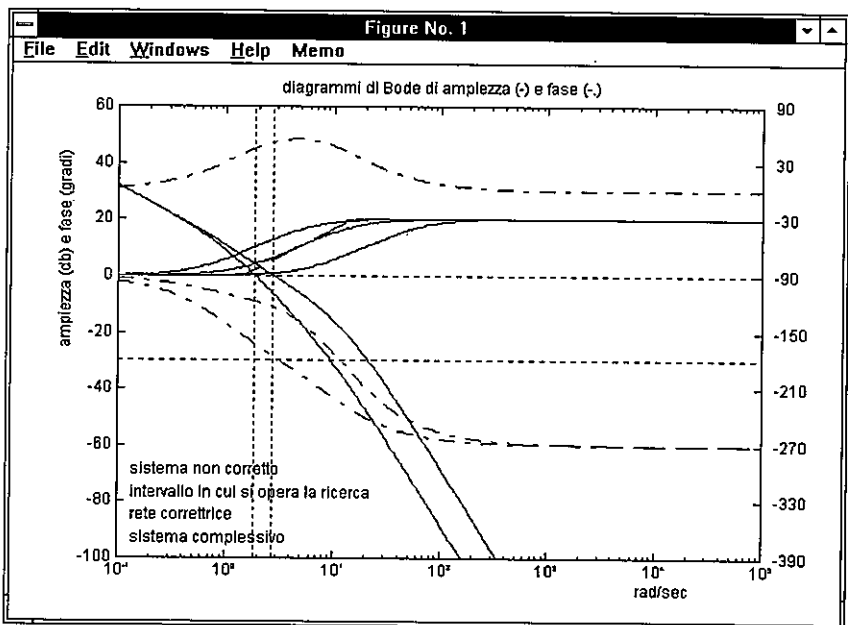


Fig. 35.

Premendo ancora il tasto di invio, su Command Window appare:

```
colore di riferimento: g ; f.d.t. del sistema controllato: gi
100 passi di ricerca di tau nell'intervallo scelto:
margine di fase massimo trovato al passo: 46

margine di fase senza rete correttrice: 17.68
margine di fase con rete correttrice : 56.13

la rete correttrice ottenuta:
alfa = 0.09772 , tau = 0.69 sec

si puo' cambiare alfa; verra' determinato il tau
corrispondente al margine di fase richiesto

specificare alfa (min 0.005, max 0.3909), invio per uscire :
```

Si suppone che le risposte al gradino ottenute non siano soddisfacenti e si decide di procedere con un secondo tentativo. La diminuzione del valore di alfa di regola produce un margine di fase più elevato, quindi una diminuzione della massima sovraelongazione nella risposta al gradino. Scegliamo per alfa il nuovo valore 0.06. Viene ripetuta la costruzione e vengono mostrati i corrispondenti diagrammi di Bode. Le risposte al gradino relative ai vari tentativi sono mostrate insieme in colori diversi nella sequenza: *g, r, c, y, m, b, w o k* (il numero massimo di tentativi è sette), in modo che gli effetti delle diverse scelte siano facilmente confrontabili. Premendo il tasto di invio si ritorna a Command Window, ove il risultato ottenuto viene visualizzato come:

```
colore di riferimento: r ; f.d.t. del sistema controllato: gi
100 passi di ricerca di tau nell'intervallo scelto:
margine di fase massimo trovato al passo: 44

margine di fase senza rete correttrice: 17.68
margine di fase con rete correttrice : 60.31

la rete correttrice ottenuta:
alfa = 0.06 , tau = 0.7642 sec

si puo' cambiare alfa; verra' determinato il tau
corrispondente al margine di fase richiesto

specificare alfa (min 0.005, max 0.3909), invio per uscire :
```

Nelle Figg. 36 e 37 sono riportate le risposte al gradino del sistema in retroazione considerato corrispondenti ai due tentativi finora eseguiti; i colori dei grafici sono il verde e il rosso. Nella barra degli strumenti delle due figure, i comandi **Memo**, **Asse tempi** e **Reticolo on/off** consentono di visualizzare i parametri della rete determinata, di cambiare l'asse dei tempi e di inserire o rimuovere il reticolo.

Poiché la massima sovralongazione e il margine di fase risultano soddisfacenti, si decide di uscire. Appare quanto segue:

scegliere la funzione specificandone il colore :

Quando si invia *r* (il colore delle risposte al gradino del secondo tentativo), su Command Window appare:

LA RETE CORRETRRICE OTTENUTA :

alfa = 0.06 , tau = 0.7642 sec

$$g_j = \frac{16.67 (s + 1.308)}{(s + 21.81)}$$

Naturalmente la funzione di trasferimento $g_j(s)$ viene anche memorizzata sul disco rigido.

NOTA:

- Come ricordato nel precedente paragrafo *Richiami*, una sola rete anticipatrice potrebbe non essere sufficiente qualora il margine di fase del sistema non corretto fosse lontano dal valore desiderato. Se questo è negativo, prima della richiesta del margine di fase per il primo tentativo viene visualizzato il seguente messaggio di avvertimento, seguito dall'opzione di uscita:

attenzione: margine di fase negativo - in questo caso si puo' usare una rete a ritardo o due o piu' reti ad anticipo, richiamando questo stesso programma due o piu' volte

volete proseguire ? (1/0) : 1

specificare il margine di fase voluto :

e la procedura di progetto sopra descritta viene avviata. Se alla fine del primo tentativo si ottiene ancora un margine di fase negativo, le risposte al gradino non vengono mostrate.

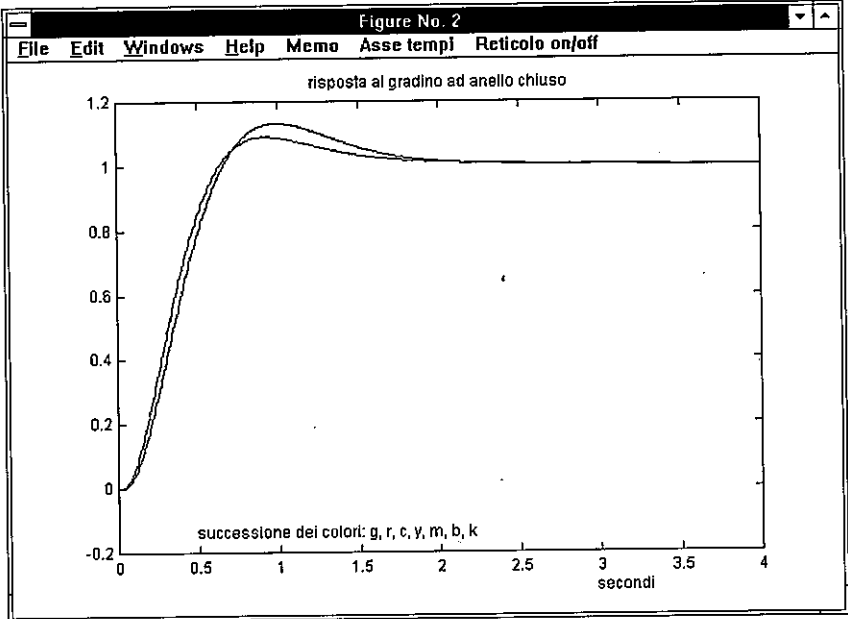


Fig. 36.

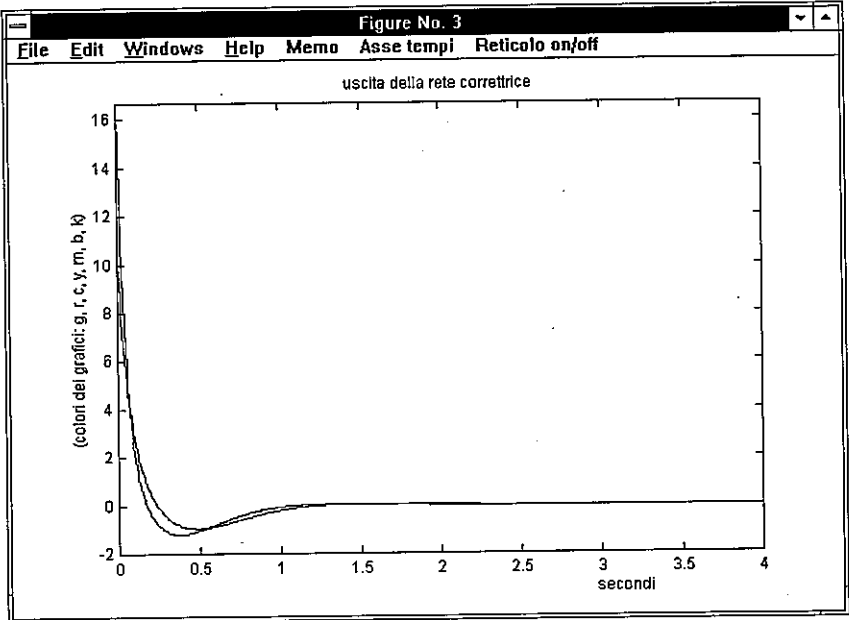


Fig. 37.

> makeleg ↵

crea una legenda nell' ultima figura generata da un' applicazione grafica di TFI. In Matlab 4, dove la legenda è spesso coperta dal reticolo o altre linee spurie, specie quando è stata spostata con il mouse, il comando "makeleg" può essere impiegato anche per pulire una legenda già presente nell' ultima figura.

Modalità d' uso

Quando la legenda nelle figure non è abilitata in modo permanente mediante la relativa opzione disponibile con il comando "startint", è possibile ottenerla con "makeleg", comando che può essere inviato quando si esce dall' applicazione e la figura generata viene ridotta a dimensione *small* e disposta nell' angolo superiore destro dello schermo. La figura viene selezionata, mostrata a piena grandezza e la legenda vi viene aggiunta. La figura viene ridotta di nuovo a *small* quando si preme il tasto di invio.

Se la figura attualmente selezionata (ad es., la figura n. 1) non è l' ultima generata (ad es., la figura n. 3) appare il messaggio:

```
**** errore: si deve selezionare la figura 3
```

e la legenda non viene aggiunta alla figura, mentre se la figura è l' ultima generata, ma da un' applicazione che non prevede la legenda, appare quanto segue:

```
**** in questo caso la legenda non e' disponibile
```

La legenda è disponibile sia in Matlab 4 che in Matlab 5, ma con aspetto e comportamento leggermente diversi.

> nlsim, gi, gj, gk, gw ↵

fornisce la simulazione di un anello in cui $g_i(s)$ è la funzione di trasferimento di un blocco lineare compreso fra la giunzione sommatrice e un blocco non lineare NL , $g_j(s)$ quella di un blocco lineare fra NL e l'uscita, $g_k(s)$ quella del collegamento di retroazione, mentre $g_w(s)$ è la trasformata di Laplace del segnale di riferimento. Di regola $g_i(s)$ è la funzione di trasferimento del regolatore e $g_j(s)$ quella del sistema controllato. Come $g_i(s)$ o $g_k(s)$ viene accettato anche qualunque numero reale positivo (tipicamente 1).

Richiami

In Fig. 38 è rappresentato lo schema a blocchi del sistema considerato. L'*esosistema* Σ_e è descritto da $g_w(s)$, il che significa che il riferimento y_e è dato dall'antitrasformata di Laplace della funzione razionale $g_w(s)$, mentre il *regolatore* Σ_r è descritto dalla funzione di trasferimento $g_i(s)$, il *sistema controllato* Σ_p da $g_j(s)$ e il *collegamento di retroazione* Σ_f da $g_k(s)$.

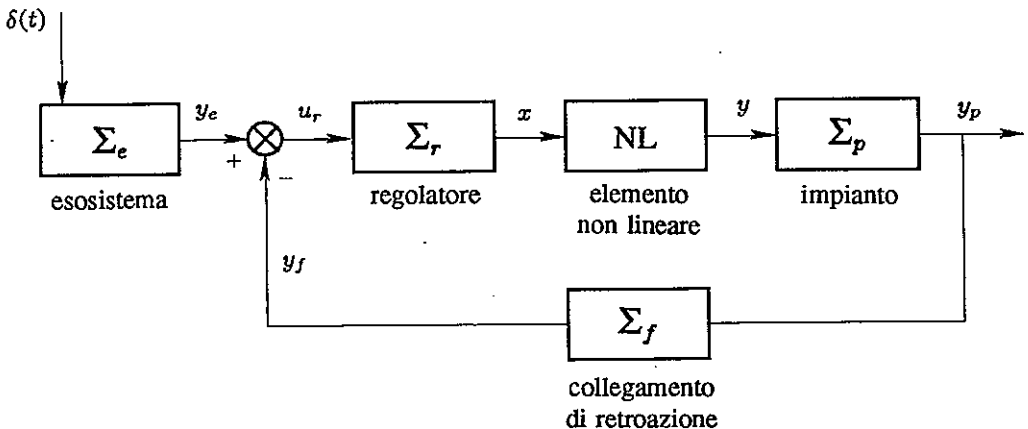


Fig. 38. Il sistema in retroazione considerato.

L'*elemento non lineare* NL può essere scelto in modo interattivo fra i seguenti tipi standard:

- 1 - saturazione
- 2 - soglia
- 3 - saturazione con soglia

- 4 - qualunque nonlinearity interpolata linearmente
- 5 - relè ideale
- 6 - relè con soglia
- 7 - relè con isteresi
- 8 - gioco

Ogni tipo, dopo la scelta, viene completamente definito specificando i valori di alcuni parametri, richiesti in interattivo. Si veda il paragrafo *Richiami* dell' applicazione *descrf* per maggiori informazioni.

Il sistema complessivo è mostrato in Fig. 38. La parte lineare è rappresentata dal modello nello spazio degli stati

$$\dot{\eta}(t) = A \eta(t) + b y(t), \quad \eta(0) = \eta_0, \quad (14)$$

$$x(t) = c \eta(t), \quad (15)$$

in cui η_0 indica lo stato iniziale (dovuto all' impulso di Dirac), $x(t)$ e $y(t)$ l' ingresso e l' uscita di *NL*, che sono un' uscita e l' ingresso della parte lineare.

Le matrici A , b e c si ottengono componendo quelle corrispondenti alle descrizioni nello spazio degli stati dei quattro blocchi lineari di Fig. 38, che per il sistema controllato, il collegamento di retroazione, il regolatore e l' esosistema sono rispettivamente

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + b_p u_p(t), & \dot{x}_f(t) &= A_f x_f(t) + b_f u_f(t), \\ y_p(t) &= c_p x_p(t); & y_f(t) &= c_f x_f(t) + d_f u_f(t); \\ \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + b_r u_r(t), & \dot{x}_e(t) &= A_e x_e(t) + b_e u_e(t), \\ y_r(t) &= c_r x_r(t) + d_r u_r(t); & y_e(t) &= c_e x_e(t); \end{aligned} \quad (16)$$

dove si ha, evidentemente, $u_p(t) = y(t)$. L' equazione che rappresenta il collegamento dato dalla giunzione sommannte è

$$\begin{aligned} u_r(t) &= y_e(t) - y_f(t) \\ &= c_e x_e(t) - c_f x_f(t) - d_f u_f(t) = c_e x_e(t) - c_f x_f(t) - d_f c_p x_p(t), \end{aligned}$$

cosicché, per sostituzione, l' uscita $x(t) = y_r(t)$ si ottiene come

$$x(t) = c_r x_r(t) + d_r u_r(t) = c_r x_r(t) - d_r c_e x_e(t) - d_r c_f x_f(t) - d_r d_f c_p x_p(t). \quad (17)$$

Mettendo in conto altre semplici equazioni di collegamento, si ottiene il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + b_p y(t), \\
 \dot{x}_f(t) &= A_f x_f(t) + b_f c_p x_p(t), \\
 \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + b_r c_e x_e(t) - b_r c_f x_f(t) - b_r d_f c_p x_p(t), \\
 \dot{x}_e(t) &= A_e x_e(t) + b_e \delta(t),
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

che, insieme alla (17), descrivono completamente la parte lineare del sistema. Segue che le matrici presenti in (14) sono definite, in termini di quelle dei sottosistemi lineari collegati fra loro, da

$$\eta = \begin{bmatrix} x_p \\ x_f \\ x_r \\ x_e \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} A_p & O & O & O \\ b_f c_p & A_f & O & O \\ -b_r d_f c_p & -b_r c_f & A_r & b_r c_e \\ O & O & O & A_e \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_p \\ o \\ o \\ o \end{bmatrix}, \quad \eta_0 = \begin{bmatrix} o \\ o \\ o \\ b_e \end{bmatrix},$$

$$c = [-d_r d_f c_p \quad -d_r c_f \quad c_r \quad d_r c_e].$$

Supponendo che l'elemento *NL* sia descritto da una funzione algebrica generica $y(t)=f(x(t))$, la soluzione del sistema complessivo si può ottenere risolvendo passo passo il corrispondente sistema a tempo discreto

$$\begin{aligned}
 \eta(k+1) &= A_d \eta(k) + b_d y(k), \quad \eta(0) = \eta_0, \\
 x(k) &= c \eta(k), \\
 y(k) &= f(x(k)).
 \end{aligned}$$

Sia Δt il passo di discretizzazione scelto. La matrice A_d e il vettore riga b_d vengono dedotti da

$$e^{\hat{A} \Delta t} = \begin{bmatrix} A_d & b_d \\ o & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{con } \hat{A} := \begin{bmatrix} A & b \\ o & 0 \end{bmatrix}.$$

Gli altri segnali presenti nei grafici, cioè il riferimento (l'uscita dell'esosistema) e l'uscita del sistema controllato, si possono dedurre come funzioni lineari delle variabili di stato del precedente sistema a tempo discreto, con le relazioni

$$\begin{aligned}
 y_e(k) &= [o \quad o \quad o \quad c_e] \eta(k), \\
 y_p(k) &= [c_p \quad o \quad o \quad o] \eta(k).
 \end{aligned}$$

Modalità d'uso ed esempi

Siano

$$g_i(s) = \frac{10(s + 1.413)}{s + 14.13}, \quad g_j(s) = \frac{40}{s(s + 1)(s + 10)}$$

le funzioni di trasferimento del regolatore e del sistema controllato di Fig. 38, e

$$step(s) = \frac{5}{s}$$

la trasformata di Laplace del riferimento, cioè la funzione di trasferimento dell'esosistema Σ_e . Il comando "nlsim,gi,gj,1,step" produce in primo luogo una figura *medium* con lo schema a blocchi cui ci si riferisce e, su Command Window, il messaggio:

**** premere invio per proseguire

Quando il tasto di invio viene premuto, appare quanto segue:

Scegliere l'elemento non lineare :

- 1 - saturazione
- 2 - soglia
- 3 - saturazione con soglia
- 4 - qualunque nonlinearity interpolata linearmente
- 5 - rele' ideale
- 6 - rele' con soglia
- 7 - rele' con isteresi
- 8 - gioco

operare una scelta (premere invio per uscire) :

Se, ad esempio, viene specificata l'opzione 5 (relè ideale), i relativi parametri vengono richiesti e comunicati in interattivo come segue:

punto di discontinuità sull'asse x (default 0) :

livelli di saturazione [Y1 Y2] : [-1 1]

A questo punto viene mostrata una figura di dimensione *medium* con la caratteristica ingresso-uscita di *NL*, mentre il messaggio:

**** premere invio per proseguire

viene di nuovo visualizzato su Command Window.

Quando il tasto di invio viene premuto, si ottiene per qualche tempo il messaggio:

```
**** elaborazione in corso ... attendere, prego
```

e il risultato della simulazione viene mostrato nella finestra grafica corrente. Esso è costituito da più grafici con gli andamenti nel tempo dell'ingresso di riferimento, dell'uscita del sistema controllato, dell'ingresso dell'elemento non lineare e dell'uscita dello stesso elemento (vedi Fig. 39).

Quando si preme di nuovo il tasto di invio, appare il seguente menu:

MENU :

- 1 - cambiare gli assi di riferimento
- 2 - inserire reticolo
- 3 - ingresso di riferimento e uscita complessiva
- 4 - ingresso ed uscita dell'elemento non lineare
- 5 - tutti i grafici
- 6 - rivedere la figura
- 7 - cambiare i colori

Oltre il consueto cambiamento di assi e l'inserimento del reticolo, esso rende possibile la riduzione del numero dei grafici presenti nella figura e il cambiamento dei colori.

La Fig. 40 si riferisce ad un altro esempio, in cui il regolatore e il sistema controllato sono gli stessi, mentre il segnale di riferimento è la funzione seno con trasformata di Laplace

$$\text{sine}(s) = \frac{0.5}{(s^2 + 0.01)}$$

e viene scelta l'opzione 6 per l'elemento non lineare (relè con soglia). In questo caso la richiesta in interattivo (riportata con la corrispondente risposta) è:

```
punti di discontinuita' in x [X1 X2] : [-.1 .1]
```

```
i tre livelli dell'uscita [Y1 Y2 Y3] : [-1 0 1]
```

```
**** premere invio per proseguire
```

Nel seguito il programma si svolge come nel caso precedente.

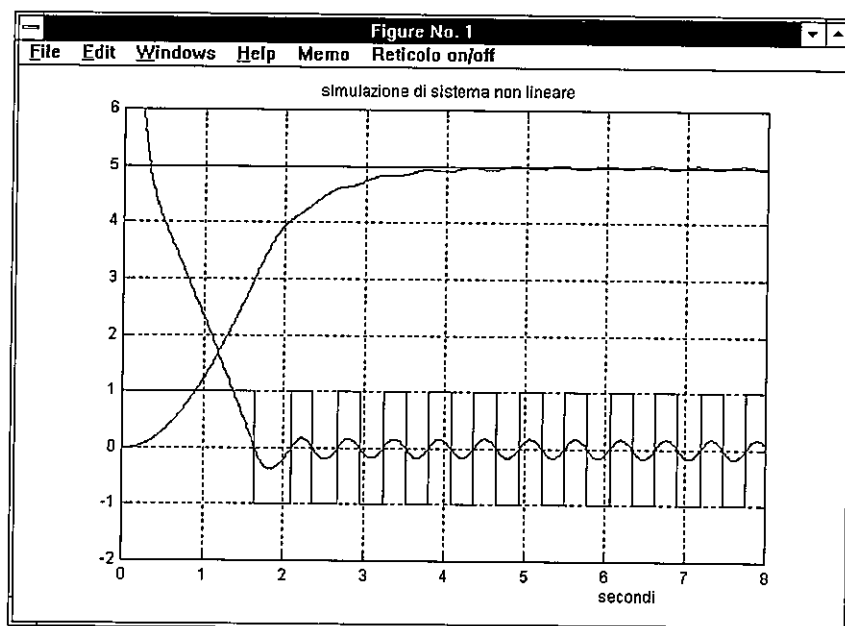


Fig. 39.

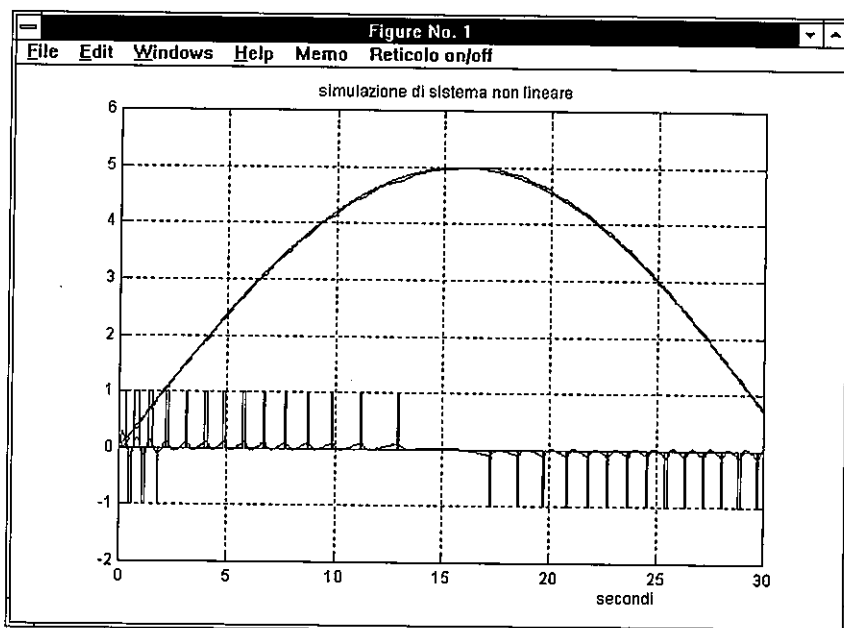


Fig. 40.

> perftra, gi, gj, gk, gw ↵

fornisce una procedura completa per il progetto di un compensatore ad azione in avanti per l'inseguimento perfetto nei sistemi in retroazione digitali; $g_i(z)$ (ingresso) è la funzione di trasferimento del regolatore, $g_j(z)$ (ingresso) quella del sistema controllato, mentre $g_k(z)$ e $g_w(z)$ (uscite) sono quelle delle due unità di cui è composto il compensatore. La prima di esse è un ritardo puro, che rappresenta il tempo di preconoscenza necessario per l'inseguimento perfetto, mentre la seconda è un elemento ad azione in avanti verso l'ingresso del sistema controllato.

Richiami

Il compensatore utilizzato è rappresentato in Fig. 41. Lo scopo di *perftra* è la determinazione del ritardo $G_k(z)$ e del compensatore $G_w(z)$ che realizzano l'inseguimento quasi perfetto da parte dell'uscita y di un riferimento r mediante l'invio di un segnale di *preazione* u_c all'ingresso del sistema controllato.

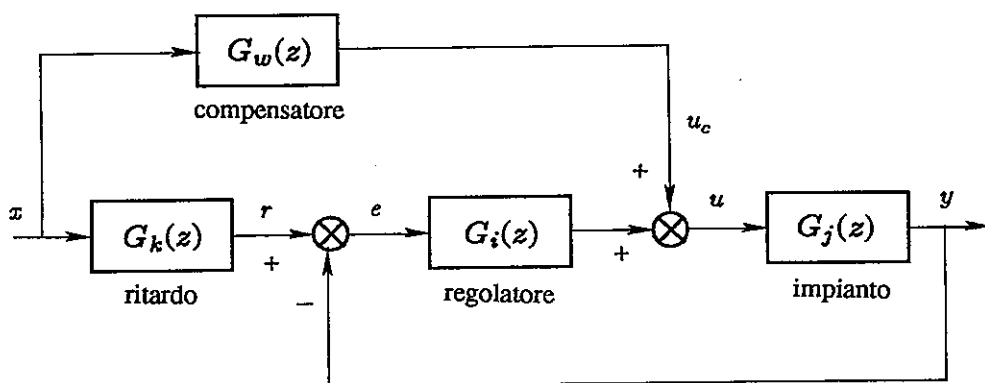


Fig. 41. Il collegamento del compensatore ad azione in avanti.

La funzione di trasferimento del sistema controllato viene posta nella forma

$$G_j(z) = \frac{P(z)}{z^k Q(z)}, \quad (19)$$

in cui si assume che $P(z)$ abbia lo stesso grado di $Q(z)$. Ciò si ottiene aggiungendo un numero opportuno di zeri e poli nell'origine e includendo i poli aggiunti nel fattore z^k , in cui k è detto *grado relativo del sistema controllato*.

Se il sistema controllato fosse invertibile, cioè con tutti gli zeri di modulo strettamente inferiore ad uno, l'inseguimento perfetto si potrebbe ottenere assumendo, nello schema di Fig. 41,

$$G_k(z) = \frac{1}{z^k}, \quad G_w(z) = \frac{Q(z)}{P(z)}. \quad (20)$$

Pertanto, in questo caso particolare, i tempi di preconsocenza e di preazione sarebbero di un numero di campioni uguale al grado relativo k e la funzione di trasferimento dell'unità in avanti coinciderebbe semplicemente con l'inverso del fattore di grado relativo nullo $P(z)/Q(z)$ della funzione di trasferimento del sistema controllato. Purtroppo nella maggior parte dei casi il sistema non è invertibile. Zeri instabili sono spesso presenti nella sua funzione di trasferimento a tempo discreto, introdotti dal processo di campionamento con tenuta di ordine zero o uno, anche se il corrispondente modello a tempo continuo è a fase minima. La procedura di progetto del ritardo e del compensatore nel caso in cui il sistema abbia alcuni zeri con modulo maggiore di uno può essere meglio compresa riferendosi allo schema a blocchi di Fig. 42. La sola ipotesi è che il sistema controllato non abbia zeri con modulo strettamente unitario.

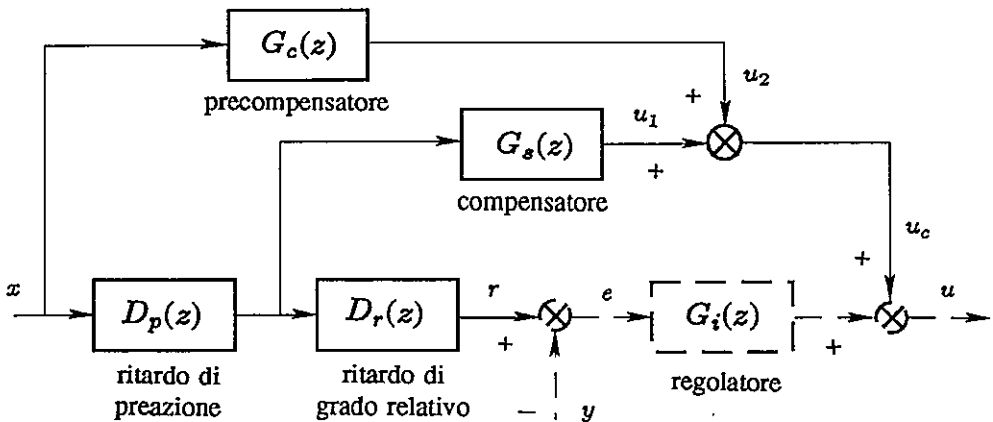


Fig. 42. Schema a blocchi più dettagliato del dispositivo.

Si suppone che $P(z)$ sia monico (tale ipotesi non lede la generalità, ma implica solo che in generale $Q(z)$ non lo sia), cosicché si può univocamente fattorizzare come $P(z) = P^+(z)P^-(z)$, con $P^-(z)$ e $P^+(z)$ con tutte le radici rispettivamente di modulo strettamente minore di uno e strettamente maggiore di uno.

Si consideri la scomposizione

$$\frac{Q(z)}{P(z)} = \frac{A(z)}{P^-(z)} + \frac{B(z)}{P^+(z)}, \quad (21)$$

che si può ottenere applicando lo sviluppo in somma di fratti semplici al rapporto di polinomi strettamente proprio $Q(z)/(zP(z))$, moltiplicando poi per z ambo i membri dell'eguaglianza così ottenuta ed infine raccogliendo opportunamente i termini a secondo membro. Si noti che $B(z)$ ha sempre una radice nulla, cioè che esiste un polinomio $B_1(z)$ tale che $B(z) = zB_1(z)$, dato che il fattore z introdotto al secondo passo della precedente costruzione non può cancellarsi con un ugual fattore a denominatore (tutte le radici nulle di $P(z)$ convergono in $P^-(z)$).

Con riferimento alla Fig. 42, il ritardo di grado relativo e il compensatore sono definiti come

$$D_r(z) = \frac{1}{z^k}, \quad G_s(z) = \frac{A(z)}{P^-(z)}, \quad (22)$$

mentre l'azione del secondo termine a secondo membro della (21) viene sostituita da un'azione equivalente ottenuta con il ritrardo di preazione e il precompensatore.

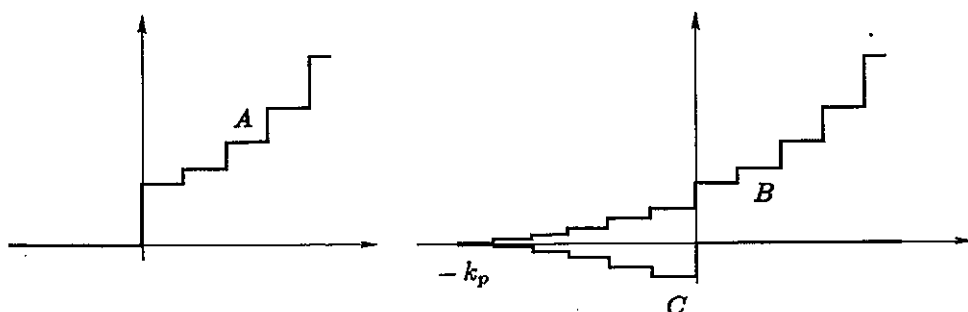


Fig. 43. Come si ottiene il segnale di preazione.

Infatti l'antitrasformata \mathcal{Z} di $B(z)/P^+(z)$, essendo strettamente instabile, appare come mostrato in Fig. 43, diagramma A. Essa è il segnale che, insieme all'antitrasformata \mathcal{Z} di $A(z)/P^-(z)$, dovrebbe essere applicato all'ingresso del sistema controllato in anticipo del grado relativo per ottenere l'inseguimento perfetto di un impulso unitario in $k=0$. Naturalmente ciò non è possibile in pratica, non essendo ammesso un segnale di ingresso illimitato.

Si noti tuttavia che, essendo

$$\frac{B(z)}{P^+(z)} \frac{P(z)}{z^k Q(z)} = \frac{z B_1(z) P^-(z)}{z^k Q(z)}, \quad (23)$$

la mancata applicazione di tale segnale equivale ad imporre al sistema controllato uno stato iniziale rappresentato dall'opposto del termine a secondo membro della (23). Infatti questo è una combinazione lineare dei modi del sistema controllato. Si immagini di prolungare a ritroso nel tempo il segnale A , ottenendo così quello indicato con B in Fig. 43, che inizia ad un istante negativo $-k_p$. Si noti che A è la somma di B e C , che è l'opposto di B per tempi negativi. La mancata applicazione di B equivale anch'essa ad imporre al sistema controllato uno stato iniziale, ma che tende a zero al crescere di k_p , e corrisponde quindi ad un transitorio trascurabile nel sistema complessivo in retroazione, stabile per ipotesi.

Pertanto il segnale C rappresenta la preazione che si deve applicare per l'inseguimento quasi perfetto di un impulso unitario. Naturalmente la preazione per un segnale di ingresso generico è la sua convoluzione con C . Una volta scelto un opportuno valore di k_p , il ritardo di preazione e il precompensatore sono definiti da

$$D_p(z) = \frac{1}{z^{k_p}}, \quad G_u(z) := \frac{g(k_p) z^{k_p-1} + \dots + g(2) z + g(1)}{z^{k_p-1}}, \quad (24)$$

in cui $g(k)$ è l'antitrasmformata \mathcal{Z} del rapporto di polinomi ottenuto sostituendo z^{-1} a z in $B(z)/P^+(z)$, che coincide con il segnale C di Fig. 43, considerato nella direzione opposta dell'asse dei tempi. Le relazioni (22) e (24) definiscono tutte le funzioni di trasferimento del dispositivo ad azione in avanti di Fig. 42. Le funzioni di trasferimento $G_d(z)$ e $G_c(z)$ dei blocchi di Fig. 41 si ricavano con i semplici passaggi

$$G_k(z) = D_p(z) D_r(z), \quad (25)$$

$$G_w(z) = G_u(z) + D_p(z) G_s(z). \quad (26)$$

Una stima della riduzione dell'errore di inseguimento prodotta dalla preazione può essere ottenuta come segue. Sia ρ il modulo della radice di $P^+(z)$ più vicina alla circonferenza di raggio unitario. Il fattore di riduzione dell'errore è dato approssimativamente dalla relazione

$$m(k_p) = \rho^{-k_p}, \quad (27)$$

che si può impiegare per dedurre un valore di primo tentativo di k_p .

Come conservare la robustezza dell'inseguimento asintotico

È noto che l'inseguimento asintotico di un gradino o di una rampa è perfetto se la funzione di trasferimento dell'anello di retroazione presenta un polo unitario o un polo doppio unitario, e che l'inseguimento asintotico perfetto si mantiene al variare di parametri purché si conservi la stabilità.

In alcuni casi, in particolare nel controllo del moto, uno dei poli unitari che assicurano l'inseguimento asintotico robusto appartiene alla funzione di trasferimento del sistema controllato, e gradini o rampe sono inseguiti asintoticamente se il regolatore è rispettivamente di tipo 0 o di tipo 1. Per mantenere questa proprietà, il segnale di correzione u_c generato dai compensatori deve tendere a zero quando il segnale di riferimento è un gradino, o ad una costante quando esso è una rampa. Ciò si ottiene con un semplice artificio: inviare agli ingressi del compensatore e del precompensatore la differenza prima del segnale di riferimento, data da

$$\Delta R(z) = \frac{z-1}{z} R(z), \quad (28)$$

e, contestualmente, moltiplicare per $z/(z-1)$ ambo i membri della (21) nel progetto del dispositivo, cosicché la radice unitaria di $Q(z)$ viene cancellata. Naturalmente questo metodo può essere esteso utilizzando per la correzione differenze di ordine superiore se il polo unitario del sistema controllato è multiplo.

Impiego di una sola unità ad azione in avanti

Si supponga che la funzione di trasferimento $G_i(z)$ del regolatore sia a fase minima e si consideri lo schema a blocchi di Fig. 44. La funzione di trasferimento $G_f(z)$ è data da

$$G_f(z) = G_k(z) + G_w(z) G_i^{-1}(z). \quad (29)$$

Se il grado relativo della funzione di trasferimento così ottenuta è negativo, si aggiunge un polo nell'origine di molteplicità opportuna. Ciò corrisponde semplicemente ad un aumento del tempo di preazione.

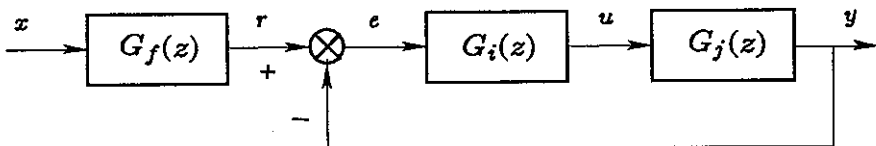


Fig. 44. Impiego di una sola unità ad azione in avanti.

Modalità d'uso ed esempi

Si consideri il sistema a tempo continuo a fase non minima

$$g(s) = \frac{-3(s-2)(s+4)}{(s+1)(s+2)(s+8)},$$

il cui equivalente a tempo discreto secondo la tenuta di ordine zero e con tempo di campionamento $T=0.2$ sec è

$$gj(z) = \frac{-0.2452(z-.454)(z-1.534)}{(z-.2019)(z-.6703)(z-.8187)},$$

e il regolatore di tipo 2

$$gi(z) = \frac{(z-.9)^2 + .05^2}{(z-1)^2}.$$

Il comando "perftra,gi,gj,gk,gw" produce in primo luogo una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema considerato e il messaggio:

**** premere invio per proseguire

Quando viene premuto il tasto di invio, si ottiene la richiesta:

informazioni sul metodo di progetto ? (1) :

Se si invia 1 si ottiene una breve descrizione della procedura impiegata nel programma per ottenere l'unità di compensazione ad azione in avanti per l'inseguimento perfetto, descrizione che non viene qui ripetuta perché riportata nel precedente paragrafo *Richiami*. Se la richiesta viene ignorata premendo il tasto di invio, su Command Window vengono visualizzate le funzioni di trasferimento del sistema controllato e del regolatore, seguite da informazioni sulla possibilità di impiegare una sola unità ad azione in avanti e sull'ordine della differenza che verrà inviata all'ingresso del compensatore per evitare errori a regime. Premendo ancora il tasto di invio si ottiene la disposizione dello schermo mostrata in Fig. 45, con una figura di dimensione *medium* con il diagramma logaritmico corrispondente alla relazione (27), che fornisce una stima della riduzione dell'errore in funzione del tempo di preazione.

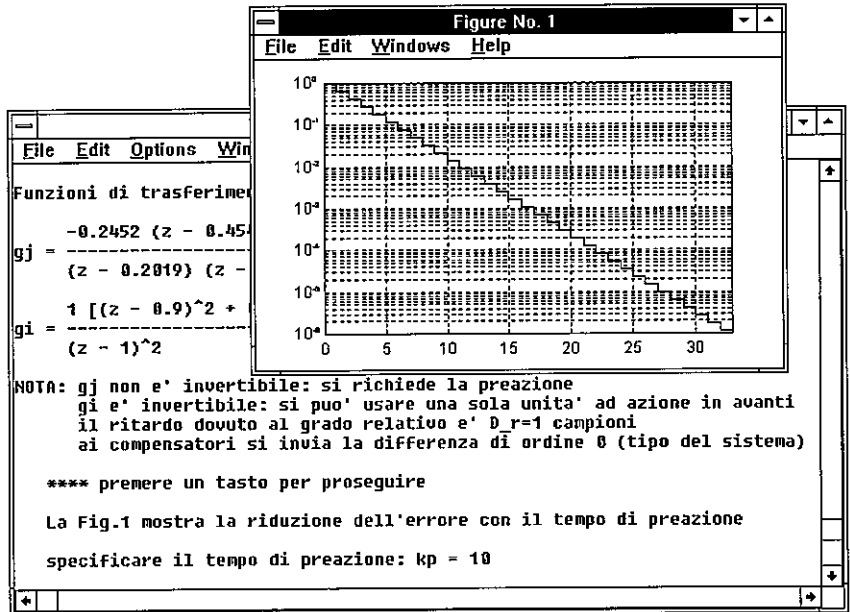


Fig. 45.

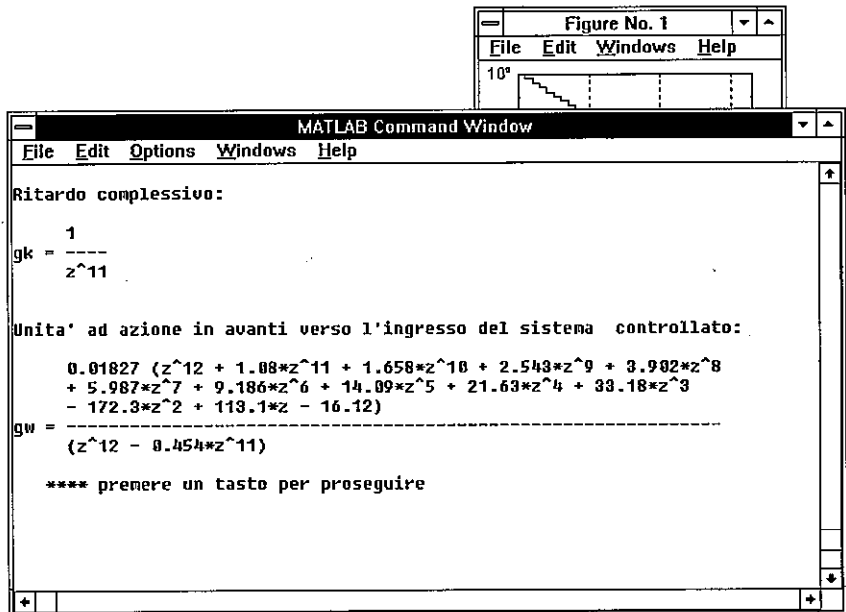


Fig. 46.

Contemporaneamente su Command Window appare la richiesta:

specificare il tempo di preazione: $k_p =$

Supponiamo di inviare il valore 10, corrispondente ad una riduzione dell'errore di circa due decadi. Le funzioni di trasferimento $D_r(z)$, $D_p(z)$, $G_s(z)$ e $G_u(z)$ dei blocchi mostrati in Fig. 42 vengono immediatamente calcolate e visualizzate. Quando si preme il tasto di invio, le funzioni di trasferimento $G_k(z)$ e $G_w(z)$ dello schema a blocchi di Fig. 41 vengono calcolate, visualizzate su Command Window come mostrato in Fig. 46, e salvate sul disco rigido con i nomi gk e gw specificati nella lista di chiamata.

Dato che in questo caso la funzione di trasferimento del regolatore è invertibile, si ottiene la richiesta:

una sola unita' ad azione in avanti ? (1) :

e, se si invia 1,

specificare un nome per la sua f.d.t. :

Si suppone di inviare il nome gf . La funzione di trasferimento viene calcolata in base alla (29), visualizzata su Command Window e salvata sul disco rigido.

L'efficacia della compensazione ad azione in avanti per l'inseguimento perfetto può essere verificata osservando la risposta del sistema a una funzione di ingresso standard. Viene visualizzata infatti la richiesta:

verificare il comportamento del sistema ? (1) :

e, se si invia 1, viene mostrato un profilo da inseguire e, quando si preme il tasto di invio, si ottiene l'ulteriore richiesta:

cambiare i parametri del profilo ? (1) :

che rende possibile l'avvio di una sessione interattiva per l'eventuale adattamento del profilo al particolare caso considerato. Dopo di ciò viene visualizzato il menu mostrato nella pagina seguente. Inviando 1 e 10 si ottengono i grafici mostrati in Fig. 47 (ingresso di riferimento e uscita del sistema controllato senza correzione), inviando 11 e 7 quelli di Fig. 48 (uscita del sistema controllato con correzione e segnale di correzione complessivo applicato all'ingresso del sistema controllato), mentre l'invio di 12 e 13 produce i grafici di Fig. 49 (errore di inseguimento senza e con correzione). L'errore di inseguimento appare ridotto nel rapporto 50:1.

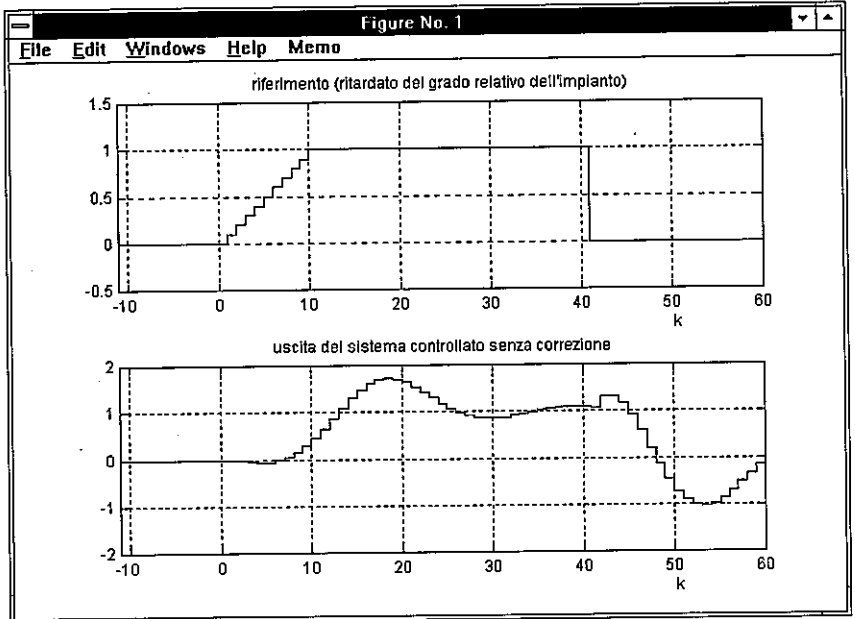


Fig. 47.

GRAFICI DISPONIBILI :

- 1 - riferimento (ritardato del grado relativo dell'impianto)
- 2 - pre-azione per un impulso della differenza scelta
- 3 - post-azione per un impulso della differenza scelta
- 4 - correzione per un impulso della differenza scelta
- 5 - pre-azione per l'intero riferimento
- 6 - post-azione per l'intero riferimento
- 7 - correzione per l'intero riferimento
- 8 - ingresso del sistema controllato senza correzione
- 9 - ingresso del sistema controllato con correzione
- 10 - uscita del sistema controllato senza correzione
- 11 - uscita del sistema controllato con correzione
- 12 - errore di inseguimento senza correzione
- 13 - errore di inseguimento con correzione
- 14 - definire una nuova finestra grafica

operare una scelta (premere invio per uscire) :

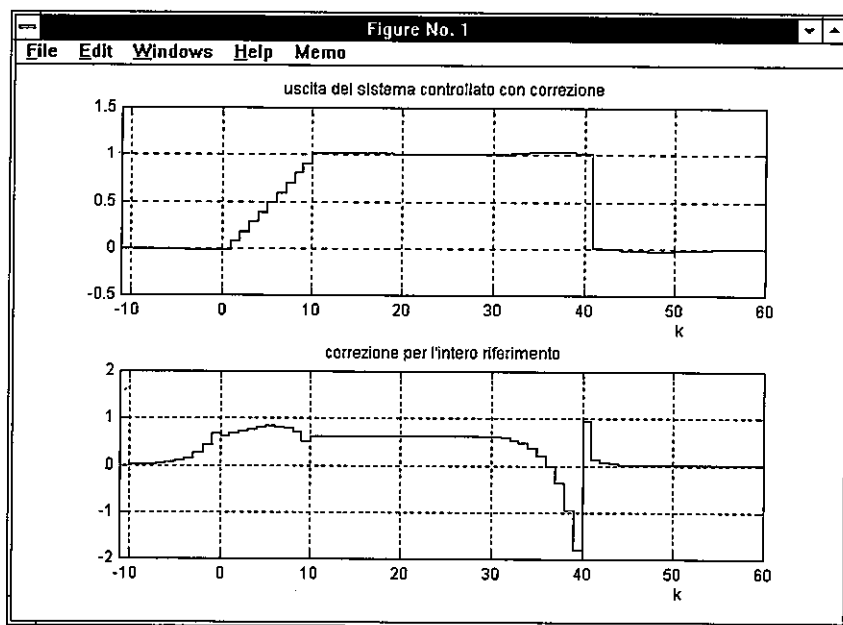


Fig. 48.

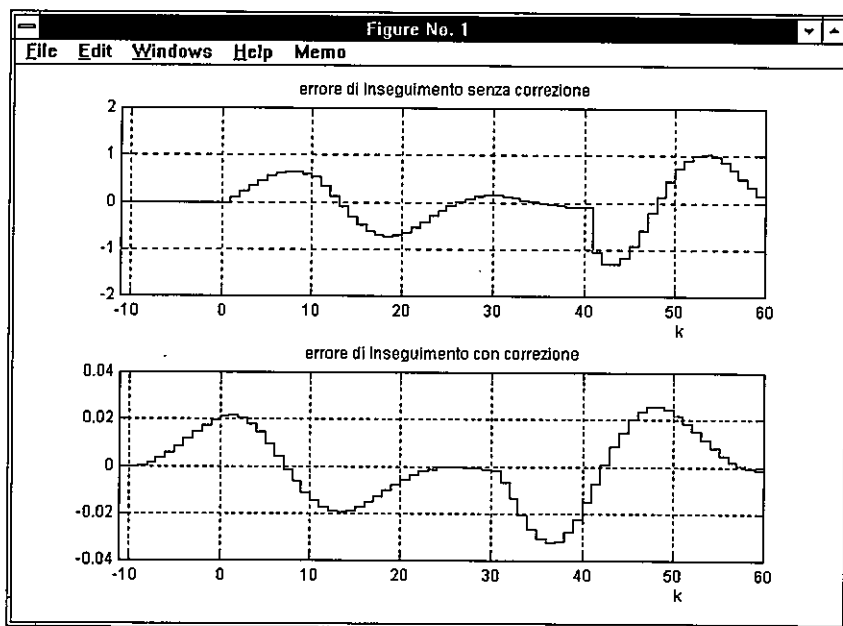


Fig. 49.

> pidc,gi,gj ↵

realizza il progetto per tentativi di un regolatore PID (proporzionale-integrale-derivativo) $gj(s)$ per il sistema controllato $gi(s)$ utilizzando i diagrammi di Bode. Si veda l'applicazione *pidnich* per il progetto con il diagramma di Nichols.

Richiami

La funzione di trasferimento di un regolatore standard di tipo PID è

$$G_j(s) = K_c \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right) = K_c \frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s},$$

dove K_c è il *guadagno* o *sensibilità proporzionale*, T_d la *costante di tempo dell'azione derivativa* e T_i la *costante di tempo dell'azione integrale*. Parametri importanti per il progetto sono

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{T_i T_d}} \quad \text{e} \quad \rho = \frac{T_i}{T_d},$$

detti rispettivamente *pulsazione di centro banda* e *rappporto delle costanti di tempo*.

Spesso l'azione derivativa viene inserita solo sul collegamento di retroazione, ad evitare azioni impulsive se il riferimento varia a gradino. Ciò equivale a dividere il regolatore in due unità separate, che sono l'*unità PI in avanti* con funzione di trasferimento

$$G_{jd}(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) = K_c \frac{T_i s + 1}{T_i s},$$

e l'*unità in retroazione* con funzione di trasferimento

$$G_{jf}(s) = \frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s + 1},$$

il cui prodotto dà la funzione di trasferimento originaria del regolatore PID.

In generale il regolatore PID non è consigliabile se il sistema controllato è di tipo 1, quindi con un'azione integrale intrinseca. In tal caso, dopo che l'utente, in interattivo, ha comunicato il suo assenso, il progetto viene eseguito per un *regolatore PD* e le precedenti funzioni di trasferimento vengono sostituite da

$$G_j(s) = K_c (1 + T_d s), \quad G_{jd}(s) = K_c, \quad G_{jf}(s) = 1 + T_d s.$$

Traendo vantaggio da questa possibilità, Il programma *pidc* può essere utilizzato anche per il progetto di regolatori PI. Infatti, se in luogo di $gi(s)$ si introduce $gi(s)/s$, si ottiene il progetto di un regolatore PD con funzione di trasferimento $K_c(1+T_d s)$. Si verifica facilmente che questo equivale, per il sistema controllato originario $gi(s)$, ad un regolatore PI definito da $K'_c=K_c T_d$ e $T'_i=T_d$.

Il programma adotta la seguente procedura di progetto:

- 1) vengono determinati e visualizzati il margine di fase del sistema controllato φ_m e la corrispondente pulsazione ω_m ;
- 2) dopo che l'utente ha introdotto il margine di fase richiesto φ_d , nella risposta in frequenza del sistema controllato viene determinata la pulsazione corrispondente all'angolo di fase di $-180+\varphi_d$ gradi.
- 3) questa viene assunta come pulsazione di centro banda del regolatore, mentre per il primo tentativo il valore di $\rho = T_i/T_d$ viene posto uguale a 4, cosicchè T_d e T_i vengono entrambe determinate, per cui la funzione di trasferimento del regolatore è nota a meno di K_c (anche se nel caso di un regolatore PD).
- 4) il margine di fase desiderato φ_d per il sistema complessivo si ottiene scegliendo opportunamente K_c ; a questo punto vengono mostrate le risposte al gradino (uscita complessiva e uscita del regolatore) del sistema in retroazione;
- 5) se tali risposte non risultano soddisfacenti, la procedura di progetto viene ripetuta a partire dal passo 3 con valori diversi di T_i e T_d (solo T_d se il sistema controllato è di tipo 1), specificati dall'utente in interattivo.

Si noti che nel procedimento di sintesi descritto il valore del margine di fase introdotto all'inizio non solo influisce sui valori di T_d e T_i scelti automaticamente per il primo tentativo, ma viene effettivamente imposto al passo 4. Segue che, se il risultato non è soddisfacente dopo alcuni tentativi con diversi valori delle costanti di tempo, è necessario ripetere la chiamata di *pidc* specificando un diverso valore del margine di fase, a differenza di *leadc*, in cui il risultato è indipendente dal margine di fase specificato all'inizio, dato che ad ogni tentativo viene conseguito il massimo margine di fase ottenibile.

L'impiego del programma *pidc* è limitato a sistemi di tipo 0 o 1, dato che sistemi di tipo 2 o più non sono comuni nelle applicazioni industriali dei regolatori a parametri regolabili. Se questa limitazione viene ignorata si ottiene il messaggio:

```
**** il programma pidc si applica solo a sistemi di tipo 0 o 1
```

e si esce dal programma.

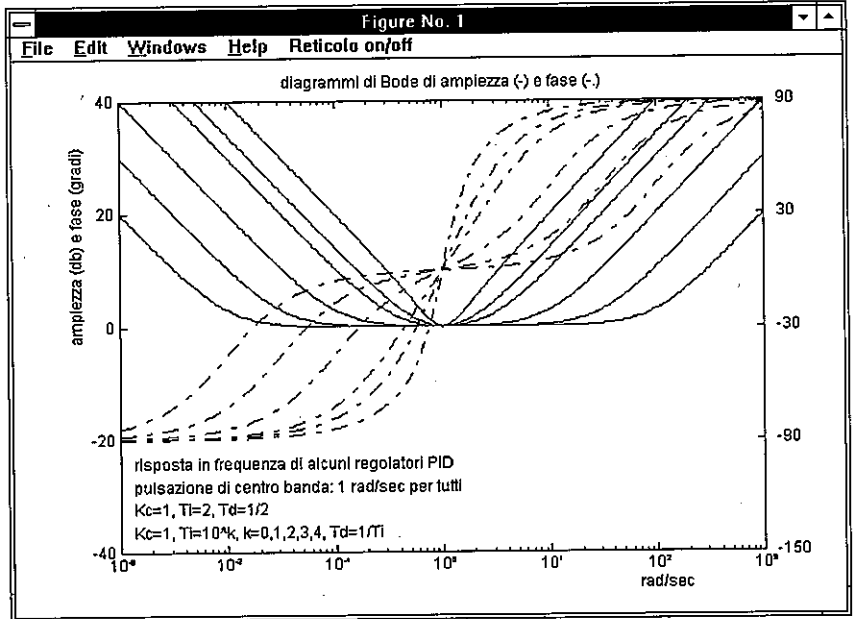


Fig. 50.

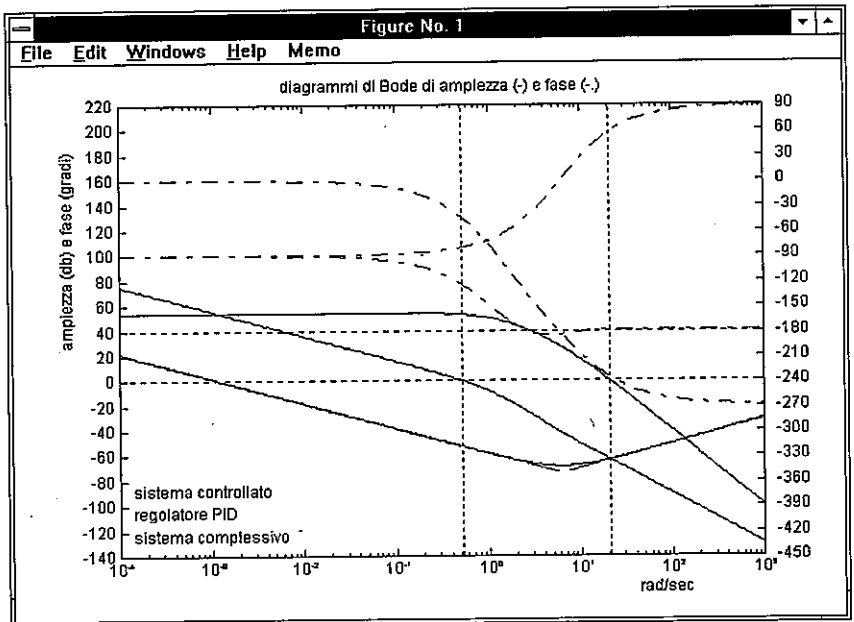


Fig. 51.

Modalità d'uso ed esempi

Si consideri la funzione di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{10000}{(s+1)(s+2)(s+10)}$$

Il comando "pidc,gi,gj" in primo luogo produce una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema cui ci si riferisce e il messaggio:

```
**** premere invio per proseguire
```

Quando viene premuto il tasto di invio, appare la richiesta:

```
informazioni sul progetto dei regolatori PID ? (1) :
```

Se si invia 1 si ottiene una breve descrizione della procedura impiegata nel programma per il progetto dei regolatori PID, che non viene qui ripetuta perché riportata nel precedente paragrafo *Richiami*. Durante questa descrizione viene generata la figura a piena grandezza con i diagrammi di Bode di alcuni regolatori PID mostrata in Fig. 50. Se la richiesta viene ignorata premendo il tasto di invio, vengono tracciati i diagrammi di Bode di $g_i(s)$ con le linee di riferimento per i margini di ampiezza (in blu) e di fase (in rosso). I valori numerici dei margini sono visualizzati entro il riquadro dei diagrammi. Premendo ancora il tasto di invio si ritorna a Command Window dove appare il messaggio:

```
margini di fase senza correzione: -56.04 gradi
    alla pulsazione: 20.78 rad/sec
```

```
specificare il margine di fase voluto : 55
```

Si è introdotto un margine di fase di 55 gradi per il primo gruppo di tentativi. Anzitutto vengono mostrati di nuovo, in verde, i diagrammi di Bode del sistema non corretto. Quando si preme il tasto di invio, vengono aggiunti, in celeste, quelli del regolatore ottenuto e infine, premendo di nuovo invio, in magenta quelli del sistema complessivo corretto, con una retta verticale, pure in magenta, che indica il margine di fase ottenuto. A questo punto lo schermo appare come in Fig. 51. Quando si preme il tasto di invio per uscire dai diagrammi di Bode così ottenuti, viene mostrata la risposta al gradino del sistema complessivo per poterne valutare il comportamento dinamico. In seguito viene mostrata anche la risposta all'uscita del regolatore, per poter conoscere anche il valore di picco della variabile manipolabile.

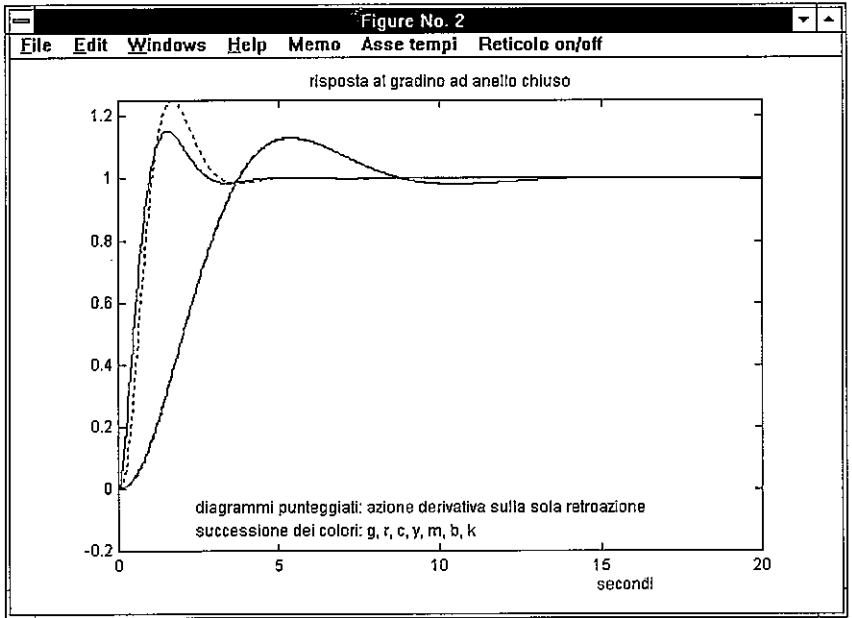


Fig. 52.

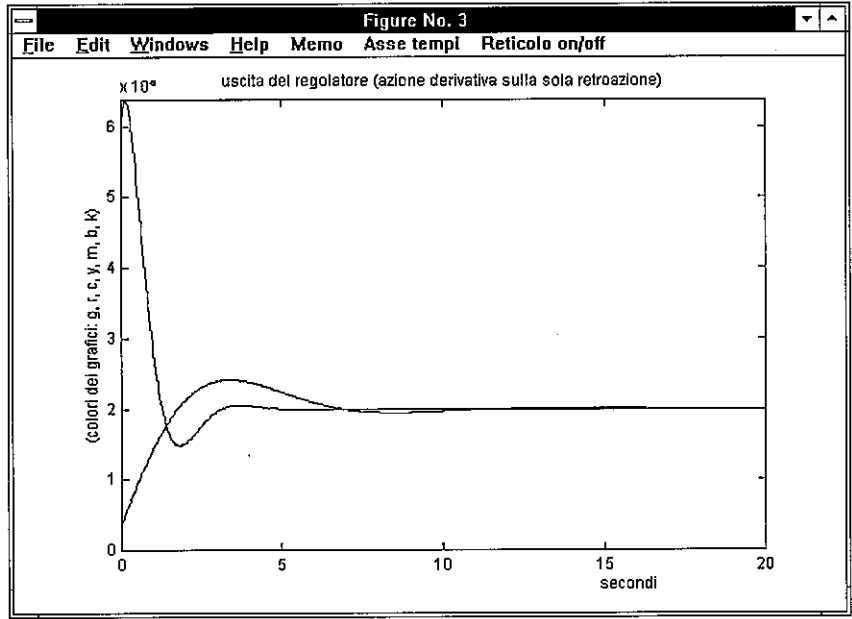


Fig. 53.

Quando si preme di nuovo il tasto di invio, su Command Window appare:

colore di riferimento: g ; f.d.t. del sistema controllato : gi

il regolatore ottenuto:

Kc = 0.000379

Ti = 0.321

Td = 0.08026

desiderate cambiare il regolatore ? (1/0) :

Supponendo che le risposte al gradino ottenute non siano soddisfacenti, si decide di procedere con un secondo tentativo, inviando 1. In seguito a tale scelta si ottiene:

potete cambiare i valori di Ti e/o Td

Kc sara' determinato per avere il margine di fase richiesto

specificare un nuovo valore di Ti o premere invio

Ti = 1

specificare un nuovo valore di Td o premere invio

Td = .2

Viene ripetuta la costruzione e vengono mostrati i corrispondenti diagrammi di Bode. Le risposte al gradino relative ai successivi tentativi sono mostrate insieme in colori diversi nella sequenza: g, r, c, y, m, b, w o k (il numero massimo di tentativi è sette), in modo che gli effetti delle diverse scelte siano facilmente confrontabili. Nelle Figg. 52 e 53 sono mostrate le risposte al gradino del sistema in retroazione considerato corrispondenti ai due tentativi finora eseguiti. Quando si ritorna a Command Window premendo il tasto di invio, si ottiene:

colore di riferimento: r ; f.d.t. del sistema controllato : gi

il regolatore ottenuto:

Kc = 0.006065

Ti = 1

Td = 0.2

desiderate cambiare il regolatore ? (1/0) :

Poiché l'andamento della risposta al gradino in questo caso risulta soddisfacente, si decide di uscire. Inviando 0 si ottiene:

scegliere la funzione specificandone il colore :

pidc

Quando si invia *r* (il colore delle risposte al gradino del secondo tentativo), si ottiene:

IL REGOLATORE OTTENUTO :

$K_c = 0.006065$, $T_i = 1$, $T_d = 0.2$

$$g_j = \frac{0.001213 (s^2 + 5s + 5)}{s}$$

azione derivativa sulla sola retroazione ? (1) :

Tale richiesta consente la fattorizzazione della funzione di trasferimento del regolatore in un'unità in avanti senza l'azione derivativa e un'unità in retroazione, al fine di evitare forti perturbazioni dovute a cambiamenti repentini dell'ingresso di riferimento. Se si invia 1 appare quanto segue:

specificare il nome della f.d.t. in avanti : gf

specificare il nome della f.d.t. in retroazione : gb

Viene quindi mostrato uno schema a blocchi di dimensione *medium* con il regolatore diviso nelle due unità e viene visualizzato il seguente risultato finale:

$$gf = \frac{0.006065 (s + 1)}{s}$$

$$gb = \frac{0.2 (s^2 + 5s + 5)}{(s + 1)}$$

NOTE:

- Come ricordato nel precedente paragrafo *Richiami*, durante il progetto per tentativi il margine di fase introdotto all'inizio non viene cambiato. Se i risultati ottenuti dopo alcuni tentativi non risultano soddisfacenti, si deve uscire e rientrare per introdurre un nuovo margine di fase.
- Se *pidc* viene applicato ad un sistema di tipo 1, appare la seguente richiesta in interattivo:

NOTA: il sistema e' di tipo 1; si ricaverà un regolatore PD
si vuole comunque ottenere un PID ? (1) :

> pidd,gi,gj ↵

realizza il progetto per tentativi di un regolatore digitale PID (proporzionale-integrale-derivativo) $g_j(z)$ per il sistema controllato $g_i(z)$ utilizzando i diagrammi di Bode.

Richiami

La funzione di trasferimento adottata per il regolatore PID digitale è

$$G_j(z) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i} \frac{Tz}{z-1} + T_d \frac{z-1}{Tz} \right) = K_c \frac{T_i T_d (z-1)^2 + Tz [T_i (z-1) + Tz]}{T_i Tz (z-1)},$$

dove K_c è il *guadagno* o *sensibilità proporzionale*, T_d la *costante di tempo dell'azione derivativa* e T_i la *costante di tempo dell'azione integrale*, mentre T indica il tempo di campionamento.

Spesso l'azione derivativa viene inserita solo sul collegamento di retroazione, ad evitare azioni impulsive se il riferimento varia a gradino. Ciò equivale a dividere il regolatore in due unità separate, che sono l'*unità PI in avanti* con funzione di trasferimento

$$G_{jd}(z) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i} \frac{Tz}{z-1} \right) = K_c \frac{T_i (z-1) + Tz}{T_i (z-1)},$$

e l'*unità in retroazione* con funzione di trasferimento

$$G_{jf}(z) = \frac{T_i T_d (z-1)^2 + Tz [T_i (z-1) + Tz]}{Tz [T_i (z-1) + Tz]},$$

il cui prodotto dà la funzione di trasferimento originaria del regolatore PID.

In generale il regolatore PID non è consigliabile se il sistema controllato è di tipo 1, quindi con un'azione integrale intrinseca. In tal caso, dopo che l'utente, in interattivo, ha comunicato il suo assenso, il progetto viene eseguito per un *regolatore PD* e le precedenti funzioni di trasferimento vengono sostituite da

$$G_j(s) = K_c \left(1 + T_d \frac{z-1}{Tz} \right), \quad G_{jd}(s) = K_c, \quad G_{jf}(s) = 1 + T_d \frac{z-1}{Tz}.$$

Come *pidc*, il programma *pid* può essere utilizzato anche per il progetto di regolatori PI. Infatti, se in luogo di $g_i(z)$ si introduce il suo prodotto per $Tz/(z-1)$, si ottiene il progetto di un regolatore PD con funzione di trasferimento $K_c [1+T_d(z-1)/(Tz)]$. Si verifica facilmente che questo equivale, per il sistema controllato originario $g_i(z)$, ad un regolatore PI definito da $K'_c = K_c T_d$ e $T'_i = T_d$.

La procedura di progetto è esattamente la stessa usata nel programma *pidc* (si veda il corrispondente paragrafo *Richiami*), con la trasformazione al piano w delle funzioni di trasferimento sia del sistema controllato che del regolatore (si veda il paragrafo *Richiami* dell'applicazione *wplane*). La funzione di trasferimento del regolatore nel piano w si ricava come segue. Da

$$z = \frac{2 + wT}{2 - wT}$$

si deduce

$$\frac{Tz}{z-1} = \frac{2 + wT}{2w},$$

e quindi, per il regolatore PID, si ottiene

$$\begin{aligned} G_j(w) &= K_c \left(1 + \frac{1}{T_i} \frac{2 + wT}{2w} + T_d \frac{2w}{2 + wT} \right) \\ &= K_c \frac{(4T_i T_d + 2T_i T + T^2)w^2 + 4(T_i + T)w + 4}{2T_i w(wT + 2)}, \end{aligned}$$

mentre, nel caso del regolatore PD, si ha

$$G_j(w) = K_c \left(1 + T_d \frac{2w}{2 + wT} \right) = K_c \frac{(2T_d + T)w + 2}{Tw + 2}.$$

Analogamente a *pidc*, l'impiego del programma *pid* è limitato a sistemi di tipo 0 o 1, dato che sistemi di tipo 2 o più non sono comuni nelle applicazioni industriali dei regolatori a parametri regolabili. Se questa limitazione viene ignorata si ottiene il messaggio:

**** il programma *pid* si applica solo a sistemi di tipo 0 o 1
e si esce dal programma.

Modalità d'uso ed esempi

Si consideri la funzione di trasferimento a tempo discreto

$$gi(z) = \frac{7.37(z + 0.1313)(z + 2.099)}{(z - 0.1353)(z - 0.6703)(z - 0.8187)}$$

che corrisponde alla funzione di trasferimento a tempo continuo $gi(s)$ cui ci si è riferiti nel paragrafo *Modalità d'uso ed esempi* del programma *pidc*, convertita secondo la tenuta di ordine zero e il tempo di campionamento $T = .2$ sec. Il comando "pidd,gi,gj" in primo luogo produce una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema cui ci si riferisce e il messaggio:

```
**** premere invio per proseguire
```

Quando viene premuto il tasto di invio, appare la richiesta:

```
informazioni sul progetto dei regolatori PID digitali ? (1) :
```

Se si invia 1 si ottiene una breve descrizione della procedura impiegata nel programma per il progetto dei regolatori PID digitali, che non viene qui ripetuta perché riportata nel paragrafo *Richiami*.

Se la richiesta viene ignorata premendo il tasto di invio, vengono tracciati i diagrammi di Bode di $gi(z)$ con le linee di riferimento per i margini di ampiezza (in blu) e di fase (in rosso). I valori numerici dei margini sono visualizzati entro il riquadro dei diagrammi. Premendo ancora il tasto di invio si ritorna a Command Window dove appare il seguente messaggio:

```
margine di fase senza correzione: NaN gradi  
    alla pulsazione: NaN rad/sec
```

```
specificare il margine di fase voluto : 60
```

In questo caso il margine di fase non è determinabile, dato che il diagramma di Bode dell'ampiezza non interseca la retta a 0 db. Si è inviato tuttavia il valore 60 per il margine di fase del primo gruppo di tentativi.

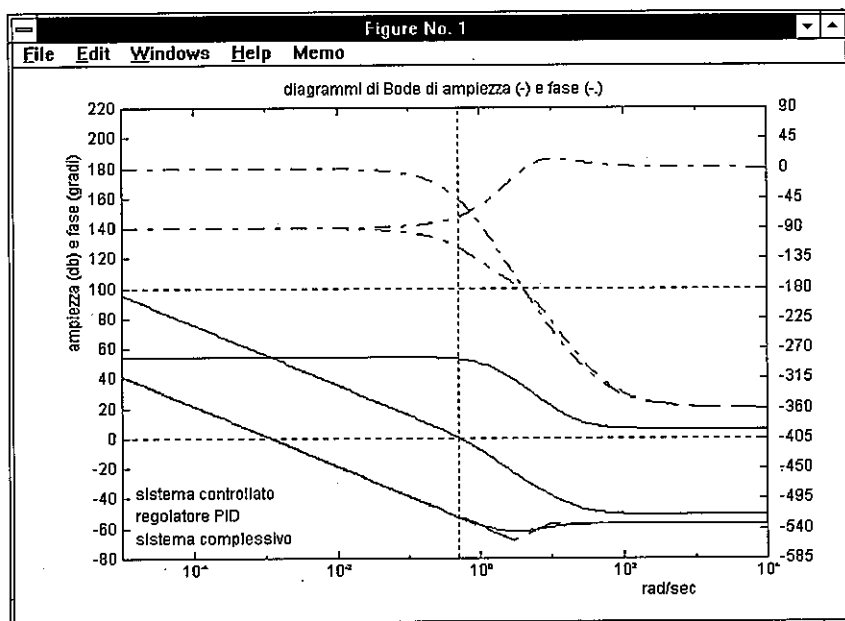


Fig. 54.

Anzitutto vengono mostrati di nuovo, in verde, i diagrammi di Bode del sistema non corretto. Quando si preme il tasto di invio vengono aggiunti, in celeste, quelli del regolatore ottenuto e infine, premendo di nuovo invio, in magenta quelli del sistema complessivo corretto, con una retta verticale, pure in magenta, che indica il margine di fase ottenuto. A questo punto lo schermo appare come in Fig. 54.

Quando si preme il tasto di invio per uscire dai diagrammi di Bode così ottenuti, viene mostrata la risposta al gradino del sistema complessivo per la valutazione del comportamento dinamico.

In seguito viene mostrata anche la risposta all'uscita del regolatore, per poter conoscere anche il comportamento della variabile manipolabile durante il transitorio.

Quando si preme di nuovo il tasto di invio, su Command Window appare:

colore di riferimento: g ; f.d.t. del sistema controllato : gi

il regolatore ottenuto:

Kc = 0.0005802

Ti = 0.5011

Td = 0.1253

desiderate cambiare il regolatore ? (1/0) :

Si suppone che le risposte al gradino ottenute non siano soddisfacenti e si decide di procedere con un secondo tentativo, inviando 1. In seguito a tale scelta si ottiene:

potete cambiare i valori di Ti e/o Td

Kc sara' determinato per avere il margine di fase richiesto

specificare un nuovo valore di Ti o premere invio

Ti = 1

specificare un nuovo valore di Td o premere invio

Td = .2

Viene ripetuta la costruzione e vengono mostrati i corrispondenti diagrammi di Bode. Le risposte al gradino relative ai successivi tentativi sono mostrate insieme in colori diversi nella sequenza: g, r, c, y, m, b, w o k (il numero massimo di tentativi è sette), in modo che gli effetti delle diverse scelte siano facilmente confrontabili. Nelle Figg. 55 e 56 sono mostrate le risposte al gradino del sistema in retroazione considerato corrispondenti ai due tentativi finora eseguiti. Quando si ritorna a Command Window premendo il tasto di invio, si ottiene:

colore di riferimento: r ; f.d.t. del sistema controllato : gi

il regolatore ottenuto:

Kc = 0.002515

Ti = 1

Td = 0.2

desiderate cambiare il regolatore ? (1/0) :

Poiché l'andamento della risposta al gradino in questo caso risulta soddisfacente, si decide di uscire. Inviando 0 si ottiene:

scegliere la funzione specificandone il colore :

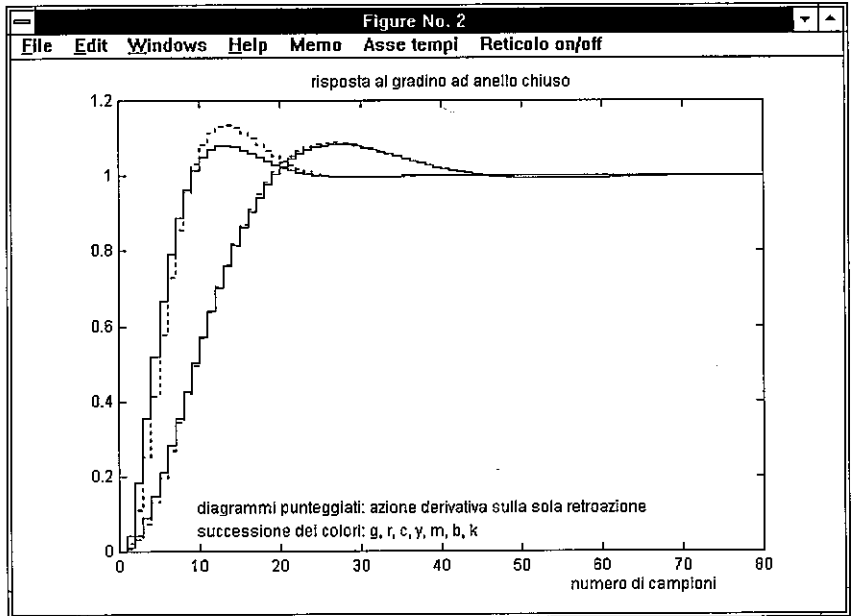


Fig. 55.

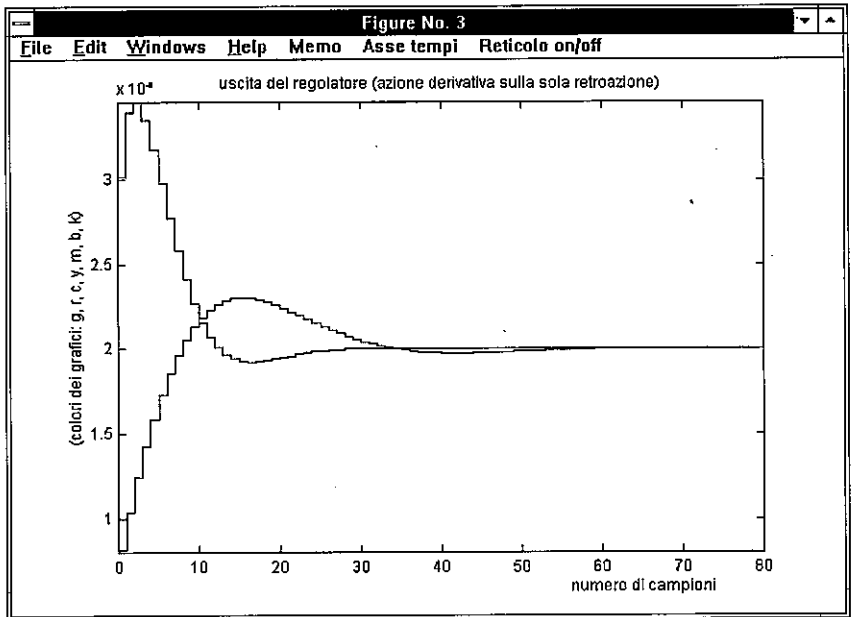


Fig. 56.

Quando si invia *r* (il colore delle risposte al gradino del secondo tentativo), si ottiene:

IL REGOLATORE OTTENUTO :

$K_c = 0.002515$, $T_i = 1$, $T_d = 0.2$

$$g_j = \frac{0.005534 (z^2 + 1.364z + 0.4545)}{(z^2 - z)}$$

azione derivativa sulla sola retroazione ? (1) :

Tale richiesta consente la fattorizzazione della funzione di trasferimento del regolatore in un'unità in avanti senza l'azione derivativa e un'unità in retroazione, al fine di evitare forti perturbazioni dovute a cambiamenti repentini dell'ingresso di riferimento. Se si invia 1 appare:

specificare il nome della f.d.t. in avanti : *gf*

specificare il nome della f.d.t. in retroazione : *gb*

Viene quindi mostrato uno schema a blocchi di dimensione *medium* con il regolatore diviso nelle due unità e viene visualizzato il seguente risultato finale:

$$g_f = \frac{0.003019 (z - 0.8333)}{(z - 1)}$$

$$g_b = \frac{1.8333 (z^2 - 1.364z + 0.4545)}{(z^2 - 0.8333z)}$$

NOTE:

- Durante il progetto per tentativi il margine di fase introdotto all'inizio non viene cambiato. Se i risultati ottenuti dopo alcuni tentativi non risultano soddisfacenti, si deve uscire e rientrare per introdurre un nuovo margine di fase.

- Se *pidd* viene applicato ad un sistema di tipo 1, appare la seguente richiesta in interattivo:

NOTA: il sistema e' di tipo 1; si ricaverà un regolatore PD
si vuole comunque ottenere un PID ? (1) :

> pidnich,gi,gj ↵

fornisce un ambiente progettuale completo basato sul diagramma di Nichols per regolatori PD, PI o PID; $g_i(s)$ è la funzione di trasferimento (data) del sistema controllato, $g_j(s)$ quella (incognita) del regolatore. Si vedano le applicazioni *pidc* e *pidd* per il progetto basato sui diagrammi di Bode.

Richiami

Sia $G_i(s)$ la funzione di trasferimento del sistema controllato e $G_j(s)$ quella del corrispondente regolatore, che può essere di uno dei tipi standard

$$G_{j,1}(s) = K_c(1 + T_d s), \quad G_{j,2}(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right), \quad G_{j,3} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right), \quad (30)$$

che sono denominati rispettivamente *PD*, *PI* e *PID*.

Il progetto viene eseguito sul diagramma di Nichols della funzione di risposta in frequenza $G_i(j\omega)$ del sistema controllato. L'effetto dei diversi tipi di regolatori sul diagramma di Nichols è rappresentato in Fig. 57, dove n_1 indica il diagramma del sistema in assenza ed n_2 quello in presenza del regolatore.

L'effetto di un regolatore PD è rappresentato in Fig. 57,a. La scelta di un punto *A* (punto FROM) su n_1 e di un punto *B* (punto TO) a destra rispetto ad *A* definisce univocamente un regolatore tale che n_2 passi per *B* ed entrambi i punti, *A* e *B*, corrispondano alla stessa pulsazione rispettivamente su n_1 ed n_2 . Il vettore da *A* a *B* è vincolato ad appartenere ad un opportuno dominio \mathcal{D} , mostrato con linee a tratto in figura, consistente semplicemente in una striscia verticale di $\pi/2$ radianti. È evidente che la figura si riferisce al dominio in cui è ammissibile la scelta di *A*, una volta che *B* sia stato scelto per primo. Una linea, pure a tratto, divide \mathcal{D} in due parti, di cui la superiore corrisponde a valori di K_c minori di 1 e l'inferiore a valori maggiori di 1.

La disposizione per la scelta dei punti nel caso di un regolatore PI è rappresentata in Fig. 57,b: in questo caso *B* è a sinistra di *A*; \mathcal{D} è ancora una striscia verticale larga $\pi/2$ radianti, ma situata a destra di *B*.

Il caso del regolatore PID è mostrato in Fig. 57,c: la striscia è larga π radianti, con il punto *B*, scelto per primo, sulla retta verticale mediana.

Per mostrare come la scelta di *A* e *B* si traduca nei parametri del regolatore e come si origini la limitazione sul corrispondente vettore, si riporta una breve presentazione delle *formule di inversione* dei regolatori PD, PI e PID.

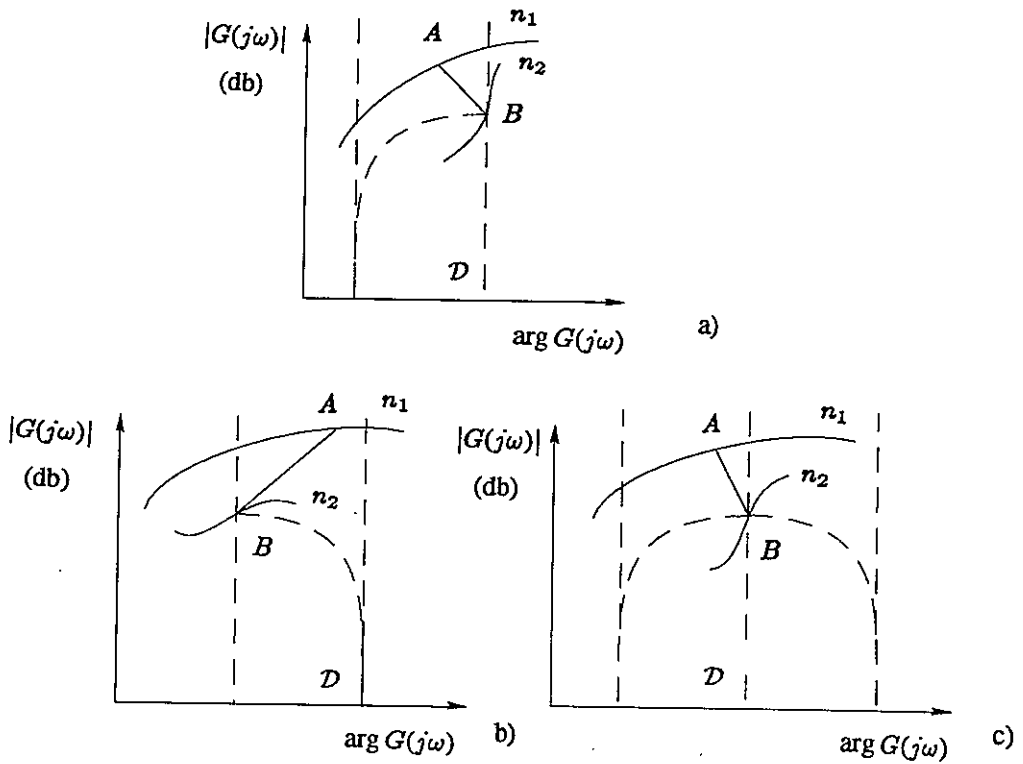


Fig. 57,a-c. I diagrammi di Nichols per i regolatori PD, PI e PID.

Si definisca $\Delta y := y_B - y_A$, $\Delta x := x_B - x_A$ e si deducano M e φ da

$$M = 10^{\Delta y / 20}, \quad \varphi = \Delta x. \quad (31)$$

Le formule di inversione del regolatore PD, che si ottengono dall'eguaglianza

$$M e^{j\varphi} = M(\cos \varphi + j \sin \varphi) = K_c(1 + j\omega T_d), \quad (32)$$

sono

$$K_c = M \cos \varphi, \quad \omega T_d = \tan \varphi : \quad (33)$$

la costante di tempo T_d si ottiene semplicemente dividendo il valore di ωT_d fornito dalla seconda delle (33) per la pulsazione ω_0 corrispondente ad A su n_1 .

Analogamente, nel caso del regolatore PI, da

$$M e^{j\varphi} = K_c \left(1 + \frac{1}{j\omega T_i} \right) = K_c \frac{1 + j\omega T_i}{j\omega T_i} \quad (34)$$

si deducono le formule di inversione

$$K_c = M \cos \varphi, \quad \omega T_i = -\frac{1}{\tan \varphi} \quad (35)$$

la costante di tempo T_i si ricava dalla seconda delle formule di inversione come nel caso precedente.

Nel caso del regolatore PID si ha

$$M e^{j\varphi} = K_c \frac{-T_i T_d \omega^2 + j\omega T_i + 1}{j\omega T_i} = K_c \left(1 - j \frac{\frac{T_d}{T_i} (T_i \omega)^2 - 1}{\omega T_i} \right), \quad (36)$$

da cui si deduce

$$K_c = M \cos \varphi \quad (37)$$

$$\omega T_i = \frac{1}{2} \frac{T_i}{T_d} \left(\tan \varphi + \sqrt{(\tan \varphi)^2 + 4 \frac{T_d}{T_i}} \right). \quad (38)$$

La (38) si ricava come la soluzione positiva dell'equazione del secondo ordine

$$-\frac{T_d}{T_i} (T_i \omega)^2 - \tan \varphi (T_i \omega) + 1 = 0,$$

che si deduce facilmente dalla (36). Le formule di inversione sono la (37) e la (38). Tuttavia in questo caso è necessario assegnare anche il rapporto $\rho := T_i/T_d$, che costituisce pertanto un altro grado di libertà nel progetto. Il valore standard è $\rho = 4$ (che dà luogo a zeri reali coincidenti), ma si possono usare anche valori diversi, approssimativamente nell'intervallo da 1 a 100, per correggere la risposta in frequenza e/o nel tempo.

Modalità d'uso ed esempi

Si consideri la funzione di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{10000}{(s+1)(s+2)(s+10)(s+30)} \quad (39)$$

Introdotta il comando "pidnich,gi,gj", in primo luogo appare una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema (per poter verificare la correttezza della chiamata) e, su Command Window, il messaggio:

**** premere invio per proseguire

Quando viene premuto il tasto di invio, appare la richiesta:

informazioni sul metodo di progetto ? (1) :

Se si invia 1, si ottiene una breve descrizione della procedura impiegata per il progetto dei regolatori con le formule di inversione, che non viene qui ripetuta perché riportata nel paragrafo *Richiami*.

Se la richiesta viene ignorata (semplicemente premendo il tasto di invio), viene tracciato il diagramma di Nichols di $g_i(j\omega)$ graduato in valori di ω e con le linee di riferimento per i margini di ampiezza e fase. I valori di tali margini sono visualizzati in basso a sinistra, come si vede in Fig. 58. Appare inoltre, in verde, la scritta **Regolatore N. 1**. Infatti il programma consente di progettare fino a sei regolatori, ciascuno con grafici e messaggi in un colore diverso, secondo la sequenza standard: *verde, rosso, celeste, giallo, magenta e blu*. I diagrammi di Nichols e i messaggi relativi al sistema controllato sono in nero quando lo sfondo è bianco o viceversa.

Nella barra degli strumenti della figura è disponibile un menu **Cambio assi** per modificare la messa in scala automatica, con le voci: **y alto**, **y basso** (più 20 db, meno 20 db), **x sinistra**, **x destra** (più 30 gradi, meno 30 gradi), **standard** (che produce gli assi $[-360, 0, -40, 40]$), **luoghi a M e N costanti on/off**. È pure disponibile il comando **Reticolo on/off**. Nel caso di Fig. 58 è stata usata l'opzione **standard**.

In alto a sinistra è disponibile un menu a pulsanti con le tre opzioni per il progetto, **PD**, **PI** e **PID** e, inizialmente non attivati, **Continuare**, **Altro regolatore**, **Risp. gradino**, **Diagr. di Bode**. Inoltre, in basso a sinistra è disponibile il pulsante **Esci** per uscire dal programma.

Le piccole cornici rettangolari sotto il diagramma di Nichols vengono utilizzate per il tracciamento delle risposte al gradino sia dell'uscita del sistema controllato che del regolatore per le ultime due scelte del punto FROM.

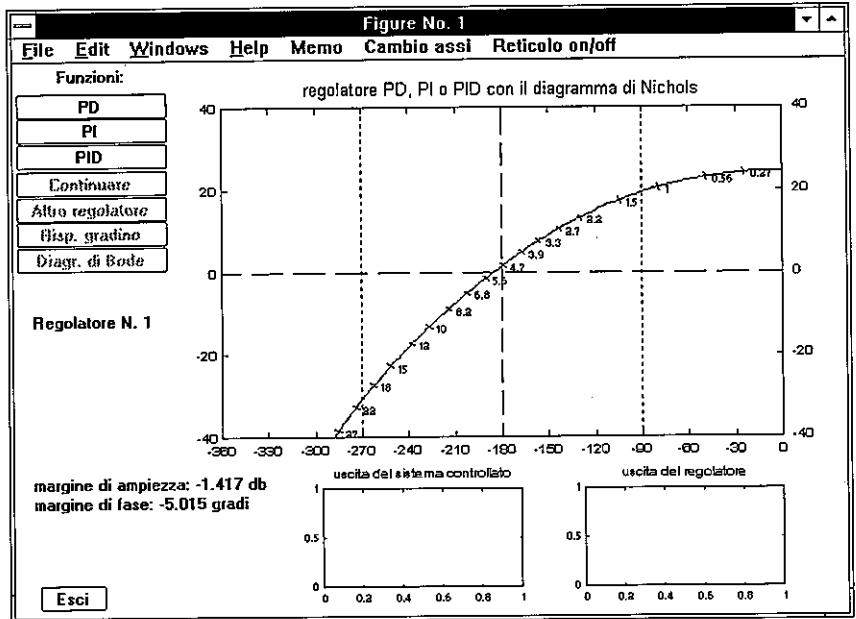


Fig. 58.

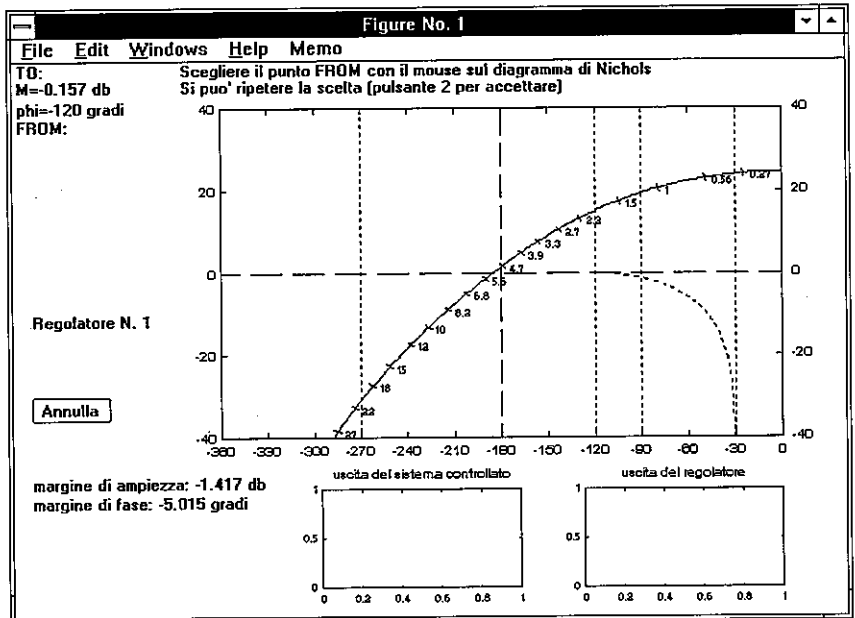


Fig. 59.

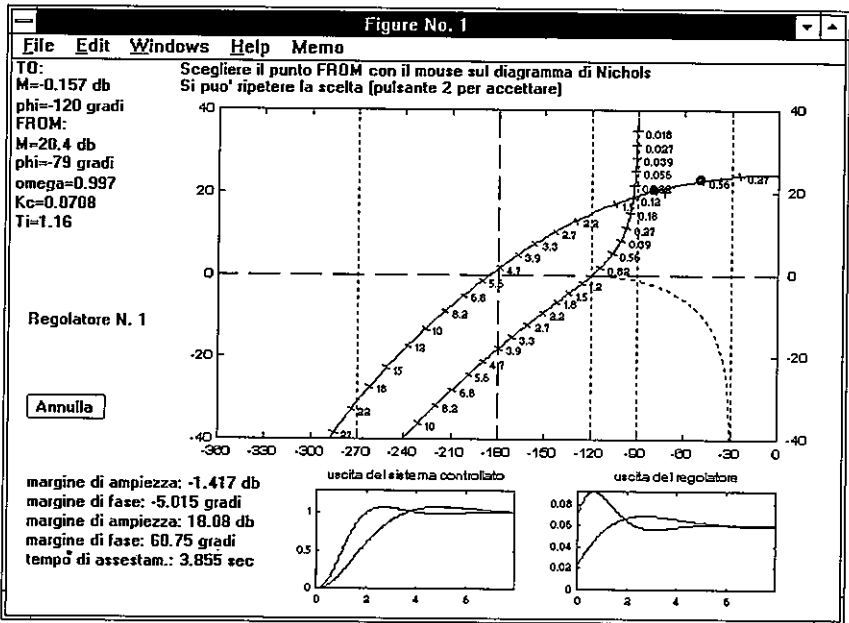


Fig. 60.

Supponiamo di progettare un regolatore PI. Quando, con il mouse, si sceglie PI, il menu scompare e sulla sommità della figura appare il messaggio:

PI : scegliere il punto TO con il mouse (pulsante 1)
Si puo' ripetere la scelta (pulsante 2 per accettare) (a)

Ad ogni scelta del punto TO con il pulsante 1, in alto a sinistra della figura vengono mostrati i valori delle corrispondenti coordinate e, sulla figura, viene mostrato il dominio \mathcal{D} dove è ammessa la scelta del punto FROM. Quando, eventualmente dopo alcuni tentativi, il punto TO viene accettato premendo il pulsante 2 del mouse, il messaggio (a) viene sostituito con:

Scegliere il punto FROM con il mouse sul diagramma di Nichols
Si puo' ripetere la scelta (pulsante 2 per accettare) (b)

A questo punto lo schermo appare come in Fig. 59. Sulla sinistra, il pulsante di emergenza **Annulla** consente di interrompere il progetto e di ripristinare la situazione di partenza, con la possibilità di scegliere un regolatore di tipo diverso.

Ad ogni scelta del punto FROM con il pulsante 1, lo schermo appare come in Fig. 60.

I valori delle coordinate del punto scelto e quelli della pulsazione e dei parametri del regolatore corrispondente vengono mostrati in alto a sinistra sotto il messaggio, già presente, relativo al punto TO. Se il punto FROM non appartiene al dominio D appare, in rosso, il messaggio:

SCELTA NON ACCETTABILE

Esso viene cancellato cliccando con il mouse sulla figura.

Appare il diagramma di Nichols del sistema comprendente il regolatore, anch'esso graduato in ω . Si noti che esso passa per il punto TO. Il punto FROM viene contrassegnato con un cerchietto sul diagramma di Nichols originario. In basso a sinistra sono visualizzati i valori dei margini di ampiezza e fase, sotto quelli del sistema non corretto. Viene pure visualizzato il tempo di assestamento, calcolato come $3/\sigma_m$, con σ_m definita come il valore minimo delle parti reali dei poli ad anello chiuso. Si può ripetere la scelta del punto FROM, per ricercarne il valore più conveniente. Ad esempio, se il punto TO è stato scelto in modo da imporre il margine di fase (come nel corrente esempio), si può cercare il valore più conveniente del margine di ampiezza o del tempo di assestamento. Sono di aiuto anche le risposte al gradino tracciate sotto il diagramma, che si riferiscono alle due ultime scelte: i punti FROM e le risposte corrispondenti sono tracciati contemporaneamente sul diagramma di Nichols (con cerchietti), in arancio (il penultimo) e nel colore del regolatore corrente (l'ultimo).

Se, quando l'andamento dei diagrammi e i valori dei margini appaiono soddisfacenti, si preme il pulsante 2, scompaiono tutti i messaggi e appare nuovamente il menu principale a pulsanti con attivate le scelte **Continuare**, **Altro regolatore**, **Risp. gradino**, **Diagr. di Bode**. Viene ripristinato anche il pulsante **Esci**.

Si riporta una breve descrizione di tali opzioni.

Continuare. Questa opzione consente di continuare il progetto del regolatore scegliendo altri punti FROM, dopo aver controllato le risposte.

Altro regolatore. Con questa opzione si può ripetere dall'inizio la procedura di sintesi senza bisogno di uscire e rientrare in *pidnich*, con il vantaggio di poter confrontare diverse soluzioni in termini di risposte nel tempo e/o in frequenza. Come si è detto, i vari regolatori via via progettati e le corrispondenti risposte sono contraddistinti con colori diversi.

Risp. gradino. Questa opzione consente di saggiare l'efficienza del regolatore o dei regolatori esaminando la risposta al gradino del sistema in retroazione complessivo. Quando viene scelta con il mouse, il menu viene disattivato e, al suo fianco, appaiono due nuovi pulsanti con le scelte **Uscita sistema** e **Uscita regolatore**. Il primo fornisce la risposta al gradino del sistema complessivo, mentre il secondo fornisce l'uscita del regolatore, che coincide con l'ingresso del sistema controllato, al fine di conoscerne l'andamento durante il transitorio e orientare il progetto in modo da evitare la saturazione dell'ingresso se necessario. Le Figg. 61 e 62 mostrano come appare lo schermo nei due casi, con un regolatore PI e un regolatore PID progettati per il sistema (39). I cambiamenti nella sessione interattiva per il regolatore PID sono descritti più avanti. Nei casi dei regolatori PD e PID sono mostrate anche le risposte quando l'azione derivativa è sulla sola retroazione con un linea punteggiata nella prima figura e come grafico normale nella seconda: infatti l'azione derivativa nel percorso in avanti in questi casi produrrebbe un impulso di Dirac privo di significato. Si rimanda al paragrafo *Richiami* dell'applicazione *pidc* per maggiori informazioni sull'azione derivativa sulla sola retroazione. Se sono stati progettati più regolatori, i corrispondenti grafici sono mostrati insieme in colori diversi.

Le voci **Memo**, **Asse tempi** e **Reticolo on/off** sulla barra delle applicazioni forniscono informazioni su tutti i regolatori progettati, consentono di cambiare l'asse tempi se necessario e di inserire il reticolo. La figura viene generata con un nuovo numero. Il pulsante **Menu** consente il ripristino della figura precedente con il diagramma di Nichols e il menu principale.

Diagr. di Bode. Questa opzione consente di verificare i diagrammi di Bode dell'anello di retroazione. Quando viene scelta, il menu viene disattivato e, al suo fianco, appaiono due nuovi pulsanti con le scelte **Anello aperto** ed **Anello chiuso**. Se sono stati progettati più regolatori, tutti i corrispondenti diagrammi sono mostrati insieme in colori diversi. Le voci **Memo** e **Reticolo on/off**, sulla barra degli strumenti, consentono di ottenere informazioni e di inserire il reticolo. La figura viene generata con un nuovo numero. Il pulsante **Menu** ha la funzione già descritta. La Fig. 63 mostra i diagrammi di Bode ad anello aperto corrispondenti ai regolatori PI e PID considerati per la risposta al gradino.

Esci. Questo pulsante provoca l'uscita da *pidnich*. Quando viene scelto con il mouse, appare il messaggio:

PREMERE INVIO PER USCIRE

in arancio in basso a sinistra sulla figura.

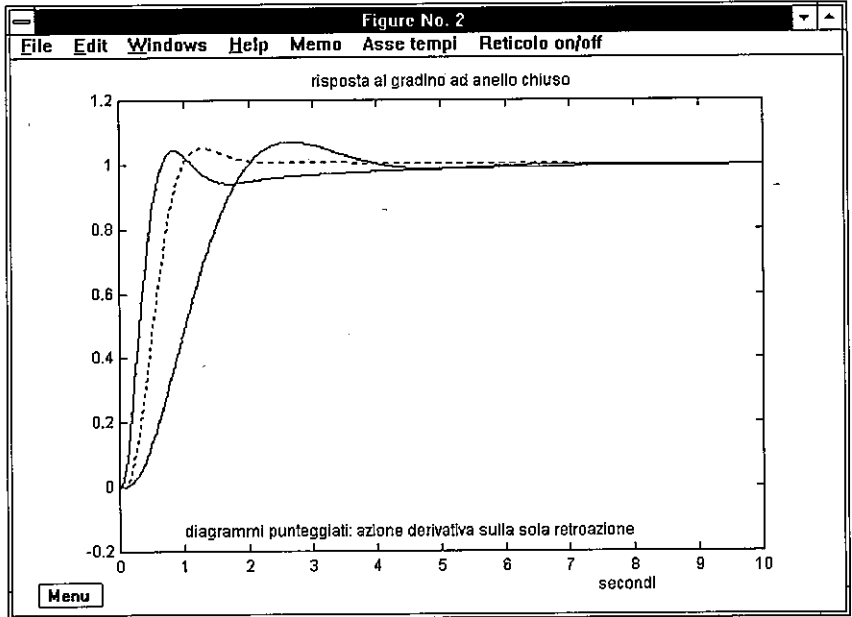


Fig. 61.

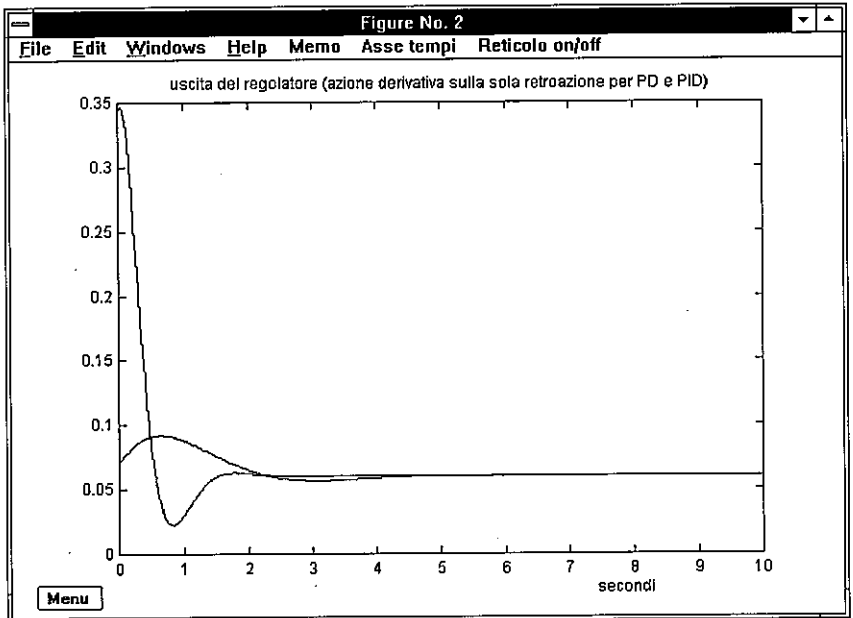


Fig. 62.

Quando si preme il tasto di invio, si ritorna a Command Window. Nel caso si sia progettato un solo regolatore, si ottiene:

IL REGOLATORE OTTENUTO :

Tipo PI : $K_c = 0.07085$, $T_i = 1.165$ sec

$$g_j = \frac{0.07085 (s + 0.8584)}{s}$$

e la funzione di trasferimento g_j viene salvata sul disco rigido.

Se invece durante la sessione con *pidnich* sono stati progettati e confrontati più regolatori, quando si esce dal programma viene proposta la consueta scelta per colore. Per facilitare la scelta, le figure con le risposte al gradino e in frequenza vengono conservate in modo da poter essere esaminate usando il mouse.

Nei casi dei regolatori PD e PID appare la richiesta:

azione derivativa sulla sola retroazione ? (1) :

che consente di suddividere il regolatore in un'unità ad azione in avanti e un'unità in retroazione, i nomi delle cui funzioni di trasferimento vengono specificati in interattivo come nell'applicazione *pidc*.

Le differenze nel caso PID

Quando si progetta un regolatore PID, in luogo del messaggio (b) appare la scritta:

Scegliere il rapporto T_d/T_i - default 4

e nella figura viene resa temporaneamente disponibile una piccola finestra rettangolare con un menu di tipo *pop-up* per la scelta (i valori previsti sono 1, 2, 4, 10, 20, 40, 100). Effettuata la scelta, si riprende senza alcuna modifica la procedura del caso PI precedentemente descritto, a partire dal messaggio (b). La Fig. 64 mostra come appare lo schermo durante la prima scelta del punto FROM durante la sessione di progetto di un regolatore PID per il sistema (39). Si noti che entro le cornici rettangolari sotto il diagramma di Nichols sono tracciate, con linee punteggiate, anche le risposte al gradino nel caso in cui l'azione derivativa sia sulla sola retroazione.

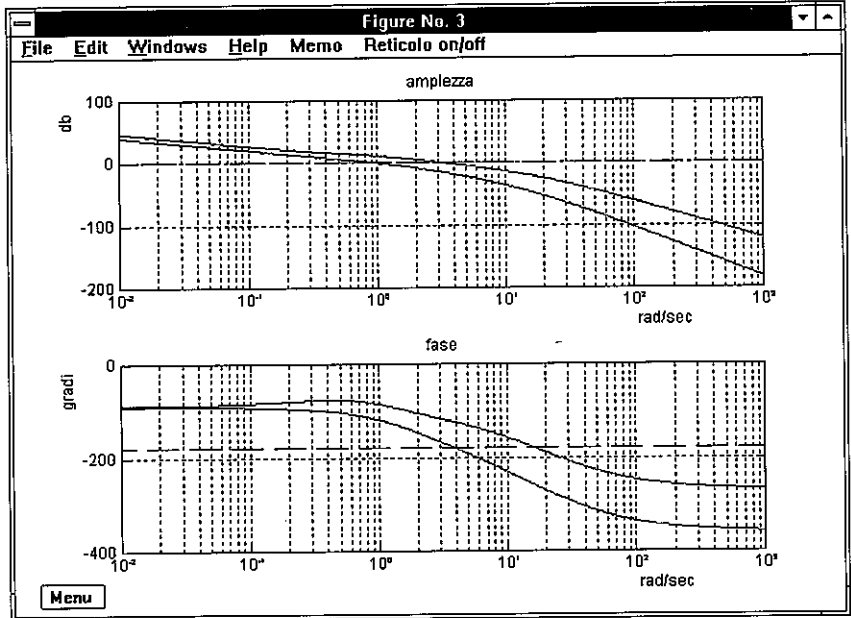


Fig. 63.

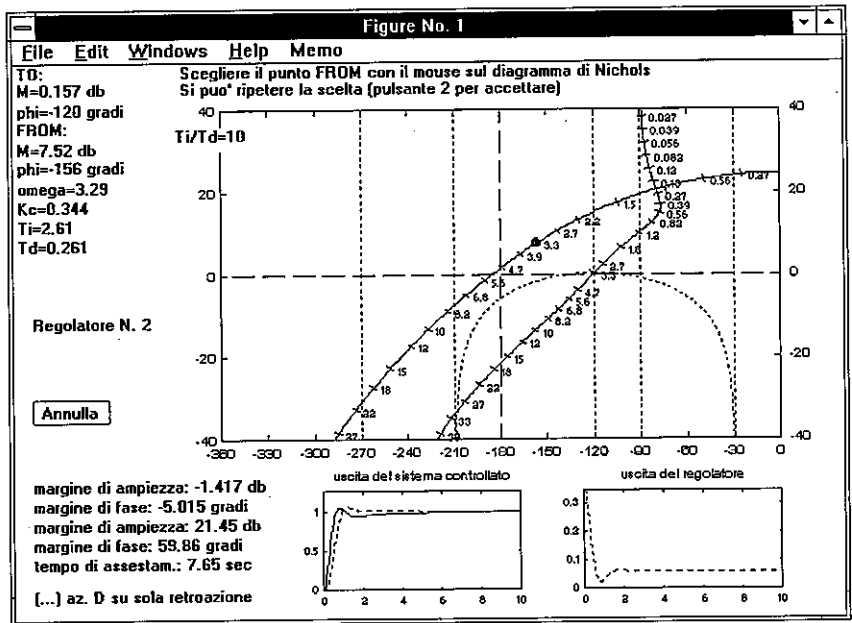


Fig. 64.

> regdph, gi, gj [, gk, gw] ↵

fornisce un regolatore per allocazione di tutti i poli ad anello chiuso tramite l'equazione diofantea. Il significato della lista di chiamata è il seguente: $gi(s)$ o $gi(z)$ è la funzione di trasferimento del sistema controllato, $gj(s)$ o $gj(z)$ quella della parte assegnata del regolatore, $gk(s)$ o $gk(z)$ una funzione di trasferimento avente i poli da allocare (gli zeri e il guadagno sono ininfluenti), mentre $gw(s)$ o $gw(z)$ (uscita) è il nome della funzione di trasferimento del regolatore dedotto. È necessario specificare un numero sufficiente di poli per ottenere un regolatore causale: questo numero viene fornito dalla chiamata a due argomenti. Si veda l'applicazione *regrootl*, in cui pure si può effettuare il progetto con l'equazione diofantea, ma allocando rapidamente i poli ad anello chiuso con il mouse.

Richiami

L'equazione diofantea fornisce un mezzo per allocare i poli ad anello chiuso di un sistema in retroazione monovariabile. Essa consente inoltre di inserire nella funzione di trasferimento del regolatore una qualunque mappa zeri-poli, per esempio un polo nell'origine od opportune cancellazioni con il sistema controllato.

La soluzione diretta dell'equazione diofantea

Siano $A(s)$, $B(s)$ e $C(s)$ una qualunque terna di polinomi. L'equazione

$$A(s)X(s) + B(s)Y(s) = C(s) \quad (40)$$

è un'equazione diofantea nei polinomi incogniti $X(s)$ ed $Y(s)$. Si ricorda che:

1. L'equazione (40), se risolvibile, ammette infinite soluzioni.
2. L'equazione (40) è risolvibile se e solo se il massimo comun divisore di $A(s)$ e $B(s)$ è divisore di $C(s)$. Pertanto, l'assumere che $A(s)$ e $B(s)$ siano coprimi non lede la generalità.

Una soluzione particolare, detta *soluzione diretta*, si può ottenere risolvendo un sistema di equazioni algebriche lineari equivalente all'equazione diofantea. Siano n , m ed l i gradi rispettivamente di $A(s)$, $B(s)$ e $C(s)$ e si supponga che $A(s)$ e $B(s)$ siano coprimi. Come si verificherà fra breve, i gradi k ed h dei polinomi incogniti $X(s)$ e $Y(s)$ dati dalla soluzione diretta soddisfano la relazione

$$k \begin{cases} = l - n & \text{se } l \geq m + n \\ \leq m - 1 & \text{se } l < m + n \end{cases}, \quad h \leq n - 1. \quad (41)$$

Il sistema di equazioni algebriche che fornisce la soluzione diretta dell'equazione (40) si ottiene come segue. Siano (a_n, \dots, a_0) , (b_m, \dots, b_0) e (c_ℓ, \dots, c_0) i coefficienti dei polinomi dati, e (x_k, \dots, x_0) , (y_h, \dots, y_0) quelli dei polinomi incogniti. Per semplificare la notazione, consideriamo il caso particolare $n=3$, $m=2$ e $\ell=8$ e mostriamo come si ricava una coppia di polinomi incogniti con $k=5$, $h=2$, in accordo alle (41). In questo caso il sistema equivalente di equazioni algebriche lineari che fornisce i coefficienti dei polinomi incogniti per semplice inversione di matrice è

$$\begin{bmatrix} a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & b_1 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_0 & a_1 & a_2 & b_0 & b_1 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_0 & a_1 & 0 & b_0 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_0 & 0 & 0 & b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_4 \\ x_3 \\ x_2 \\ x_1 \\ x_0 \\ y_2 \\ y_1 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_8 \\ c_7 \\ c_6 \\ c_5 \\ c_4 \\ c_3 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Se risulta $\ell \geq m+n$, come nel caso in esame, la matrice quadrata a primo membro è $(\ell+1) \times (\ell+1)$, con i coefficienti di $A(s)$ ripetuti nelle prime $k+1$ colonne e traslati progressivamente verso il basso, in modo da formare una sottomatrice banda, mentre le ultime $h+1$ colonne riportano quelli di $B(s)$ come una sottomatrice banda giustificata verso il basso. Il vettore colonna a secondo membro riporta semplicemente i coefficienti di $C(s)$.

Se risulta $\ell < m+n$, la matrice dei coefficienti a primo membro è $(m+n) \times (m+n)$, costruita come nel caso precedente, mentre il vettore colonna a secondo membro, di lunghezza pure $m+n$, ha i primi elementi uguali a zero qualora il grado di $C(s)$ sia minore di $m+n-1$.

In ogni caso la matrice dei coefficienti è una *matrice di Sylvester*, non singolare se e solo se $A(s)$ e $B(s)$ sono coprimi. Dall'esame della (42) segue che i gradi k e h specificati nella (41) con il simbolo \leq sono in realtà uguaglianze quando $C(s)$ è generico, con tutti gli elementi non nulli. Si noti pure che nel caso $\ell \geq m+n$ al crescere del valore di ℓ si ottiene un corrispondente aumento solo di k , cosicché si ottengono due soluzioni diverse scambiando fra loro $A(s)$ e $B(s)$.

Un programma in Matlab molto compatto per risolvere l'equazione diofantea è *diopha.m*, disponibile in ambiente TFI.

L'allocazione dei poli ad anello chiuso con l'equazione diofantea

Si consideri il sistema in retroazione di Fig. 65, e si supponga che la funzione di trasferimento del sistema controllato (data) e quella del regolatore (da determinare) siano specificate come

$$G_i(s) = \frac{P_i(s)}{Q_i(s)}, \quad G_r(s) = \frac{P_r(s)}{Q_r(s)} = \frac{P'_r(s) P_j(s)}{Q'_r(s) Q_j(s)}. \quad (43)$$

Si indicano con m_i e n_i i gradi di $P_i(s)$ e $Q_i(s)$, che si suppongono coprimi, con m_r e n_r quelli di $P_r(s)$ e $Q_r(s)$. Per maggiore generalità, la funzione di trasferimento del regolatore è stata fattorizzata con il seguente significato dei termini: $P'_r(s)$ e $Q'_r(s)$ sono i polinomi incogniti, mentre $P_j(s)$ e $Q_j(s)$, con gradi rispettivamente m_j e n_j , sono fattori dati da includere nella funzione di trasferimento del regolatore. Un tipico uso di questa possibilità è l'imposizione di un polo semplice o multiplo nell'origine, che rende nullo l'errore asintotico di inseguimento di un gradino, una rampa o una parabola in accordo al principio del modello interno, o di alcuni zeri nel regolatore uguali a poli del sistema controllato per ottenere cancellazioni polo-zero e semplificare il progetto della parte restante del regolatore. Si assume $m_i < n_i$.

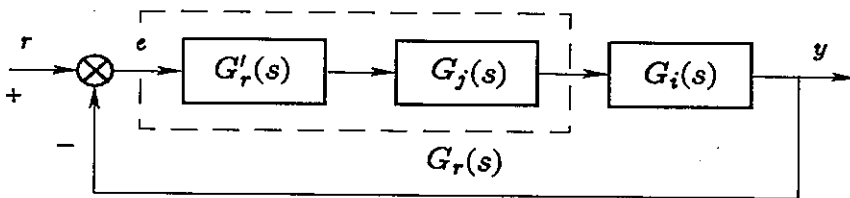


Fig. 65. Il sistema in retroazione considerato.

Si considera dapprima il caso in cui le coppie $P_i(s)$, $Q_j(s)$ e $Q_i(s)$, $P_j(s)$ siano coprime. Si mostrerà più avanti che questa ipotesi può essere rimossa se le radici comuni sono stabili, ottenendo anche la riduzione del numero minimo dei poli da assegnare. Dato un qualunque polinomio monico $Q_\ell(s)$ di grado $\ell \geq \ell_0 := 2n_i + m_j + n_j - 1$, esiste un regolatore $P_r(s)/Q_r(s)$ con $m_r \leq n_r$ tale che i poli del sistema in retroazione coincidano con le radici di $Q_\ell(s)$.

Infatti, si consideri l'equazione diofantea

$$Q_r'(s) (Q_j(s) Q_i(s)) + P_r'(s) (P_j(s) P_i(s)) = Q_\ell(s), \quad (44)$$

in cui $Q_r'(s)$, $P_r'(s)$, rispettivamente di gradi k e h , sono i polinomi incogniti. L'espressione a primo membro è il polinomio caratteristico del sistema in retroazione. L'equazione (44) ammette soluzione, essendo coprimi per ipotesi i polinomi dati $Q_j(s) Q_i(s)$ e $P_j(s) P_i(s)$, di gradi rispettivamente n_i+n_j e m_i+m_j . Se risulta $\ell=\ell_0$, dalla (41) segue che k è univocamente determinato; infatti vale la prima delle (41), dato che l'ipotesi $m_i < n_i$ implica $\ell_0 = 2n_i+m_j+n_j-1 \geq m_i+m_j+n_i+n_j$. La relazione di causalità $m_r \leq n_r$, con $n_r = k+n_j$ e $m_r = h+m_j$, è soddisfatta, dato che $k = \ell_0 - n_i - n_j$, $h \leq n_i + n_j - 1$, quindi $n_r = \ell_0 - n_i = n_i + m_j + n_j - 1$, $m_r \leq n_i + m_j + n_j - 1$.

D'altra parte, se è $\ell > \ell_0$, rimanendo valida l'eguaglianza $n_r = \ell - n_i$, n_r viene aumentato di $\ell - \ell_0$, mentre m_r soddisfa ancora la disuguaglianza $m_r \leq n_i + m_j + n_j - 1$. Quindi la causalità è garantita a maggior ragione.

Quando le coppie $P_i(s)$, $Q_j(s)$ e $Q_i(s)$, $P_j(s)$ presentano radici comuni, queste, se stabili, possono essere cancellate prima di risolvere la (44). È noto che il regolatore e il sistema controllato non possono avere fattori instabili cancellabili perché questi implicherebbero una dinamica occulta instabile nel sistema in retroazione complessivo. Dato che le cancellazioni di poli e zeri riducono il numero dei poli ad anello chiuso da assegnare, può convenire eliminare alcuni o tutti i poli e gli zeri strettamente stabili del sistema controllato prima di risolvere la (44), per poi inserirli come zeri e poli del regolatore ottenuto: siano n_c e m_c i numeri dei poli e degli zeri così eliminati: si ricava facilmente che il minimo numero di poli assegnabili compatibile con la condizione di causalità del regolatore è, in questo caso, $\ell'_0 = \ell_0 - n_c - m_c$.

Infatti, l'eliminazione di un polo del sistema controllato riduce di 2 il valore di ℓ_0 , ma il numero dei poli assegnabili viene ridotto solo di 1, dato che il grado relativo del regolatore ottenuto è uno anziché zero, per cui è possibile inserire uno zero dopo la soluzione.

D'altronde, l'eliminazione di uno zero del sistema controllato non influisce sul valore di ℓ_0 , ma il numero dei poli assegnati può essere ridotto di 1, dato che un grado relativo del regolatore calcolato pari a -1 è accettabile in quanto nel regolatore stesso viene inserito un polo a posteriori.

Il programma *regdph* esegue automaticamente la cancellazione e il ripristino delle radici comuni di $P_i(s)$, $Q_j(s)$ e $Q_i(s)$, $P_j(s)$.

Modalità d'uso ed esempi

Siano

$$gi(s) = \frac{-20(s+5)}{(s+1)(s-2)(s+8)}, \quad gj(s) = \frac{1}{s^2},$$

rispettivamente le funzioni di trasferimento del sistema controllato e della parte assegnata del regolatore. La chiamata a due argomenti "regdph,gi,gj" produce solamente il messaggio:

minimo numero di poli da assegnare per la causalita': 7

Infatti in questo caso è $\ell_0 = 2 \cdot 3 + 2 - 1 = 7$. Si assume

$$gk(s) = \frac{1}{(s+4)(s+6)(s+10)((s+2)^2+2^2)((s+4)^2+3^2)}.$$

Introdotta il comando "regdph,gi,gj,gk,gw", in primo luogo appare una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema e, su Command Window, viene dato il il messaggio:

**** premere invio per proseguire

Quando si preme il tasto di invio, la funzione di trasferimento del regolatore ottenuto

$$gw(s) = \frac{-8.215(s+1.855)(s+8.099)(s^2+1.844s+3.888)}{(s^4+25s^3+99.69s^2)}$$

viene visualizzata e salvata nel file *gw.mat*. Con il comando:

> gw= ↵

essa viene visualizzata in forma fattorizzata come

$$gw(s) = \frac{-8.215(s+1.855)(s+8.099)[(s+0.9219)s^2+1.743^2]}{s^2(s+4.979)(s+20.02)}.$$

Riferendoci allo stesso sistema controllato, inseriamo ora nella parte fissa del regolatore come zeri tutti i poli stabili e come poli tutti gli zeri stabili in modo da ottenere il massimo numero di cancellazioni, cioè definiamo

$$g_i(s) = \frac{-20(s+5)}{(s+1)(s-2)(s+8)}, \quad g_j(s) = \frac{(s+1)(s+8)}{s^2(s+5)}$$

Tenendo conto di queste cancellazioni, il numero minimo di poli da assegnare per la causalità è $\ell'_0 = \ell_0 - n_c - m_c = 7 - 2 - 1 = 4$, cosicché si può assumere

$$g_k(s) = \frac{1}{(s+4)(s+6)((s+2)^2 + 2^2)}$$

In questo caso viene dato il seguente ulteriore messaggio:

$$\text{fattori cancellati e ripristinati} = \frac{1 (s+1) (s+8)}{(s+5)}$$

**** premere un tasto per proseguire

e si ottiene direttamente il regolatore

$$g_w(s) = \frac{-5.2(s+1)(s+8)(s^2 + 1.692s + 1.846)}{s^2(s+5)(s+16)}$$

in quanto il programma effettua automaticamente la procedura, descritta in precedenza, di cancellazione zeri-poli e di ripristino degli zeri nel regolatore dopo il calcolo.

Si accenna ora ai messaggi visualizzati in alcuni casi particolari. Riferendoci ancora all'esempio precedente, supponiamo di assegnare un polo in più, assumendo

$$g_k(s) = \frac{1}{(s+4)(s+6)(s+10)((s+2)^2 + 2^2)}$$

In questo caso viene dato il messaggio:

grado relativo positivo: i poli assegnati si possono ridurre di 1

Tuttavia viene determinato, visualizzato e memorizzato il regolatore

$$gw(s) = \frac{-71.2(s+1)(s+8)(s^2 + 1.371s + 1.348)}{s^2(s+5)(s^2 + 26s + 264)}$$

Se, viceversa, assegnamo un polo in meno, assumendo

$$gk(s) = \frac{1}{(s+4)((s+2)^2 + 2^2)}$$

otteniamo il messaggio:

**** attenzione: regolatore non proprio

e si determina il regolatore

$$gw(s) = \frac{-0.5(s+1)(s+8)(s^2 + 2.4s + 3.2)}{s^2(s+5)}$$

Se viene eliminato un altro polo, come in

$$gk(s) = \frac{1}{(s+4)(s+6)}$$

il denominatore calcolato con l'equazione diofantea risulta nullo, quindi non ammissibile, e appaiono i seguenti messaggi:

**** attenzione: regolatore non proprio

**** soluzione impossibile: il denominatore dedotto e' nullo !

D'altronde, se il numero dei poli assegnati è non inferiore a ℓ_0 (o ℓ'_0 quando vengono effettuate le cancellazioni), il progetto del regolatore viene sempre condotto a termine senza alcun problema.

> regnich, gi, gj ↵

fornisce un ambiente progettuale completo basato sul diagramma di Nichols per regolatori la cui funzione di trasferimento consista in un guadagno statico e una o più coppie zeri-poli del tipo a ritardo o ad anticipo; $g_i(s)$ o $g_i(z)$ è la funzione di trasferimento (data) del sistema controllato, $g_j(s)$ o $g_j(z)$ quella (incognita) del regolatore. Si vedano le applicazioni *lagc* e *leadc* per il progetto basato sui diagrammi di Bode.

Richiami

Sia $G_i(s)$ la funzione di trasferimento del sistema controllato e $G_j(s)$ quella del corrispondente regolatore, che viene costruita impiegando uno o più dei fattori elementari

$$G_{j,1}(s) = K_c, \quad G_{j,2}(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s}, \quad G_{j,3}(s) = \frac{1 + \alpha \tau s}{1 + \tau s}, \quad (45)$$

che verranno chiamati *guadagno*, *rete anticipatrice* e *rete ritardatrice*. Il regolatore progettato può essere costituito da un fattore di guadagno e una o più sezioni ad anticipo o a ritardo.

Il progetto viene eseguito sul diagramma di Nichols della funzione di risposta in frequenza $G_i(j\omega)$ del sistema controllato (o del sistema parzialmente corretto se sono stati già determinati uno o più fattori elementari). L'effetto dei diversi fattori elementari sul diagramma di Nichols è rappresentato in Fig. 66, dove n_1 ed n_2 indicano rispettivamente il diagramma prima e dopo la correzione.

L'effetto di una sezione tipo guadagno, mostrato in Fig. 66,a, è semplicemente una traslazione verticale, cosicché, se si scelgono un punto A (punto FROM) e un punto B (punto TO) sulla stessa verticale, il corrispondente valore di K_c in db è rappresentato dal vettore da A a B . Infatti questo vettore rappresenta un numero reale, positivo o negativo a seconda che A sia al di sotto o al di sopra di B .

Il caso della rete anticipatrice è mostrato in Fig. 66,b. La scelta di un punto A (punto FROM) su n_1 e di un punto B (punto TO) in alto a destra rispetto ad A definisce un compensatore tale che n_2 passi per B ed entrambi i punti, A e B , corrispondano alla stessa pulsazione rispettivamente su n_1 ed n_2 . Il vettore da A a B è vincolato ad appartenere ad un opportuno dominio \mathcal{D} , mostrato con linee a tratto in figura. Chiaramente, se B viene scelto per primo, la scelta di A è vincolata ad appartenere al dominio simmetrico \mathcal{D}_1 , pure mostrato in figura.

Il caso della rete ritardatrice, mostrato in Fig. 66,c, è analogo, ma B (punto TO) deve essere in alto a sinistra rispetto ad A (punto FROM). Anche in questo caso la scelta del vettore da A a B è vincolata ad appartenere ad un dominio \mathcal{D} e, se B è il primo punto scelto, la scelta di A è vincolata ad appartenere al dominio simmetrico \mathcal{D}_1 .

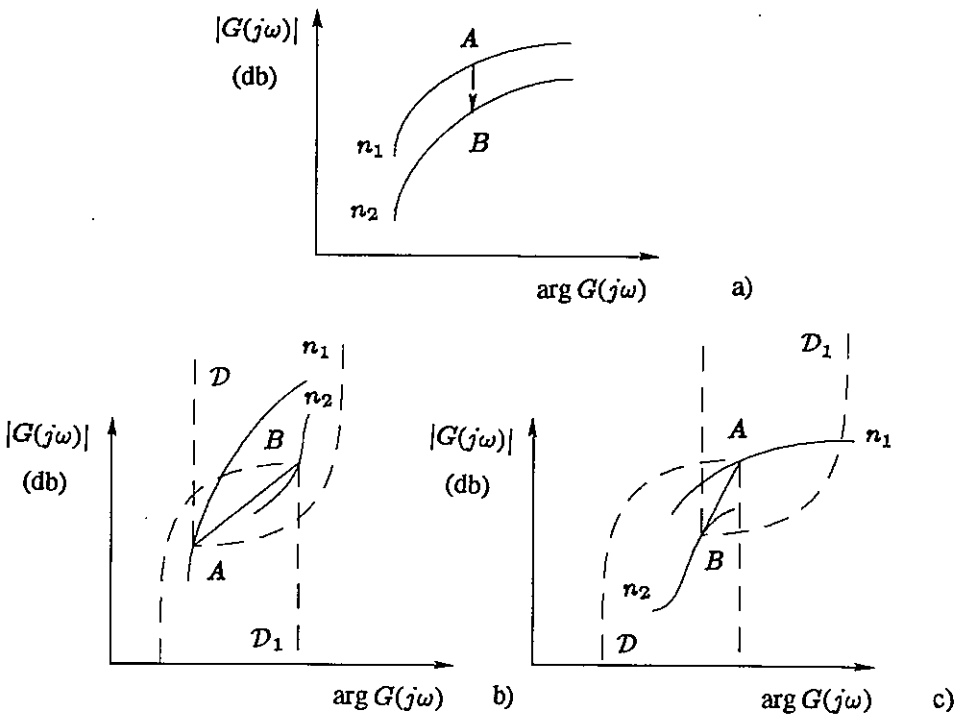


Fig. 66,a-c. I diagrammi di Nichols per il guadagno e le reti ad anticipo e a ritardo.

Il punto B viene normalmente scelto sulla retta a zero db (asse delle ascisse) per imporre il margine di fase. Tuttavia sono possibili scelte diverse, in base all'esperienza del progettista.

Per mostrare come la scelta di A e B si traduca in un fattore del tipo ad anticipo o a ritardo e come nascano i vincoli sul corrispondente vettore, vengono presentate le *formule di inversione* delle reti anticipatrice e ritardatrice. Queste formule consentono di evitare (e forse anche dimenticare) le tradizionali costruzioni grafiche per tentativi.

Si consideri la funzione $F : (\alpha, (\omega\tau)) \rightarrow (M, \varphi)$ definita da

$$M e^{j\varphi} = \frac{1 + j(\omega\tau)}{1 + j\alpha(\omega\tau)}, \quad (46)$$

il cui dominio è $\alpha \in [0, 1)$, $(\omega\tau) \in (0, \infty)$, mentre il corrispondente codominio si mostrerà essere $M \in (1, \infty)$, $\varphi \in (0, \arccos(1/M)]$. La funzione inversa $F^{-1} : (M, \varphi) \rightarrow (\alpha, (\omega\tau))$ è espressa da

$$\alpha = \frac{M \cos \varphi - 1}{M(M - \cos \varphi)}, \quad \omega\tau = \sqrt{\frac{M^2 - 1}{1 - M^2 \alpha^2}} = \frac{M - \cos \varphi}{\sin \varphi}. \quad (47)$$

Le relazioni (47) sono dette *formule di inversione della rete anticipatrice*. Si noti che l'espressione a secondo membro della (46) è la risposta in frequenza della funzione $G_{j,2}(s)$ definita in (45). Con riferimento alla Fig. 66,b, si indichino con x_A, y_A e x_B, y_B le coordinate (in db e radianti) rispettivamente di A e di B , e si definiscano $\Delta y := y_B - y_A$, $\Delta x := x_B - x_A$, cosicché M e φ sono espressi da

$$M = 10^{\Delta y/20}, \quad \varphi = \Delta x. \quad (48)$$

Sia ω_0 la pulsazione corrispondente ad A su n_1 . Le relazioni (47) definiscono direttamente i parametri α e $\tau := (\omega\tau)/\omega_0$ della rete anticipatrice che trasforma il diagramma di Nichols n_1 in un diagramma di Nichols n_2 che passa per B alla pulsazione ω_0 . Il dominio \mathcal{D} è semplicemente il codominio sopra definito riferito a un sistema di coordinate con origine in A , mentre \mathcal{D}_1 è il dominio simmetrico, riferito a un sistema di coordinate con origine in B .

Essendo $G_{j,3}(s)$ la reciproca di $G_{j,2}(s)$, le formule di inversione della rete ritardatrice si possono ottenere semplicemente sostituendo, nelle (47), M con $1/M$ e φ con $-\varphi$. Tuttavia non è necessario introdurre nuove formule per la rete ritardatrice, in quanto lo stesso effetto può essere ottenuto semplicemente cambiando i segni di Δx e Δy . Pertanto, con riferimento alla Fig. 66,c, la rete ritardatrice si ricava definendo $\Delta y := y_A - y_B$, $\Delta x := x_A - x_B$, e usando ancora le (48) e (47) per dedurre α e $\omega\tau$. Naturalmente, anche in questo caso τ si ottiene dividendo $\omega\tau$ per ω_0 , la pulsazione corrispondente ad A su n_1 .

La dimostrazione delle formule di inversione

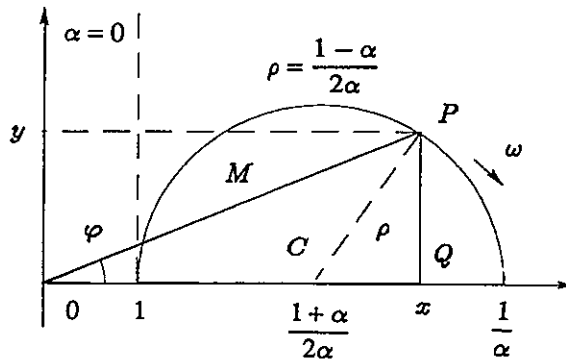


Fig. 67. Deduzione delle formule di inversione della rete anticipatrice.

Con riferimento alla (46), si indichino con $x = M \cos \varphi$ e $y = M \sin \varphi$ le parti reale e immaginaria di $M e^{j\varphi}$. Si verifica facilmente che al variare di ω da 0 a ∞ esse descrivono la semicirconfenza mostrata in Fig. 67. Infatti, immaginando di traslare l'origine in C si ha

$$\frac{1 + j\omega\tau}{1 + j\alpha\omega\tau} - \frac{1 + \alpha}{2\alpha} = \frac{2\alpha(1 + j\omega\tau) - (1 + \alpha)(1 + j\alpha\omega\tau)}{2\alpha(1 + j\alpha\omega\tau)} = \frac{\alpha - 1}{2\alpha} \frac{1 - j\alpha\omega\tau}{1 + j\alpha\omega\tau}$$

dato che α è minore di uno, l'ultimo termine a secondo membro è un vettore con modulo costante pari a $\rho = (1 - \alpha)/(2\alpha)$ e argomento variabile da 0 a π al variare di ω da 0 a ∞ , che pertanto descrive una semicirconfenza. Considerando il triangolo rettangolo CPQ , si ottiene

$$\left(x - \frac{1 + \alpha}{2\alpha}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{1 - \alpha}{2\alpha}\right)^2, \text{ da cui } (2\alpha x - 1 - \alpha)^2 + 4\alpha^2 y^2 = (1 - \alpha)^2,$$

che, sviluppando e dividendo per 4α , porta a $\alpha x^2 + \alpha y^2 - \alpha x = x - 1$. Da questa relazione si ottiene la prima formula di inversione semplicemente esprimendo x ed y in termini di M e φ . Il risultato è

$$\alpha = \frac{x - 1}{x^2 + y^2 - x} = \frac{M \cos \varphi - 1}{M(M - \cos \varphi)} \quad (49)$$

Elevando poi al quadrato ambo i membri della (46), si ottiene

$$M^2 (1 + \alpha^2 (\omega\tau)^2) = 1 + (\omega\tau)^2, \quad \text{da cui } \omega\tau = \sqrt{\frac{M^2 - 1}{1 - M^2\alpha^2}}, \quad (50)$$

che è la prima espressione della seconda formula di inversione. D'altronde, dalla (49) si ha

$$\begin{aligned} 1 - M^2\alpha^2 &= 1 - \frac{(M \cos \varphi - 1)^2}{(M - \cos \varphi)^2} \\ &= \frac{M^2 - 2M \cos \varphi + \cos^2 \varphi - M^2 \cos^2 \varphi - 1 + 2M \cos \varphi}{(M - \cos \varphi)^2} \\ &= \frac{(M^2 - 1)(1 - \cos^2 \varphi)}{(M - \cos \varphi)^2} = \frac{(M^2 - 1) \operatorname{sen}^2 \varphi}{(M - \cos \varphi)^2}, \end{aligned}$$

che, sostituita in (50), fornisce la seconda espressione, cioè

$$\omega\tau = \frac{M - \cos \varphi}{\operatorname{sen} \varphi}.$$

Si prende in esame ora il dominio \mathcal{D} cui il punto TO è vincolato ad appartenere. Considerando ancora la Fig. 67, si noti che il punto P deve appartenere al dominio rettangolare infinito limitato in basso dall'asse x e a sinistra dalla retta verticale con ascissa unitaria. Il massimo argomento φ_M ottenibile per un dato M è tale che $M \cos \varphi_M = 1$, da cui $\varphi_M = \arccos(1/M)$. Si noti che φ_M si ottiene solo con $\alpha=0$, caso limite in genere escluso nel progetto delle reti corretrici.

Se si ammette che α possa essere uguale a zero, il dominio \mathcal{D} di Fig. 66,b è chiuso a destra. Esso, tenendo conto delle (48), è espresso da

$$\mathcal{D} = \{(\Delta x, \Delta y) : \Delta y \in [0, \infty), \Delta x \in (0, \arccos 10^{-\Delta y/20}]\}, \quad (51)$$

mentre il suo simmetrico è

$$\mathcal{D}_1 = \{(\Delta x, \Delta y) : \Delta y \in (-\infty, 0], \Delta x \in [-\arccos 10^{\Delta y/20}, 0]\}. \quad (52)$$

Questi domini risultano semplicemente scambiati fra loro nel caso della rete ritardatrice mostrato in Fig. 66,c.

Modalità d'uso

Si consideri la funzione di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{10000}{(s+1)(s+2)(s+10)(s+30)}, \quad (53)$$

cui ci si riferirà anche nel prossimo paragrafo *Esempi*. Inviato il comando "regnich,gi,gj", in primo luogo appare una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema (per poter verificare la correttezza della chiamata) e, su Command Window, il messaggio:

```
**** premere invio per proseguire
```

Quando viene premuto il tasto di invio, appare la richiesta:

```
informazioni sul metodo di progetto ? (1) :
```

Se si invia 1, si ottiene una breve descrizione della procedura impiegata per il progetto delle reti correttive con le formule di inversione, che non viene qui ripetuta perché riportata nel paragrafo *Richiami*. In questa sessione di informazioni viene anche generata la figura a piena grandezza con i diagrammi di Nichols di alcune reti anticipatrici mostrata in Fig. 68.

Se la richiesta viene ignorata (semplicemente premendo il tasto di invio), viene tracciato il diagramma di Nichols di $g_i(j\omega)$ graduato in valori di ω e con le linee di riferimento per i margini di ampiezza e fase. I valori di tali margini sono visualizzati in basso a sinistra, come si vede in Fig. 69. Appare inoltre, in verde, la scritta **Regolatore N. 1**. Infatti il programma consente di progettare fino a sei regolatori, ciascuno con grafici e messaggi in un colore diverso, secondo la sequenza standard: *verde, rosso, celeste, giallo, magenta e blu*. I diagrammi di Nichols e i messaggi relativi al sistema controllato sono in nero quando lo sfondo è bianco o viceversa.

Nella barra degli strumenti della figura è disponibile un menu **Cambio assi** per modificare la messa in scala automatica, con le voci: **y alto**, **y basso** (più 20 db, meno 20 db), **x sinistra**, **x destra** (più 30 gradi, meno 30 gradi), **standard** (che produce gli assi $[-360,0,-40,40]$), **luoghi a M e N costanti on/off**. È pure disponibile il comando **Reticolo on/off**. Nel caso di Fig. 69 gli assi sono stati aggiustati con le opzioni **standard** e **y alto**.

In alto a sinistra è disponibile un menu a pulsanti con le tre opzioni per il progetto, **Anticipo**, **Ritardo** e **Guadagno** e, inizialmente non attivati, **Continuare**, **Altra sezione**, **Altro regolatore**, **Risp. gradino**, **Diagr. di Bode**. Inoltre, in basso a sinistra è disponibile il pulsante **Esci** per uscire dal programma.

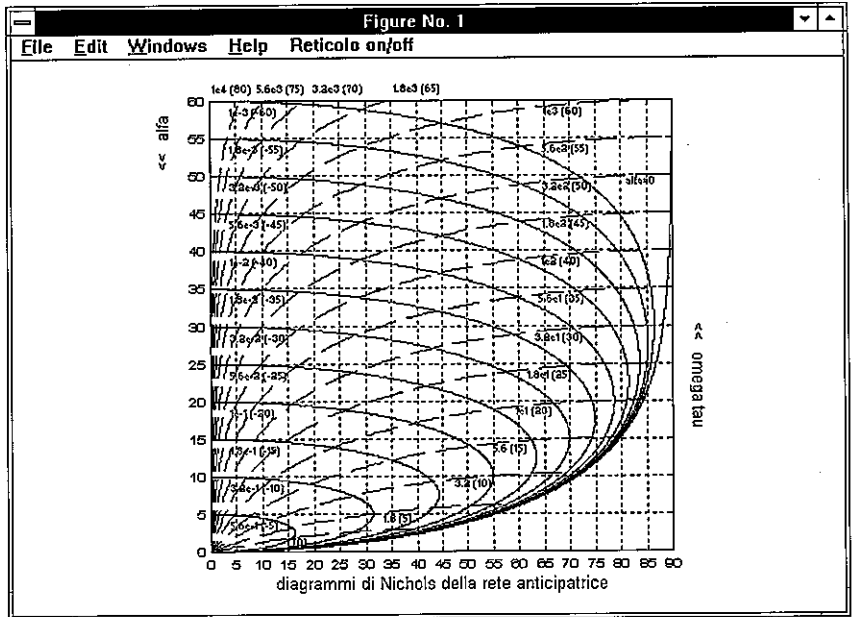


Fig. 68.

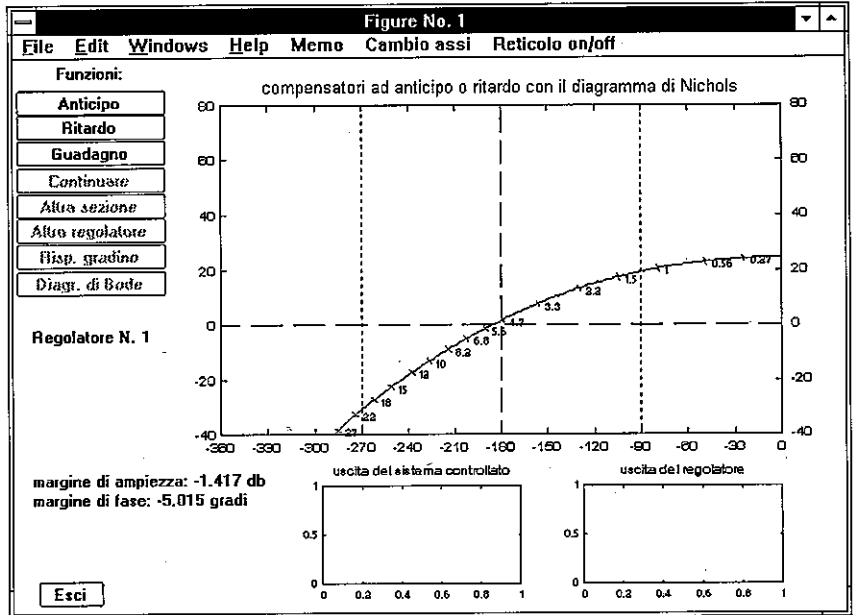


Fig. 69.

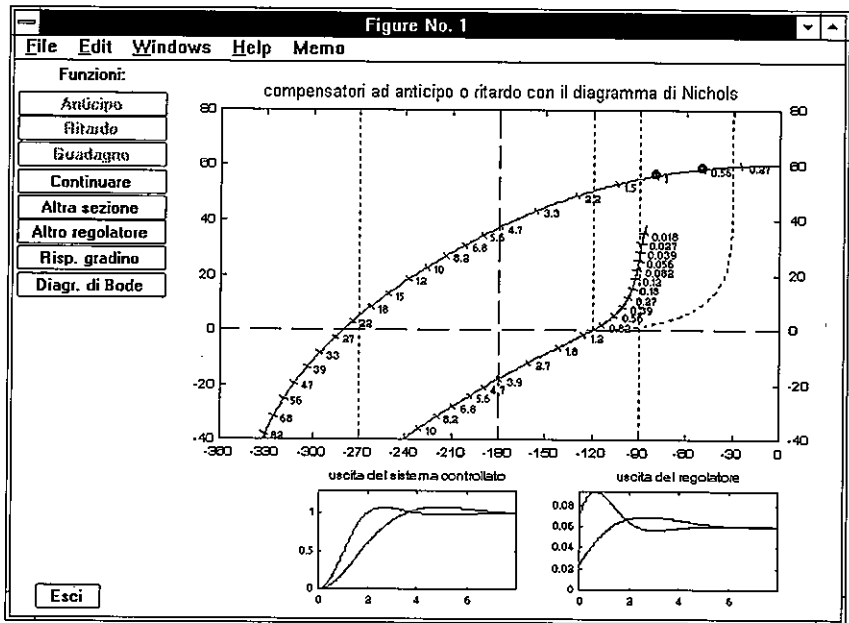


Fig. 70.

Le piccole cornici rettangolari sotto il diagramma di Nichols vengono utilizzate per il tracciamento delle risposte al gradino sia dell'uscita del sistema controllato che del regolatore per le ultime due scelte durante la sessione di progetto per tentativi.

L'azione con il mouse su uno dei tre pulsanti attivati fa iniziare una sessione di progetto per uno dei compensatori (45). La procedura di progetto non viene qui riportata, in quanto descritta in dettaglio nel prossimo paragrafo *Esempi*. Una volta completato il progetto di una sezione del compensatore, viene ripristinato il menu principale a pulsanti, con attivate le sole opzioni **Continuare**, **Altra sezione**, **Altro regolatore**, **Risp. gradino**, e **Diagr. di Bode**. La corrispondente schermata è mostrata in Fig. 70.

Si riporta una breve descrizione di tali opzioni.

Continuare. Questa opzione consente di continuare il progetto del regolatore scegliendo altri punti TO nel caso **Guadagno**, FROM negli altri due casi, dopo aver controllato le risposte.

regnich

Altra sezione. Questa opzione consente di aggiungere un altro fattore elementare al regolatore che si sta progettando. Quando la si sceglie, lo schermo appare come all' inizio, ma con il diagramma di Nichols modificato perché include le sezioni del regolatore già acquisite.

Altro regolatore. Con questa opzione si può ripetere dall' inizio la procedura di sintesi senza bisogno di uscire e rientrare in *regnich*, con il vantaggio di poter confrontare diverse soluzioni in termini di risposte nel tempo e/o in frequenza. Come si è detto, i vari regolatori via via progettati e le corrispondenti risposte sono contraddistinti con colori diversi.

Risp. gradino. Questa opzione consente di saggiare l' efficienza del regolatore o dei regolatori esaminando la risposta al gradino del sistema in retroazione complessivo, sia all' uscita del sistema controllato che del regolatore. La funzione è la stessa già descritta per *pidnich*.

Diagr. di Bode. Questa opzione consente di verificare i diagrammi di Bode dell' anello di retroazione. La funzione è la stessa già descritta per *pidnich*.

Esci. Questo pulsante provoca l' uscita da *regnich*. Quando viene scelto con il mouse, appare il messaggio:

PREMERE INVIO PER USCIRE

in arancio in basso a sinistra sulla figura. Quando si preme il tasto di invio, si ritorna a Command Window e la funzione di trasferimento $gj(s)$ o $gj(z)$ viene visualizzata e salvata sul disco rigido. Se durante la sessione con *regnich* sono stati progettati e confrontati più regolatori, quando si esce dal programma viene richiesta la consueta scelta per colore. Per facilitare tale scelta, le figure con le risposte al gradino e in frequenza vengono conservate in modo da poter essere esaminate usando il mouse.

NOTA:

- Come risulta dalla precedente descrizione, *regnich* si può applicare anche a sistemi a tempo discreto. Se la funzione di trasferimento del sistema controllato è a tempo discreto, cioè in chiamata viene specificata una $gi(z)$ anziché una $gi(s)$, il progetto con i diagrammi di Nichols viene automaticamente riferito alla funzione di trasferimento ad essa equivalente nel piano w , ed ogni sezione di regolatore via via progettata viene convertita da w a z . Le risposte al gradino e i diagrammi di Bode vengono congruentemente modificati.

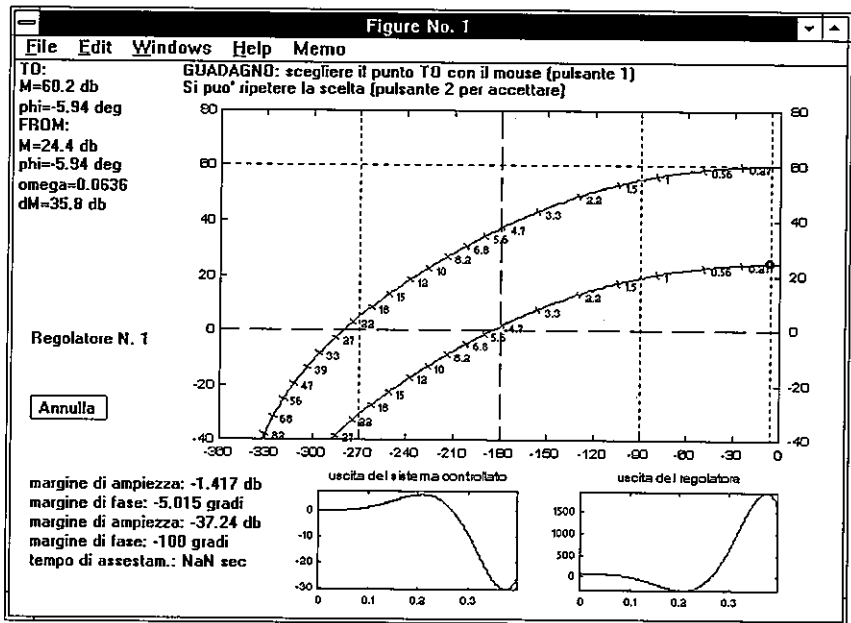


Fig. 71.

Esempi

Ci si riferisce di nuovo alla funzione di trasferimento (53). La procedura di progetto inizia con lo schermo che appare come in Fig. 69. Il sistema è (di poco) instabile, cosicché, se il suo guadagno statico risulta accettabile in rapporto a possibili specifiche sul comportamento a regime, potrebbe essere compensato con una o due sezioni ad anticipo. In caso contrario, si deve ricorrere ad un aumento del guadagno e ad una sezione di compensazione a ritardo. Si decide di procedere in questo secondo modo, e di aumentare in primo luogo il guadagno, onde migliorare l'errore a regime. Quando, con il mouse, si seleziona **Guadagno**, il menu scompare, sulla sommità della figura viene visualizzato il messaggio:

GUADAGNO: scegliere il punto TO con il mouse (pulsante 1)

Si puo' ripetere la scelta (pulsante 2 per accettare)

(a)

e viene attivata la selezione con il mouse di un punto del diagramma. La Fig. 71 mostra come appare lo schermo dopo la prima selezione con il mouse, avente lo scopo di imporre un guadagno statico ad anello aperto di 1000 (60 db). Le posizioni dei punti FROM e TO sono evidenziate da una retta punteggiata verticale verde.

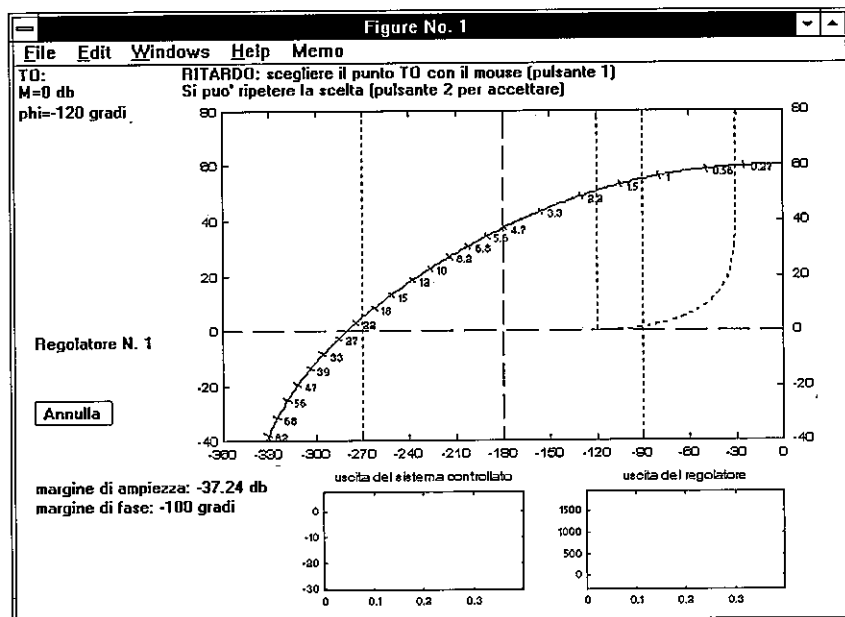


Fig. 72.

Il punto FROM viene indicato con un cerchietto e, in basso a sinistra, vengono visualizzate informazioni sulla variazione di guadagno ottenuta, i nuovi margini di stabilità e il tempo di assestamento. Vengono mostrate, sotto il diagramma, anche le risposte al gradino sia all'uscita del sistema sia a quella del regolatore, che indicano chiaramente che il sistema è instabile e che pertanto nel regolatore deve essere inserita una sezione stabilizzatrice.

Quando si preme il bottone 2 del mouse, scompaiono tutte le scritte e appare nuovamente il menu principale a pulsanti con attivate le scelte **Continuare**, **Altra sezione**, **Altro regolatore**, **Risp. gradino**, **Diagr. di Bode**. Se, con il mouse, si sceglie **Altra sezione**, lo schermo viene ad apparire di nuovo come in Fig. 69, ma con il diagramma di Nichols traslato verso l'alto conformemente alla variazione di guadagno imposta e con le informazioni sui margini di ampiezza e fase congruentemente modificate. Se scegliamo **Ritardo** per la sezione da aggiungere al regolatore, il menu principale scompare e in luogo del messaggio (a) si ottiene:

RITARDO: scegliere il punto TO con il mouse (pulsante 1)
 Si puo' ripetere la scelta (pulsante 2 per accettare) (b)

Dopo una o più scelte del punto TO, lo schermo appare come in Fig. 72.

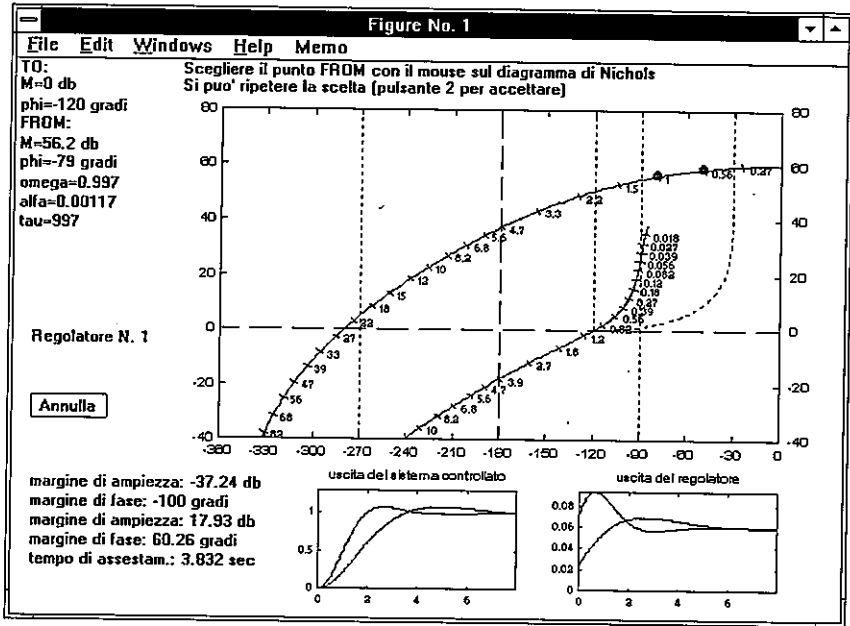


Fig. 73.

Sulla sinistra, il pulsante **Annulla** consente il ripristino della precedente disposizione dello schermo con le tre scelte attivate, annullando così la corrente sessione di progetto. Quando si preme il pulsante 2 del mouse, viene richiesta la scelta del punto FROM. Anche questa può essere ripetuta, per poter tenere conto dei valori visualizzati dei margini di stabilità, del tempo di assestamento e dei parametri del regolatore. Vengono anche mostrate, entro le piccole cornici rettangolari sotto il diagramma di Nichols, le risposte al gradino corrispondenti alle ultime due scelte. A questo punto lo schermo appare come in Fig. 73. Premendo il bottone 2 per confermare l'ultima scelta, si ottiene la disposizione di Fig. 70, da cui si può comandare l'uscita dal programma agendo su **Esci**.

Con ciò si disattiva il menu a pulsanti e si ottiene, in basso a sinistra, la richiesta di premere il tasto di invio per uscire. Quando questo viene premuto, appare Command Window con la funzione di trasferimento del regolatore visualizzata come:

IL REGOLATORE OTTENUTO :

$$g_j = \frac{0.07208 (s + 0.8601)}{(s + 0.001002)}$$

regrootl

> regrootl,gi,gj ↵

fornisce un ambiente progettuale per i regolatori basato sul luogo delle radici, sia mediante allocazione con il mouse di zeri, poli e guadagno ad anello aperto, sia mediante allocazione dei poli ad anello chiuso con l'equazione diofantea. Nella lista di chiamata $gi(s)$ o $gi(z)$ è la funzione di trasferimento (data) del sistema controllato e $gj(s)$ o $gj(z)$ quella (incognita) del regolatore.

Richiami

Sono disponibili, nell'ambiente TFI, sei applicazioni per la sintesi di reti correttive e regolatori basate sull'approccio nel dominio della frequenza, in cui il comportamento del sistema ad anello chiuso viene giudicato in termini di margini di stabilità, picco di risonanza e frequenza di risonanza. Esse sono *lagc*, *leadc*, *pidc*, *pidd*, *pidnich*, e *regnich*, tutte predisposte per l'interattivo ad alta velocità (quattro con la tastiera e due con il mouse), quindi di grande utilità nella sintesi per tentativi.

Tuttavia i normali metodi di sintesi nel dominio delle frequenze non sono più applicabili quando il sistema controllato è instabile o a fase non minima. In questi casi si ottiene una maggiore introspezione sulle caratteristiche dell'anello di retroazione e sulla possibilità di intervenire sul suo comportamento dinamico agendo sulla mappa zeri-poli del sistema ad anello chiuso.

Il progetto per allocazione di zeri e poli si basa sul luogo delle radici, che serve per porre in relazione l'effetto dell'aggiunta e del posizionamento di zeri e poli ad anello aperto (nel regolatore) con il comportamento dinamico del sistema. Per ogni mappa zeri-poli inserita, il programma *regrootl* consente di tracciare immediatamente il luogo delle radici e di scegliere su di esso il valore più conveniente del guadagno, di cambiare la mappa se essa appare migliorabile, e di verificare subito le risposte al gradino e in frequenza. Esso costituisce pertanto un valido strumento per la definizione molto rapida, in linea, dei parametri del regolatore.

Un'altra caratteristica di *regrootl* è la possibilità di ricorrere all'equazione diofantea per l'allocazione dei poli ad anello chiuso. In questo caso, dopo che si è introdotto, con il mouse, un numero sufficiente di poli ad anello chiuso, il regolatore viene calcolato dal programma. Tuttavia, esso può anche essere variato come prima modificando, ancora con il mouse, la sua mappa zeri-poli e/o il suo guadagno. Si veda il paragrafo *Richiami* dell'applicazione *regdph* per informazioni sull'uso dell'equazione diofantea per l'allocazione dei poli ad anello chiuso.

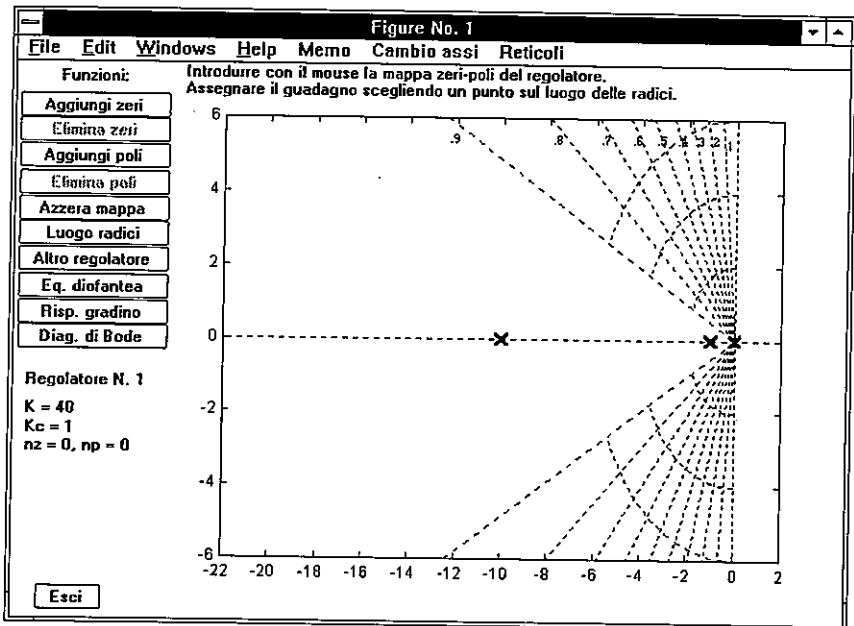


Fig. 74.

Modalità d'uso ed esempi

Si consideri il sistema controllato con funzione di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)} \quad (54)$$

Dopo l'invio del comando "regrootl,gi,gj", in primo luogo appare una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema per verificare la correttezza della chiamata e, su Command Window:

**** premere invio per proseguire

Quando viene premuto il tasto di invio, lo schermo appare come in Fig. 74, con la mappa zeri-poli della funzione di trasferimento (54) tracciata in nero quando lo sfondo delle figure è bianco o viceversa. A sinistra appare, in verde, la scritta **Regolatore N. 1**. Infatti il programma consente di progettare fino a sei regolatori, ciascuno con grafici e messaggi in un colore diverso, secondo la sequenza standard: *verde, rosso, celeste, giallo, magenta e blu*.

I dati $K = 40$, $K_c = 1$, e $n_z = 0$, $n_p = 0$, visibili sotto la suddetta scritta, sono il guadagno di anello (riferito alla forma zeri-poli della funzione di trasferimento complessiva), il guadagno del regolatore e il numero degli zeri e dei poli del regolatore. Tali dati vengono continuamente aggiornati durante il progetto.

Nella barra degli strumenti della figura è disponibile un menu **Cambio assi** per modificare la messa in scala automatica, con le voci: **x sinistra**, **x destra**, **y alto e basso** (ingrandire di 1 divisione, ingrandire x 2, ridurre di 1 divisione, ridurre x 2), **zoom ad avvicinare**, **zoom ad allontanare**, e un menu **Reticoli** con **Reticolo on/off**, **Luoghi a delta costante on/off**. Nel caso di Fig. 74 gli assi sono stati aggiustati con l'opzione **x sinistra** e sono stati inseriti i luoghi a delta costante.

In alto a sinistra è presente un menu a pulsanti con le opzioni per il progetto **Aggiungi zeri**, **Elimina zeri**, **Aggiungi poli**, **Elimina poli**, **Azzerà mappa**, **Luogo radici**, **Altro regolatore**, **Eq. diofantea**, **Risp. gradino**, e **Diagr. di Bode**. Inoltre, in basso a sinistra è disponibile il pulsante **Esci** per uscire dal programma. Dato che il regolatore è inizialmente privo di zeri e poli, in Fig. 74 le opzioni **Elimina zeri** ed **Elimina poli** appaiono disattivate.

Sulla sommità della figura è presente il messaggio:

**Introdurre con il mouse la mappa zeri-poli del regolatore.
Assegnare il guadagno scegliendo un punto sul luogo delle radici.** (a)

Si riporta una breve descrizione delle funzioni del menu a pulsanti.

Aggiungi zeri. Questa opzione abilita la scelta di un punto del diagramma con il mouse e produce la sostituzione del messaggio (a) con:

**Scegliere la posizione di uno zero reale o una coppia di zeri complessi.
Si può ripetere la scelta col pulsante 1 del mouse. Il pulsante 2 la conferma.** (b)

La scelta con il mouse di un punto al di sopra dell'asse reale definisce una coppia di zeri complessi, mentre quella di un punto (lievemente) al di sotto definisce uno zero reale. Le posizioni scelte per gli zeri sono mostrate con i simboli standard (o) in verde, mentre i relativi valori numerici sono visualizzati, pure in verde, alla sinistra degli assi. La scelta viene eseguita ed eventualmente modificata con il pulsante 1 del mouse ed infine confermata con il pulsante 2. La definizione di più zeri avviene ripetendo più volte l'intera procedura. Un pulsante **Annulla**, situato in basso a sinistra, consente di interrompere la sessione **Aggiungi zeri**, ripristinando la situazione prima della scelta.

Elimina zeri. Questa opzione consente l'eliminazione di uno zero reale o di una coppia di zeri complessi mediante il mouse (pulsante 1).

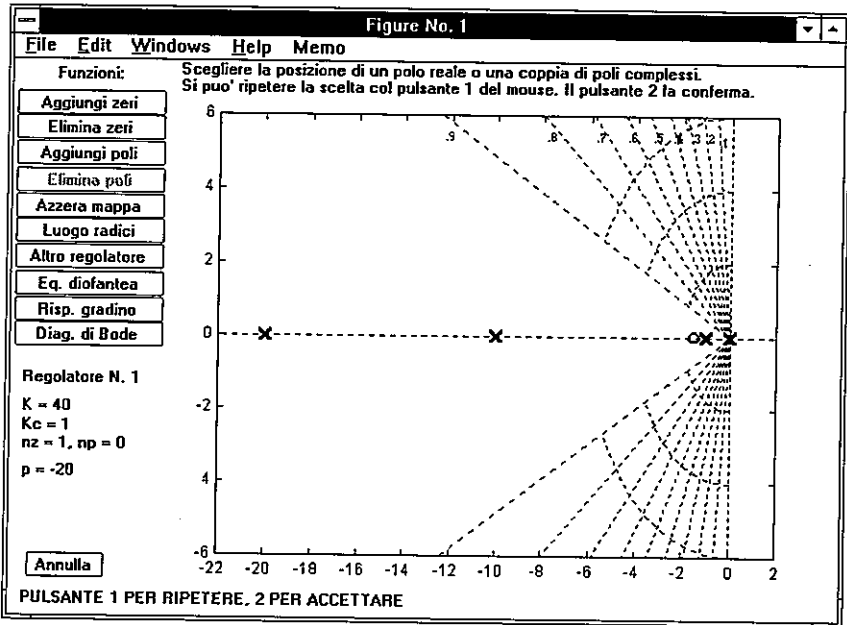


Fig. 75.

Aggiungi poli. Come sopra per gli zeri, ma con il messaggio e i simboli modificati in conformità (x).

Elimina poli. Come sopra per gli zeri.

Azzera mappa. Vengono cancellati tutti gli zeri e i poli del regolatore e il suo guadagno viene posto uguale ad uno, per poterne ripetere il progetto dall' inizio.

Luogo radici. Questo pulsante mette in opera la funzione principale e più sofisticata del programma *regrootl*. Quando viene scelto con il mouse, il menu viene disattivato e appaiono sullo schermo due nuovi pulsanti con le opzioni **Positivo** e **Negativo**. La prima produce il tracciamento del luogo delle radici per i valori correnti delle mappe zeri-poli e dei guadagni del sistema controllato e del regolatore, mentre la seconda cambia il segno del guadagno del regolatore prima del tracciamento e può essere utile in casi particolari. Prima che inizi il tracciamento del luogo, viene resa temporaneamente disponibile una piccola finestra rettangolare con un menu di tipo *pop-up* per la scelta del passo (i valori possibili sono .01, .02, .05, .1, .2, .5, 1). Tale opzione consente di imporre la velocità di tracciamento e di osservare pertanto la disposizione di tutti i rami del luogo all' aumentare del guadagno di anello.

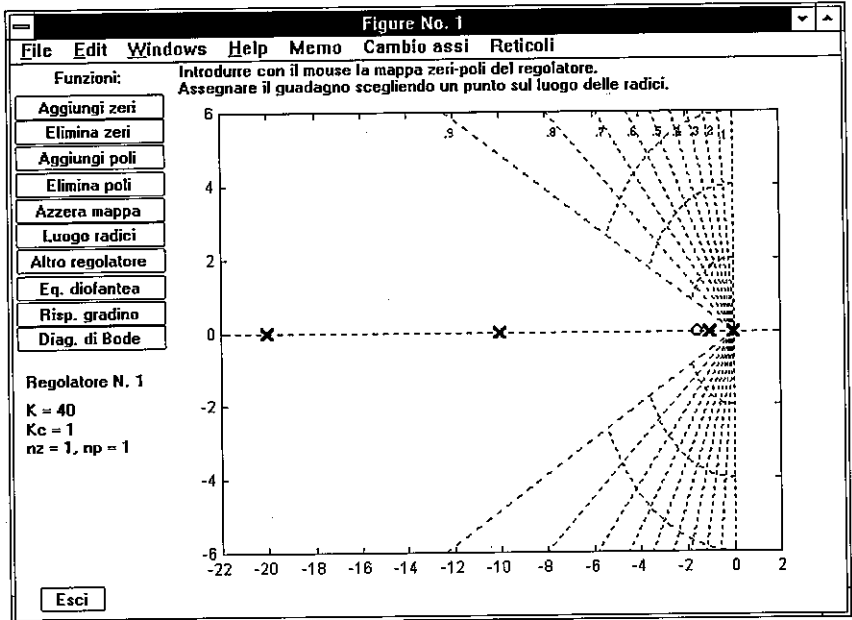


Fig. 76.

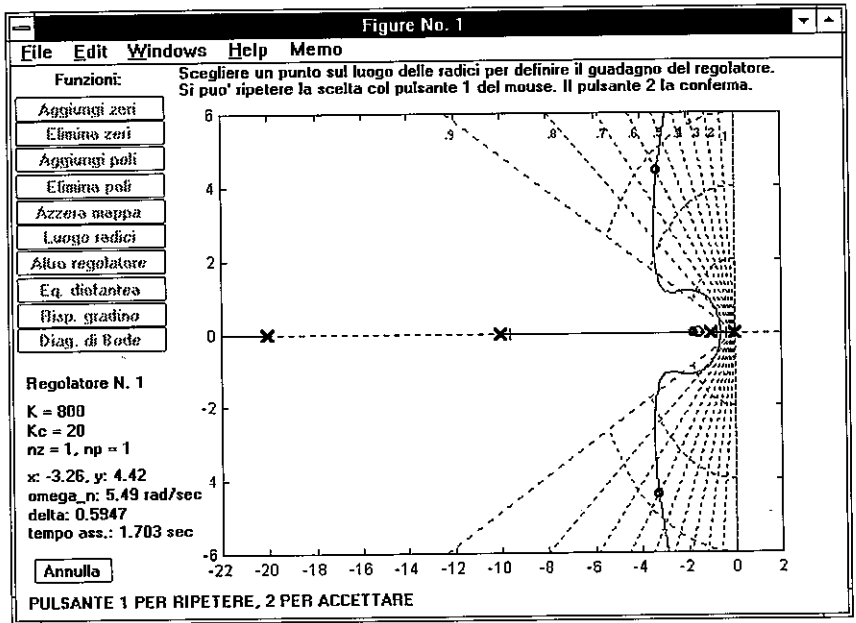


Fig. 77.

Ad esempio, quando si usa l'equazione diofantea per l'allocazione dei poli ad anello chiuso, se il luogo delle radici passa molto lentamente attraverso i poli dominanti si può concludere che il regolatore progettato sia abbastanza robusto, almeno in rapporto alle variazioni di guadagno.

La sessione *Luogo radici* può essere annullata agendo con il mouse sul pulsante **Annulla** disponibile nella figura: ciò risulta utile quando occorre cambiare il segno del guadagno del regolatore o variare la mappa zeri-poli.

Le opzioni del menu finora considerate si usano nel progetto per allocazione di zeri, poli e guadagno. Con riferimento al sistema (54), si presenterà ora un esempio illustrativo, relativo ad una rete anticipatrice. Supponiamo di introdurre uno zero e un polo, rispettivamente di valori -1.5 e -20 . Nella fase di allocazione ed eventuale aggiustamento del polo con il mouse, lo schermo appare come in Fig. 75. Quando si esce dalla sessione di allocazione del polo agendo sul pulsante 2, si ripristina il normale assetto con tutte le opzioni attivate, mostrato in Fig. 76.

Il prossimo passo è la scelta del guadagno sul luogo delle radici, che viene ottenuta agendo sull'opzione *Luogo radici*. La configurazione dello schermo con il luogo delle radici è mostrata in Fig. 77, con il seguente messaggio visualizzato alla sommità della figura:

**Scegliere un punto sul luogo delle radici per definire il guadagno del regolatore
Si può ripetere la scelta col pulsante 1 del mouse. Il pulsante 2 la conferma.** (c)

La Fig. 77 mostra lo schermo durante la scelta del guadagno, che si può ripetere, con il pulsante 1 del mouse. Le posizioni delle radici sul luogo corrispondenti al guadagno scelto sono evidenziate con cerchietti, mentre i valori corrispondenti della pulsazione naturale, del coefficiente di smorzamento e del tempo di assestamento sono visualizzati in basso a sinistra. Il tempo di assestamento è calcolato come $3/\sigma_m$, con σ_m definita come il minimo valore assoluto delle parti reali dei poli ad anello chiuso o dei poli trasformati secondo $s = (1/T)\ln z$ nel caso a tempo discreto. Agendo sul pulsante 2 si esce dalla sessione di allocazione dei poli e si ottiene di nuovo la disposizione di Fig. 76, con i valori dei guadagni aggiornati.

Si procede ora nella descrizione del menu a pulsanti.

Altro regolatore. Con questa opzione si può ripetere dall'inizio la procedura di sintesi senza bisogno di uscire e rientrare in *regrootl*, con il vantaggio di poter confrontare diverse soluzioni in termini di risposte nel tempo e/o in frequenza. Come si è detto, i vari regolatori via via progettati e le corrispondenti risposte sono contraddistinti con colori diversi.

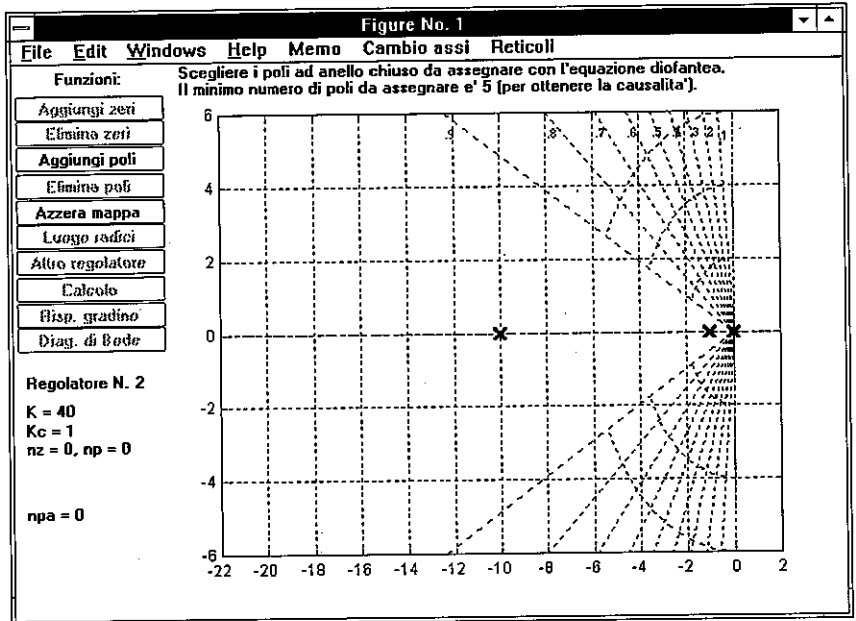


Fig. 78.

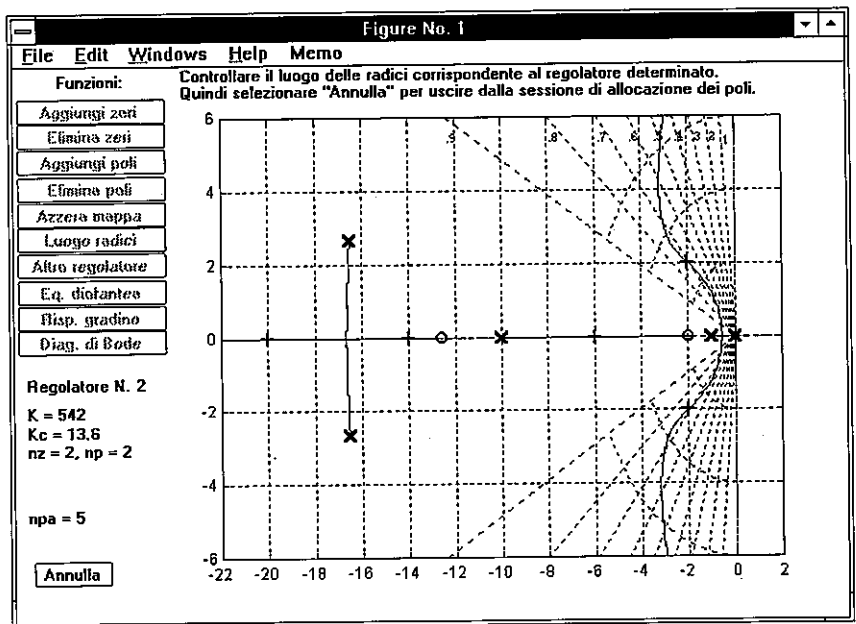


Fig. 79.

Eq. diofantea. Questa opzione può essere usata sia all' inizio sia quando un certo numero di zeri e/o poli sono stati introdotti con il mouse. Essa consente di continuare una sessione di progetto calcolando il regolatore per allocazione dei poli ad anello chiuso.

Si descriverà la sua funzione con un esempio. Con riferimento ancora al sistema (54), supponiamo di continuare la nostra sessione di progetto, dopo il calcolo della rete anticipatrice, scegliendo **Altro regolatore**. La scelta di **Eq. diofantea** produce la disposizione dello schermo mostrata in Fig. 78, con il messaggio:

**Scegliere i poli ad anello chiuso da assegnare con l'equazione diofantea
Il minimo numero di poli da assegnare e' 5 (per ottenere la causalita')** (d)

e con le sole opzioni **Aggiungi poli** e **Azzera mappa** attivate nel menu principale. Naturalmente il minimo numero di poli specificato nel messaggio dipende dal caso particolare. Si noti che l' opzione **Eq. diofantea** è stata sostituita con **Calcolo**, inizialmente non attivata. Essa viene attivata quando cominciano ad essere introdotti i poli e produce il calcolo del regolatore. Per il calcolo non si richiede necessariamente che il regolatore sia causale. Introduciamo i poli $-2 \pm j2$, -6 , -14 e -20 , che vengono evidenziati con crocette nel colore del regolatore (in questo caso il rosso), mentre il loro numero N è visualizzato come **npa = N** sotto gli altri messaggi nella figura. Alla fine si procede con il calcolo agendo con il mouse sul corrispondente pulsante. Se il numero dei poli introdotti non basta affinché la soluzione dell' equazione diofantea sia non banale, sulla figura si ottiene il messaggio:

SOLUZIONE IMPOSSIBILE: AGGIUNGERE ALTRI POLI

che può essere cancellato con il mouse. Una volta calcolato il regolatore con l' equazione diofantea, i suoi zeri e poli vengono mostrati sulla figura e l' opzione **Aggiungi poli** viene disattivata, mentre **Luogo radici** viene nuovamente attivata, per verificare se il luogo passa per i poli assegnati. Se viene scelta, lo schermo appare come in Fig. 79, con il solo pulsante **Annulla** attivato. Esso consente il ripristino del menu principale con tutte le opzioni disponibili.

Risp. gradino. Questa opzione consente di saggiare l' efficienza del regolatore o dei regolatori esaminando la risposta al gradino del sistema in retroazione complessivo, sia all' uscita del sistema controllato che del regolatore. La funzione è la stessa già descritta per *pidnich*. Il suo uso nel caso del nostro esempio, dopo che il secondo regolatore è stato ricavato con l' equazione diofantea, produce le risposte al gradino (uscita del sistema controllato) mostrate in Fig. 80.

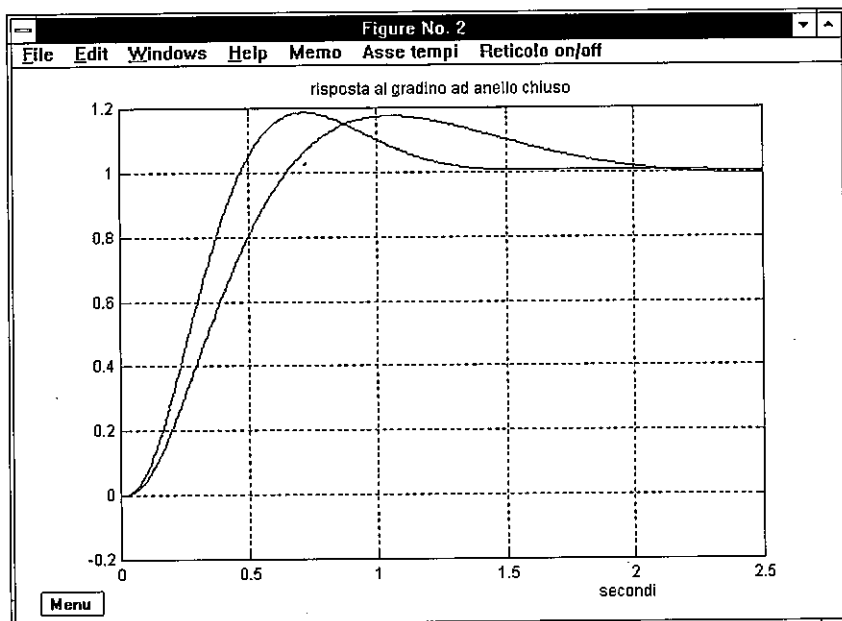


Fig. 80.

Diagr. di Bode. Questa opzione consente di verificare i diagrammi di Bode dell'anello di retroazione. La funzione è la stessa già descritta per *pidnich*.

Esci. Questo pulsante provoca l'uscita da *regrootl*. Quando viene scelto con il mouse, appare il messaggio:

PREMERE INVIO PER USCIRE

in arancio in basso a sinistra sulla figura. Quando si preme il tasto di invio, si ritorna a Command Window e la funzione di trasferimento $gj(s)$ o $gj(z)$ viene visualizzata e salvata sul disco rigido. Se durante la sessione con *regrootl* sono stati progettati e confrontati più regolatori, in uscita dal programma viene proposta la consueta scelta per colore.

NOTA:

- Come risulta dalla precedente descrizione, *regrootl* si può applicare anche a sistemi a tempo discreto. Se la funzione di trasferimento del sistema controllato è a tempo discreto, cioè in chiamata viene specificata una $gi(z)$ anziché una $gi(s)$, l'ambiente viene modificato in modo congruente. Ad esempio il reticolo con i luoghi a delta costante è diverso.

```
> robpar,gj ↵
```

definisce la forma parametrica $gj_p(s)$ della funzione di trasferimento $gj(s)$. Tale forma parametrica viene salvata in modo permanente nel file $gj_p.mat$.

```
> robpar,gi,gj_p,h,[gw] ↵
```

esegue un'analisi della robustezza del sistema in retroazione con regolatore $gi(s)$, sistema controllato $gj_p(s)$ (in forma parametrica), collegamento di retroazione $h(s)$ (eventualmente una costante reale). L'analisi riguarda la configurazione dei poli al variare dei parametri. L'uscita $gw(s)$ (opzionale) è la funzione di trasferimento del sistema corrispondente al minimo coefficiente di smorzamento dei poli dominanti.

Richiami

Si consideri il sistema in retroazione mostrato in Fig. 81. Il simbolo p indica un insieme finito di parametri, ciascuno soggetto a variare in modo aleatorio in un dato *intervallo di incertezza*.

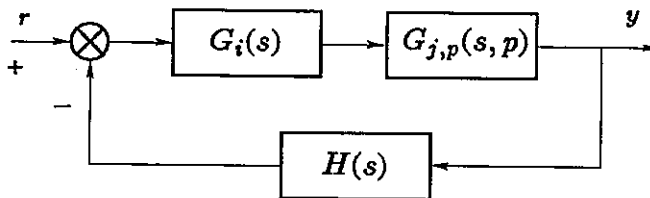


Fig. 81 Il sistema in retroazione considerato.

Le funzioni di trasferimento in forma parametrica considerate in *robpar* vengono introdotte a partire da una funzione di trasferimento normale "di riferimento", definita in precedenza, sostituendo i valori numerici dei coefficienti con espressioni, interpretabili da Matlab, di parametri simbolici (fino a sette), di ciascuno dei quali viene dato il valore nominale e gli estremi dell'intervallo di incertezza. Ad esempio, la funzione di trasferimento

$$G_j(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)} \quad (55)$$

può essere utilizzata come riferimento per definire la funzione di trasferimento parametrica

$$G_{j,p}(s, p) = \frac{40 + 20 \operatorname{sen} \alpha}{s(s + \beta)(s + \gamma)}, \quad (56)$$

dei cui parametri devono essere specificati i valori nominali e gli intervalli di incertezza, ad esempio come

$$\begin{aligned} \alpha &: \text{valore nominale } \pi, \text{ intervallo } [0, 2\pi], \\ \beta &: \text{valore nominale } 1, \text{ intervallo } [0.1, 2], \\ \gamma &: \text{valore nominale } 10, \text{ intervallo } [8, 16]. \end{aligned} \quad (57)$$

Lo stesso parametro può essere ripetuto nelle espressioni parametriche di più coefficienti. Il programma *robpar* fornisce, in forma grafica, le seguenti informazioni.

1. Le disposizioni dei poli ad anello chiuso corrispondenti ai valori estremi di ogni parametro nel suo intervallo di incertezza in tutte le possibili combinazioni, che sono 2^n per n parametri.
2. La dispersione dei poli ad anello chiuso dovuta a variazioni aleatorie e non correlate di tutti i parametri nei rispettivi intervalli di incertezza.
3. I contorni delle radici relativi ai poli ad anello chiuso corrispondenti alla variazione di un singolo parametro nel suo intervallo di incertezza e passanti per un punto del contorno precedente, selezionato con il mouse.

In uscita vengono fornite informazioni sul “sistema meno smorzato”, definito come il sistema controllato corrispondente al minimo coefficiente di smorzamento dei poli dominanti ad anello chiuso. Per un dato sistema i poli dominanti sono a loro volta definiti come i poli complessi meno smorzati. In particolare, vengono visualizzati il valore δ di tale coefficiente e i corrispondenti valori \bar{p} dei parametri. Nel caso di chiamata a quattro argomenti viene anche visualizzata e salvata sul disco rigido la funzione di trasferimento del sistema meno smorzato $G_w(s) = G(s, \bar{p})$.

NOTE:

- Anche se quasi sempre il caso peggiore corrisponde a valori estremi dei parametri, questa non è la regola, dato che i coefficienti della funzione di trasferimento del sistema controllato possono essere funzioni non lineari arbitrarie dei parametri. Ciò avviene, in particolare, per la funzione (56), in cui il guadagno assume lo stesso valore agli estremi dell'intervallo di variazione di α .
- La chiamata di *robpar* con $gc = 1$ fornisce il “peggiore” sistema controllato in retroazione senza alcuna correzione. Tale sistema può essere un buon riferimento per il progetto per tentativi di un regolatore robusto.

Modalità d'uso ed esempi

Chiamata con un argomento

Si considera in primo luogo la chiamata con un solo argomento, con lo scopo di definire una funzione di trasferimento parametrica. Ci si riferisce alla funzione definita nelle (56) e (57), e si suppone che la funzione di riferimento (55) sia stata già definita e memorizzata nel disco rigido con il nome *gj*. Il comando "robpar,gj" produce, su Command Window:

$$gj = \frac{40}{s(s+1)(s+10)}$$

definire la f.d.t. parametrica gj_p ? (1/0) :

L'invio di 1 dà luogo alla seguente sessione interattiva:

ELENCO DI TUTTI I PARAMETRI :

parametro (invio per terminare l'elenco) : alfa

valore nominale : pi

intervallo di variazione [min max] : [0 2*pi]

parametro (invio per terminare l'elenco) : beta

valore nominale : 1

intervallo di variazione [min max] : [.1 2]

parametro (invio per terminare l'elenco) : gamma

valore nominale : 10

intervallo di variazione [min max] : [8 16]

parametro (invio per terminare l'elenco) :

Quando si preme semplicemente il tasto di invio per terminare l'elenco, la sessione interattiva continua come segue:

robpar

NUMERATORE :

guadagno = 40
espressione parametrica : 40+20*sin(alfa)

DENOMINATORE :

coefficiente: 1
espressione parametrica : beta
coefficiente: 10
espressione parametrica : gamma

A questo punto la funzione di trasferimento parametrica è completamente definita. Essa viene salvata nel file *gj_p.mat* e visualizzata come:

FORMA NUMERICA NOMINALE :

$$gj = \frac{40}{s(s+1)(s+10)}$$

FORMA PARAMETRICA :

$$gj_p = \frac{40+20*\sin(\alpha)}{s(s+\beta)(s+\gamma)}$$

alfa: valore nominale 3.142, intervallo [0, 6.283]
beta: valore nominale 1, intervallo [0.1, 2]
gamma: valore nominale 10, intervallo [8, 16]

La stessa visualizzazione appare su Command Window quando la funzione di trasferimento parametrica *gj_p* viene richiamata da TFI con il comando:

```
> gj_p ↵
```

Se *gj_p* è già definita, l'invio di "robpar,gj_p" produce la precedente visualizzazione, seguita dalla richiesta:

- 1 - definire una nuova forma parametrica di *gj_p*
- 2 - cambiare le espressioni parametriche dei coefficienti
- 3 - cambiare gli intervalli di incertezza dei parametri

operare una scelta (invio per uscire) :

che consente, in interattivo, la sua modifica totale o parziale.

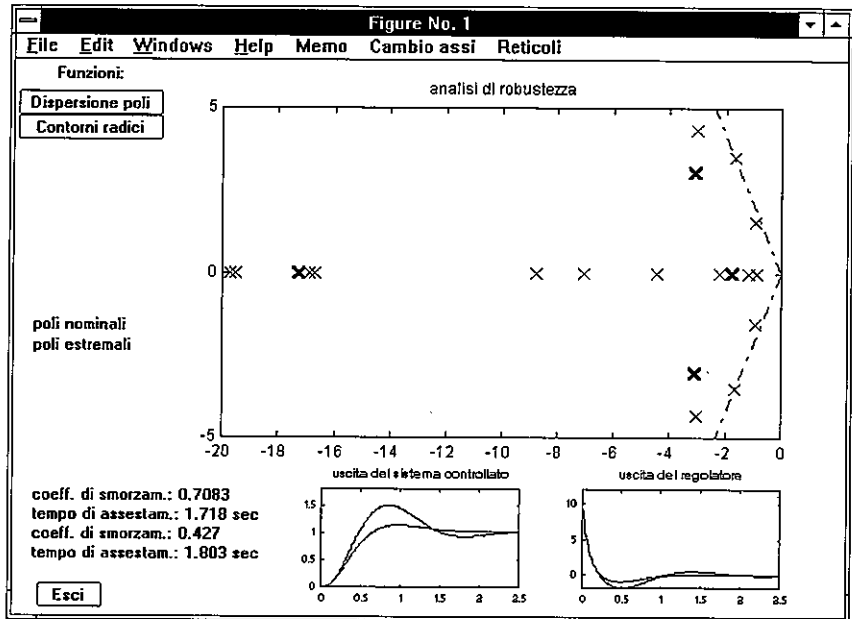


Fig. 82.

Chiamata con tre o quattro argomenti

Consideriamo ora la chiamata con tre argomenti (per ottenere solo uscita grafica) o con quattro argomenti (per ottenere anche la visualizzazione e la memorizzazione della funzione di trasferimento corrispondente al sistema meno smorzato).

Sia

$$g_i(s) = \frac{10(s + 1.413)}{s + 14.13} \quad (58)$$

la funzione di trasferimento di un regolatore calcolato per il sistema nominale (55). Il nostro proposito è verificare se tale regolatore ha un comportamento soddisfacente anche in presenza di variazioni dei parametri entro i loro intervalli di incertezza.

L'invio di "robpar,gi,gj-p,l,gw" in primo luogo produce una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema (per poter verificare la correttezza della chiamata) e la visualizzazione di:

**** premere invio per proseguire

Quando si preme il tasto di invio, vengono mostrate su Command Window la forma numerica e quella parametrica di $g_j-p(s)$, seguite da:

**** premere un tasto per proseguire

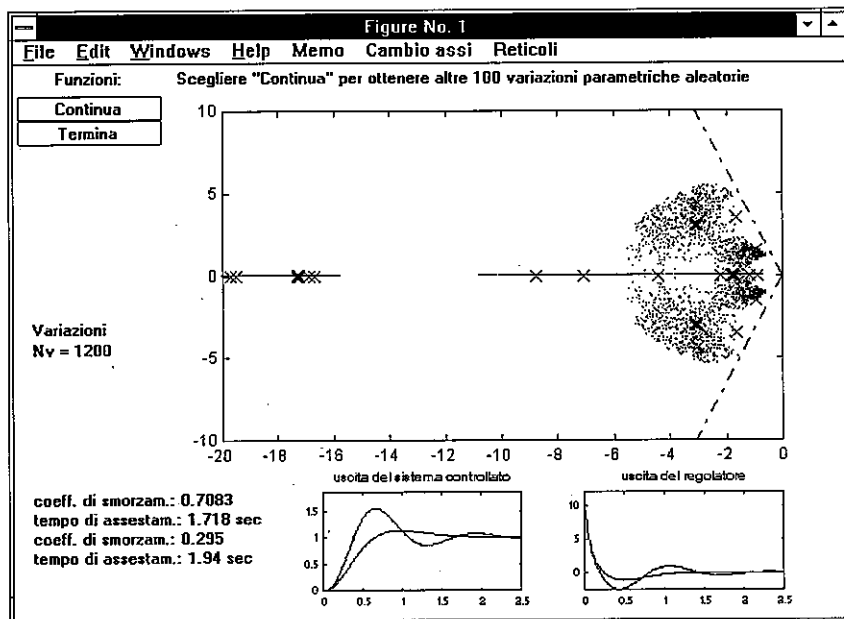


Fig. 83.

Una volta premuto il tasto, lo schermo appare come in Fig. 82. Esso mostra le disposizioni dei poli corrispondenti ai valori nominali (in verde) ed estremali (in rosso) dei parametri, mentre entro le cornici rettangolari in basso sono mostrate, negli stessi colori, le risposte al gradino nel caso nominale e nel caso peggiore. Sulla sinistra sono visualizzati i corrispondenti valori del coefficiente di smorzamento e del tempo di assestamento, mentre nella figura principale è mostrato anche il luogo a smorzamento costante corrispondente al caso peggiore (due semirette a tratto e punto per l'origine, tracciate in arancio).

Nella barra degli strumenti della figura è disponibile un menu **Cambio assi** per modificare la messa in scala automatica, con le voci: **x sinistra**, **x destra**, **y alto e basso** (ingrandire di 1 divisione, ingrandire x 2, ridurre di 1 divisione, ridurre x 2), **zoom ad avvicinare**, **zoom ad allontanare**, e un menu **Reticoli** con **Reticolo on/off**, **Luoghi a delta costante on/off**.

Il menu a pulsanti sulla sinistra della figura consente due diverse raffigurazioni della ricerca della configurazione dei parametri corrispondente al caso peggiore, **Dispersione poli** e **Contorni radici**. È visibile anche, in basso a sinistra, il pulsante **Esci**, che serve per l'uscita dal programma. Si riporta una breve descrizione di tali opzioni.

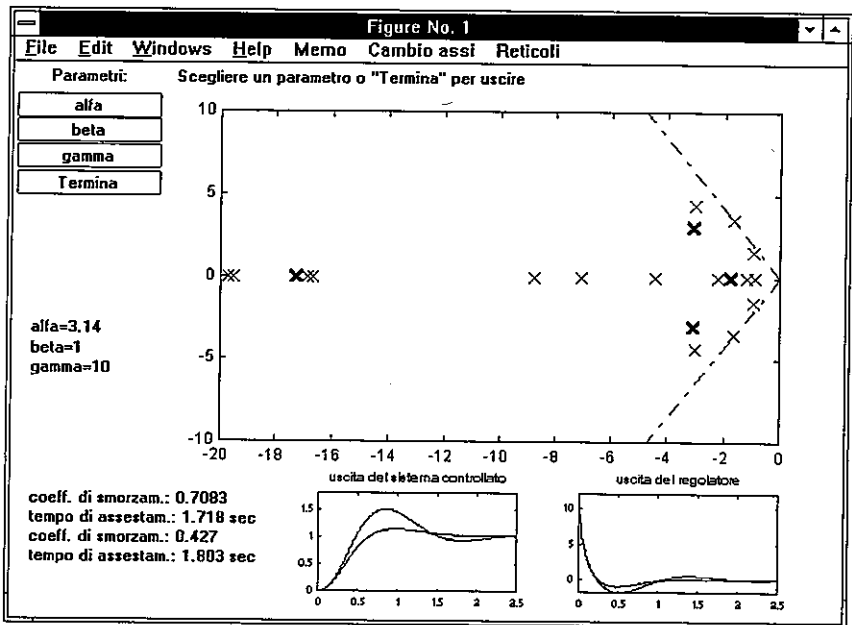


Fig. 84.

Dispersione poli. Con questa opzione viene calcolata e mostrata nella figura la dispersione dei poli ad anello chiuso dovuta a 100 variazioni aleatorie dei parametri, ciascuno nel suo intervallo di incertezza. Viene registrato il caso corrispondente al minimo coefficiente di smorzamento δ e vengono visualizzati i valori corrispondenti di tale coefficiente e del tempo di assestamento. Le semirette a tratto e punto per l'origine e le risposte al gradino vengono aggiornate se necessario. È visibile un nuovo menu a pulsanti, con le scelte **Continua**, che consente l'aggiunta di 100 ulteriori variazioni aleatorie dei coefficienti, e **Termina**, che produce il ritorno al menu precedente. La Fig. 83 mostra la disposizione dello schermo nel caso dell'esempio cui ci si riferisce, dopo 1200 variazioni aleatorie dei parametri. Si noti che il valore del coefficiente di smorzamento risulta inferiore a quello mostrato in Fig. 82, dato che in questo caso il comportamento peggiore non corrisponde a valori estremali dei parametri.

Contorni radici. Questa opzione produce la disposizione dello schermo di Fig. 84, con un menu a pulsanti con i nomi di tutti i parametri (in questo caso **alfa**, **beta** e **gamma**) e **Termina**. Sulla sommità della figura appare il messaggio:

Scegliere un parametro o "Termina" per uscire

(a)

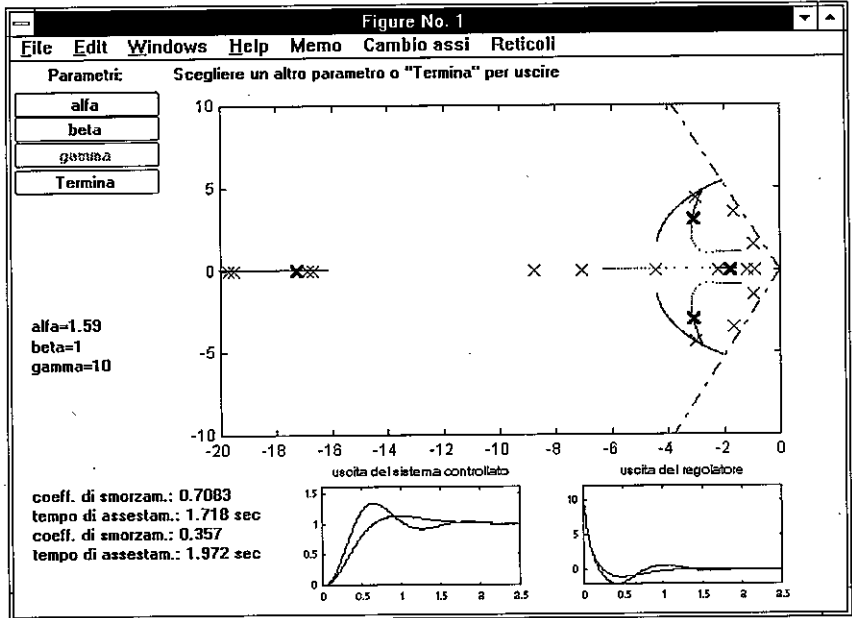


Fig. 85.

mentre sulla sinistra sono visualizzati i valori nominali dei parametri, distinto ciascuno con un colore della sequenza standard: *verde, rosso, celeste, giallo, magenta, blu e nero* quando lo sfondo è bianco o *bianco* quando esso è nero. Supponiamo di scegliere, con il mouse, **alfa**: viene tracciato nella figura il contorno delle radici corrispondente a 100 variazioni, a spaziatura uniforme, del parametro scelto nel suo intervallo di incertezza, viene nuovamente mostrato il menu a pulsanti con **alfa** disattivato e, in luogo di (a), appare il messaggio:

Scegliere un altro parametro o "Termina" per uscire (b)

Se il valore di δ è inferiore al precedente, appaiono aggiornate le risposte al gradino del caso peggiore, come pure i valori del coefficiente di smorzamento e del tempo di assestamento e il luogo a smorzamento costante. Quando viene scelto un altro parametro, ad esempio **gamma**, il messaggio (b) viene sostituito con:

Scegliere un punto sul grafico verde (premere il pulsante 2 per ritornare al menu) (c)

La scelta di un punto sul grafico verde definisce un nuovo valore del parametro **alfa**, immediatamente visibile sulla sinistra della figura.

Quindi viene tracciato, in celeste, il contorno delle radici relativo al parametro gamma passante per questo punto. Si può ripetere la scelta, definendo così nuovi valori di alfa e aggiungendo in figura nuovi contorni. Quando si preme il pulsante 2, viene ripristinato il precedente menu, ma con il pulsante gamma disattivato, vengono cancellati tutti i contorni, eccettuato l'ultimo tracciato, e viene mostrato di nuovo il messaggio (b). A questo punto lo schermo appare come in Fig. 85. La scelta di un nuovo parametro porta alla definizione di un nuovo valore di gamma e al tracciamento di un nuovo contorno, relativo al parametro scelto e nel colore corrispondente. La procedura può essere ripetuta. La scelta di Termina produce il ripristino della disposizione originaria di Fig. 82, ma con le risposte al gradino del caso peggiore, i valori visualizzati del coefficiente di smorzamento e del tempo di assestamento e il luogo a smorzamento costante per l'origine aggiornati se durante la sessione relativa ai contorni delle radici si è trovato un valore inferiore di $\bar{\delta}$.

Esci. Questo pulsante provoca l'uscita da *robpar*. Quando viene scelto con il mouse, appare il messaggio:

PREMERE INVIO PER USCIRE

in arancio in basso a sinistra sulla figura. Quando si preme il tasto di invio, si ritorna a Command Window con:

IL SISTEMA MENO SMORZATO :

(delta = 0.2843)

alfa = 1.587

beta = 0.1

gamma = 8

e, nel caso di chiamata a quattro argomenti, la funzione di trasferimento relativa al caso peggiore viene visualizzata come:

$$gw = \frac{60}{s(s + 0.1)(s + 8)}$$

e salvata nel disco rigido.

rootl

> rootl,gi ↵

traccia il luogo delle radici di $1+K gi(s)=0$ o di $1+K gi(z)=0$ per $K \in [0, \infty]$.

Richiami

Ci si riferisce in primo luogo al sistema a tempo continuo $gi(s) = P(s)/Q(s)$. Siano m e n i gradi di $P(s)$ e $Q(s)$ e si supponga $m \leq n$. Al variare di K da 0 ad ∞ , le radici dell'equazione polinomiale $Q(s) + K P(s) = 0$ descrivono un insieme di n curve dette *rami* del luogo. Ogni ramo parte da un polo p_i [una radice di $Q(s)$] e termina in uno zero z_i [una radice di $P(s)$] o all'infinito, cosicché il luogo presenta $n-m$ rami tendenti all'infinito; le loro tangenti all'infinito, dette *asintoti*, si incontrano nel punto dell'asse reale di ascissa

$$\sigma_a = \frac{1}{n-m} \left(\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i \right),$$

e, se $gi(0+) > 0$ e il numero degli zeri e dei poli con parti reali strettamente positive è pari, formano con l'asse reale gli angoli

$$\vartheta_{a,\nu} = \frac{(2\nu+1)\pi}{n-m} \quad (\nu = 0, 1, \dots, n-m-1),$$

mentre, se $gi(0+) > 0$ e il numero degli zeri e dei poli con parti reali strettamente positive è dispari, gli angoli sono

$$\vartheta_{a,\nu} = \frac{2\nu\pi}{n-m} \quad (\nu = 0, 1, \dots, n-m-1).$$

Questi due insiemi di angoli si scambiano fra loro in caso di retroazione positiva, cioè se $gi(0+) < 0$. Si noti che gli asintoti dividono il piano complesso in settori uguali.

Il programma *rootl* si può usare anche se è $n < m$. Ciò può verificarsi quando K indica un parametro diverso dal guadagno di anello (contorno delle radici). In questo caso viene automaticamente considerato il luogo di $1/gi(s)$ in funzione di $1/K$, cosicché il luogo appare tracciato in senso contrario (dagli zeri ai poli), ma sia i simboli sia le informazioni sul guadagno vengono adeguati in modo da risultare corretti.

Un punto di diramazione è un punto del luogo corrispondente a una radice multipla della suddetta equazione, con rami entranti (in numero pari alla molteplicità) ed un ugual numero di rami uscenti ad essi interposti. I punti di diramazione si ottengono risolvendo l'equazione polinomiale

$$P(s)Q'(s) - Q(s)P'(s) = 0,$$

in cui $P'(s)$ e $Q'(s)$ indicano rispettivamente le derivate di $P(s)$ e $Q(s)$. I corrispondenti valori di K (sia positivi che negativi) si ottengono per sostituzione nell'equazione del luogo.

Il luogo delle radici di un sistema a tempo discreto $g(z) = P(z)/Q(z)$ è definito allo stesso modo. Le regole per il suo tracciamento e le sue proprietà sono le stesse. Tuttavia esso ha una diversa forma, dovuta alla presenza di un maggior numero di zeri, che fa sì che un maggior numero di rami resti in una zona finita del piano complesso.

Luoghi a delta costante. Risulta in genere di grande utilità tracciare, sul piano del luogo delle radici, i luoghi a coefficiente di smorzamento costante o a delta costante. Si ricorda che il coefficiente di smorzamento di una coppia di poli complessi coniugati $\sigma \pm j\omega$ è

$$\delta := \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} = \text{sen} \beta,$$

in cui β indica l'angolo fra l'asse immaginario e il segmento congiungente l'origine e $\sigma + j\omega$, positivo in senso antiorario. Nel caso a tempo continuo il luogo corrispondente a un dato valore di δ è la coppia di semirette dall'origine definite da

$$s = -|\omega| \tan \beta \pm j\omega = -|\omega| \frac{\delta}{\sqrt{1 - \delta^2}} \pm j\omega, \quad -\infty < \omega < \infty,$$

mentre nel caso a tempo discreto esso si ottiene trasformando il precedente secondo la corrispondenza $z = e^{Ts}$ e con ω limitato alla striscia primaria, cioè $-\Omega/2 \leq \omega \leq \Omega/2$, dove Ω indica la pulsazione di campionamento. Si ottiene la coppia di archi di spirale logaritmica definita da

$$z = e^{Ts} = e^{(-|\omega| \tan \beta + j\omega)T} = e^{-\frac{2\pi|\omega|}{\Omega} \tan \beta} e^{j \frac{2\pi\omega}{\Omega}}, \quad -\Omega/2 \leq \omega \leq \Omega/2,$$

o anche

$$z = e^{-|\varphi| \tan \beta} e^{j\varphi}, \quad -\pi \leq \varphi \leq \pi.$$

Modalità d'uso

Il comando "rootl,gi" in primo luogo produce una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema per chiarire il significato dei simboli e, su Command Window, la visualizzazione di:

LUOGO DELLE RADICI :

x poli ad anello aperto (= poli ad anello chiuso per $K=0$)
o zeri ad anello aperto (= poli ad anello chiuso per $K=Inf$)
+ poli ad anello chiuso per $K=1$

il luogo viene tracciato passo passo per K crescente
o per K decrescente se il sistema e' non causale

scegliere il colore del grafico: k=nero, g=verde,
b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde :

e, dopo che si è introdotto un colore ammissibile, la finestra grafica corrente viene azzerata, presentata a piena grandezza e, dopo un po' di attesa per le elaborazioni, viene mostrato il tracciamento passo passo del luogo delle radici. Ciò consente di conoscere il comportamento del luogo al variare di K . Se la funzione di trasferimento introdotta è non causale, appare il seguente messaggio:

**** attenzione: gi e' non causale
il luogo verra' tracciato in direzione opposta

Quando, dopo che il luogo delle radici è stato completato, si preme il tasto di invio, appare in Command Window il seguente menu principale:

MENU :

- 1 - cambiare gli assi di riferimento e ripetere l'ultimo grafico
- 2 - inserire reticolo
- 3 - informazioni su punti di diramazione e asintoti
- 4 - aggiungere un grafico in colore diverso
- 5 - rivedere la figura
- 6 - informazioni sul luogo con il mouse
- 7 - luoghi a delta costante (on/off)
- 8 - tracciare gli asintoti
- 9 - mostrare la disposizione dei poli per un dato valore di K
- 10 - cambiare il passo e ripetere l'ultimo grafico

operare una scelta (premere invio per uscire) :

Si fornisce ora una breve descrizione delle opzioni del precedente menu.

Cambiare gli assi di riferimento e ripetere l'ultimo grafico. Questa opzione consente la scelta dei campi e dei numeri di divisioni per entrambi gli assi. Il valore di default per il campo è quello corrente, mentre il numero di divisioni, se non specificato, viene determinato automaticamente. Una tipica scelta interattiva di nuovi assi di riferimento nel caso a tempo continuo è la seguente:

```
l'intervallo dell'asse x e' [-5 4];
premere invio o specificare nuovi valori: [xm xM] = [-2 2]
numero di divisioni dell'asse x: 9;
premere invio per la messa in scala automatica
o specificare un nuovo valore: ndx =
```

```
l'intervallo dell'asse y e' [-3 3];
premere invio o specificare nuovi valori: [ym yM] = [-1.5 1.5]
numero di divisioni dell'asse x: 6;
premere invio per la messa in scala automatica
o specificare un nuovo valore: ndy =
```

Dopo che si sono definiti i nuovi assi di riferimento, viene tracciato di nuovo il luogo delle radici dell'ultima funzione introdotta.

Inserire reticolo. Inserisce nella figura un reticolo riferito alle divisioni degli assi. Nei menu successivi l'opzione 2 appare come:

```
2 - eliminare il reticolo
```

e ripristina la figura senza il reticolo. I due tipi di opzione 2 commutano.

Informazioni su punti di diramazione e asintoti. Questa opzione fornisce informazioni sui più importanti parametri caratterizzanti il luogo delle radici, che vengono visualizzati come:

```
PUNTI DI DIRAMAZIONE:
valore: -0.4869 +0*j;          guadagno: 0.05942
```

```
ASINTOTI:
centro: -3.667;   angoli: 60
                  180
                  300
```

```
**** premere un tasto per proseguire
```

e, quando si preme un tasto, viene visualizzato nuovamente il menu principale.

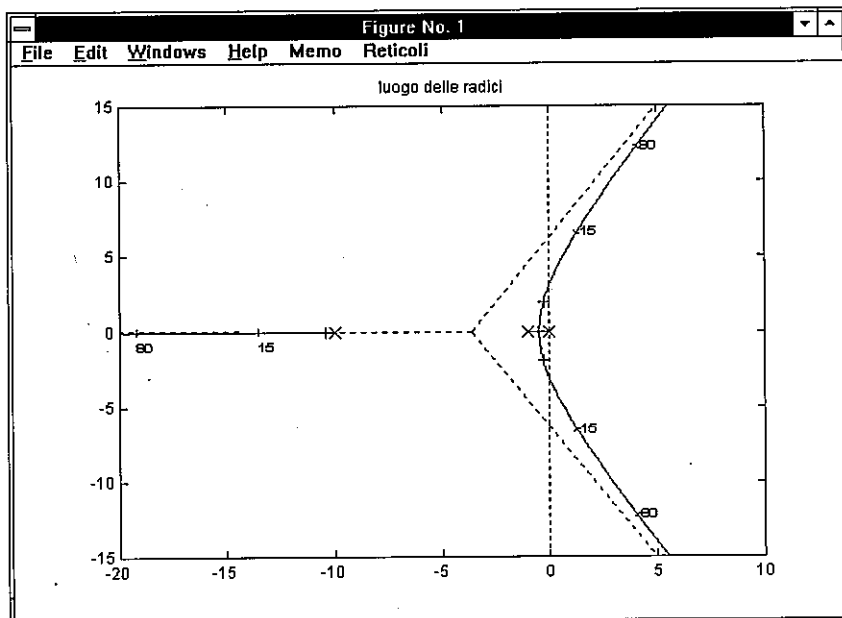


Fig. 86.

Aggiungere un grafico in colore diverso. Questa opzione consente di tracciare nella stessa figura più grafici in colore diverso, corrispondenti a diverse funzioni di trasferimento. Il suo impiego più frequente consiste nel confronto di diverse soluzioni di problemi di sintesi nel dominio delle frequenze. Essa produce il seguente interattivo:

```
specificare la funzione di trasferimento : g2
scegliere il colore del grafico: k=nero, g=verde,
b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde : r
```

Luoghi delle radici relativi a sistemi a tempo continuo e a tempo discreto non possono essere tracciati insieme, in quanto i relativi piani complessi sono differenti. Questo errore viene evitato con una verifica automatica che produce il messaggio:

```
**** errore: tempo continuo e discreto nella stessa figura
```

dopo di che, premendo il tasto di invio si ritorna al menu principale.

Rivedere la figura. Questa opzione fa sì che la finestra con la figura corrente venga richiamata agendo sulla tastiera, senza bisogno di usare il mouse.

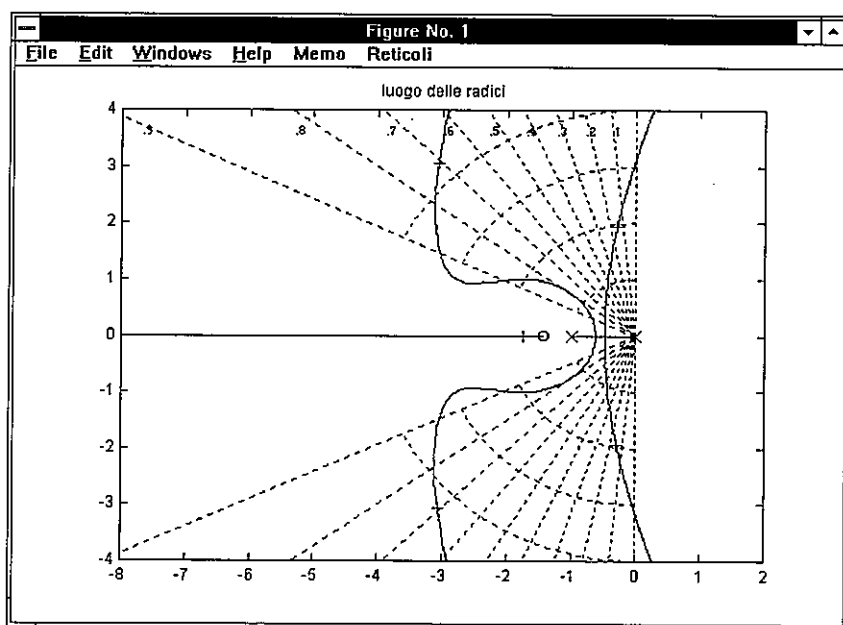


Fig. 87.

Informazioni sul luogo con il mouse. In primo luogo viene visualizzato il messaggio:

**** premere invio per abilitare la selezione

Quando viene premuto il tasto di invio, viene mostrata la figura e viene attivato il mouse per la scelta di un punto particolare del grafico. Se i luoghi delle radici sono più di uno, la figura appare come in Fig. 88, con il messaggio:

Scegliere un colore o MENU per uscire (a)

in alto a sinistra, insieme ad un menu a pulsanti che consente la scelta di un grafico specificandone il colore o l'uscita dalla sessione di informazioni con il mouse, ripristinando così Command Window con il menu principale. Se invece si ha un unico luogo, il messaggio (a) viene sostituito con:

Scegliere il colore o MENU per uscire (b)

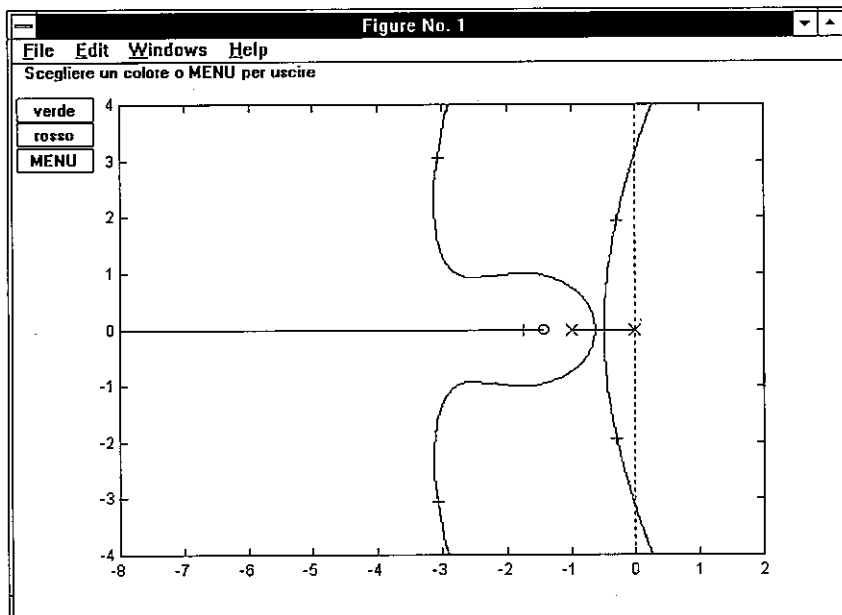


Fig. 88.

Nel caso particolare di Fig. 88 sono stati tracciati due luoghi delle radici, uno in verde e l'altro in rosso. Quando con il mouse si sceglie un colore sul menu a pulsanti, ad esempio il rosso, il messaggio (a) viene sostituito con:

Scegliere un punto con il mouse (pulsante 1) sul grafico rosso (pulsante 2 per uscire) (c)

e, quando viene operata la scelta, sul grafico e nello stesso colore viene tracciata una piccola freccia nella direzione del guadagno crescente per indicare la posizione del punto scelto, come mostrato in Fig. 89, mentre in alto a destra vengono visualizzati i valori delle coordinate del punto scelto, del guadagno corrispondente, della pulsazione naturale, del coefficiente di smorzamento e del tempo di assestamento (il massimo, in rapporto a tutti i poli del luogo corrispondenti al valore di K così selezionato), mentre in alto a sinistra viene visualizzato il messaggio:

Premere il pulsante 1 per cancellare i dati (d)

Quando si agisce sul pulsante 1 del mouse, le informazioni vengono cancellate e riappare il messaggio (c); è pertanto possibile la scelta di un nuovo punto sul grafico rosso (pulsante 1) o il ripristino del menu a pulsanti di Fig. 88 (pulsante 2).

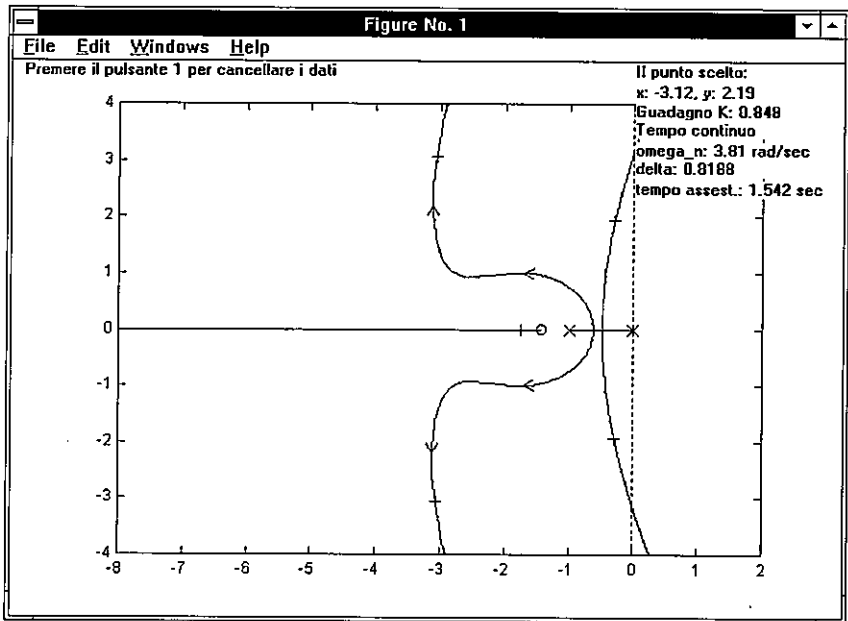


Fig. 89.

Quando si sceglie **MENU**, sulla figura in basso a sinistra appare la scritta:

PREMERE INVIO PER IL MENU

e, quando si preme il tasto di invio, si ritorna a Command Window con la richiesta:

conservare le frecce ? (1) :

che risulta utile quando la figura deve essere stampata, dato che le frecce indicano l'andamento del luogo al crescere del guadagno e completano così la figura. Viene quindi ripristinato il menu principale.

Luoghi a delta costante (on/off). Quando si sceglie questa opzione, nella figura vengono tracciate alcune curve a coefficiente di smorzamento costante, utili per valutare approssimativamente (con riferimento ai poli dominanti) quanto siano sensibili al valore di K la massima sovralongazione nella risposta al gradino e il picco di risonanza nella risposta in frequenza del sistema ad anello chiuso. I valori del coefficiente di smorzamento vanno da 0 a 0.9 con passo 0.1, sia per i sistemi a tempo continuo che per quelli a tempo discreto. Vengono tracciati anche alcuni luoghi a pulsazione naturale costante.

Tracciare gli asintoti. Con questa opzione, il luogo viene nuovamente mostrato con gli asintoti tracciati nello stesso colore. Se in figura sono presenti più luoghi, si ottiene la richiesta:

scegliere la funzione specificandone il colore :

Mostrare la disposizione dei poli per un dato valore di K. Questa opzione, produce in primo luogo la scelta interattiva per colore appena descritta se la figura riporta più luoghi e quindi:

specificare un valore di K (premere invio per il menu) : 5

Una volta specificato il valore, si ottiene la seguente visualizzazione:

POLI	MODULO	DELTA
-11.62	+11.62	+1
+0.3103 +4.137*j	+4.149	-0.07479
+0.3103 -4.137*j	+4.149	-0.07479

la posizione dei poli verra' evidenziata con tacche
specificare anche il corrispondente valore di K ? (1) :

Se si preme semplicemente il tasto di invio, la figura viene nuovamente mostrata con le posizioni dei poli sul luogo evidenziate con tacche. Se, invece, si invia 1, viene visualizzato anche il valore di K , come è mostrato in Fig. 86. In questo secondo caso viene richiesto in interattivo il corpo del carattere, con:

corpo del carattere (da 6 a 14, default 12) :

Quando si ritorna a Command Window premendo il tasto di invio, la richiesta di un valore di K (relativa al particolare luogo già scelto per colore) viene ripetuta. Premendo ancora il tasto di invio senza aver specificato alcun valore si ritorna al menu principale.

Cambiare il passo e ripetere l'ultimo grafico. Il valore iniziale del passo secondo il quale si incrementa il valore di K durante il tracciamento del luogo viene determinato automaticamente dal programma, secondo il miglior compromesso fra precisione e tempo di calcolo. Tuttavia in alcuni casi il luogo può presentare un andamento irregolare. Questa opzione consente di ripetere il tracciamento dell'ultimo luogo con un passo inferiore. L'introduzione di un passo inferiore può tornare utile anche per rallentare il tracciamento, ottenendo così una migliore percezione del procedere del luogo all'aumentare di K .

La corrispondente richiesta in interattivo è:

il valore attuale del passo è: 1
 premere invio per ripetere con lo stesso passo
 o specificare un nuovo valore : .4

e il tracciamento dell'ultimo luogo viene ripetuto, nel colore già scelto, più lentamente e con forma più regolare.

Esempi

La Fig. 86 mostra il luogo delle radici della funzione di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)},$$

con aggiunti gli asintoti (opzione 8 del menu principale) e con alcuni punti graduati in funzione di K (opzione 9). L'asse immaginario, che rappresenta il contorno del dominio di stabilità, appare come una retta punteggiata, tracciata a luogo completato. Si suppone che il sistema $g_i(s)$ venga corretto con la rete anticipatrice

$$g_c(s) = \frac{10(s+1.413)}{s+14.13},$$

e si indica con $gh(s) := gc(s)gi(s)$ la funzione di trasferimento complessiva. La Fig. 87 mostra, tracciati insieme, i luoghi delle radici di $g_i(s)$ e $gh(s)$ (opzione 4) con i luoghi a delta costante (opzione 7), in modo da evidenziare l'azione della rete correttiva sulla posizione dei poli dominanti. La Fig. 88 è stata ottenuta da essa eliminando i luoghi a delta costante (opzione 7) e attivando la scelta di punti con il mouse (opzione 6), mentre la Fig. 89 mostra lo schermo durante tale scelta.

Come esempio per il caso a tempo discreto, si considera la funzione

$$g_j(z) = \frac{0.03279(z+0.1442)(z+2.342)}{(z-0.1352)(z-0.8187)(z-1)},$$

ottenuta da $g_i(s)$ per conversione dal continuo al discreto secondo la tenuta di ordine zero e con il tempo di campionamento $T = 0.2$ sec. Il luogo ad essa corrispondente è mostrato in Fig. 90. Quando il tracciamento del luogo è completo, viene aggiunta la circonferenza di raggio unitario che, in questo caso, sostituisce l'asse immaginario come contorno del dominio di stabilità. La Fig. 91 mostra ancora il luogo di $g_j(z)$ con i campi degli assi cambiati (opzione 1) e i luoghi a delta costante (opzione 7).

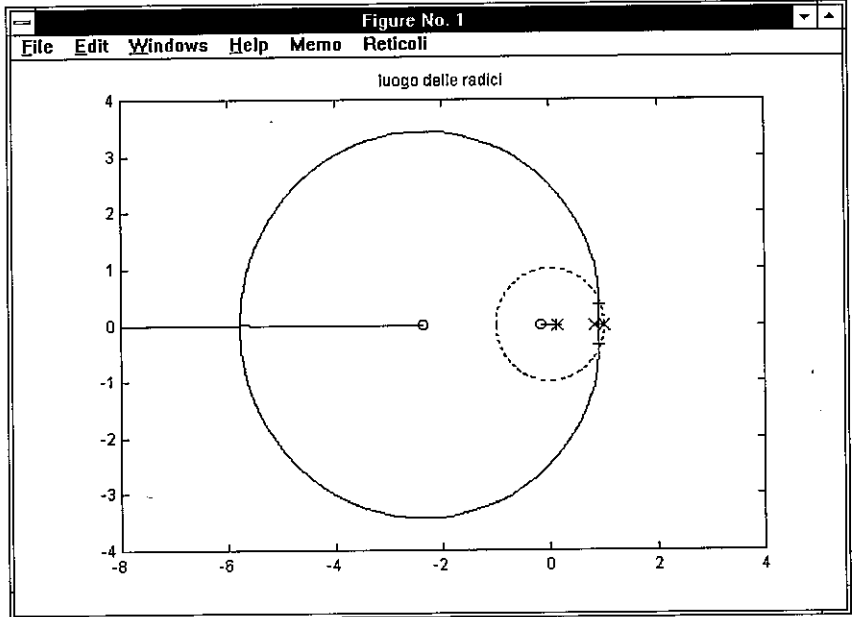


Fig. 90.

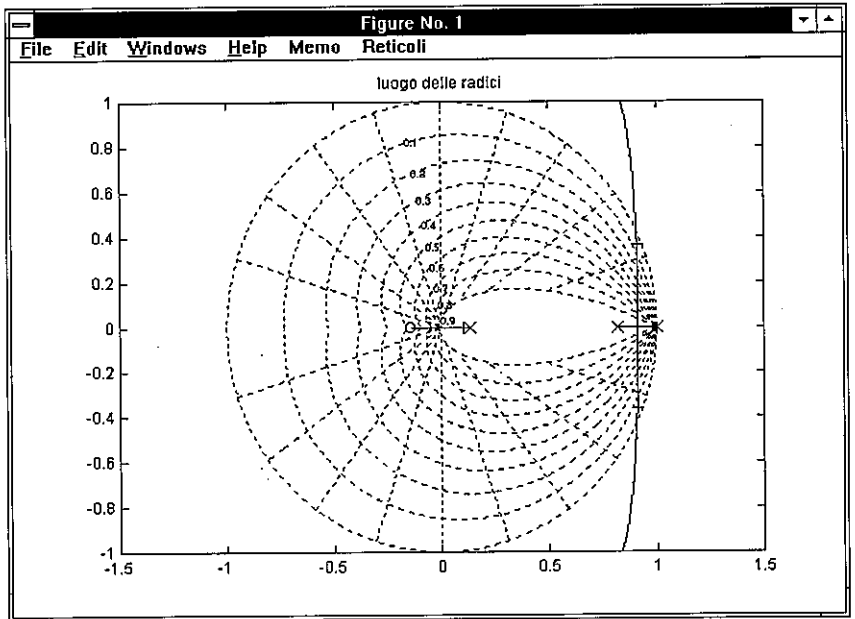


Fig. 91.

> routh,gi ↵

calcola e visualizza gli intervalli di stabilità di un sistema $gi(s)$ o $gi(z)$ in retroazione unitaria in funzione del guadagno di anello K .

Richiami

Si consideri un sistema dinamico lineare avente l'equazione caratteristica

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 = 0 . \tag{59}$$

È noto che per la stabilità in senso stretto o asintotica tutte le radici della precedente equazione devono essere a parte reale strettamente negativa. Il criterio di Routh fornisce informazioni sulla stabilità mediante un semplice test sui coefficienti dell'equazione caratteristica, consentendo così di evitarne la completa soluzione. Pur potendosi considerare tale impiego oggi superato, grazie alla disponibilità e facile reperibilità di semplici programmi per calcolatore che forniscono facilmente e velocemente le soluzioni delle equazioni polinomiali, il criterio di Routh viene ancora usato nella teoria del controllo per determinare gli intervalli di stabilità in funzione di parametri dai quali possano dipendere i coefficienti dell'equazione caratteristica.

Per semplicità si considera dapprima il caso in cui i coefficienti non dipendono da alcun parametro. Inoltre, si suppone che il coefficiente a_n sia positivo e a_0 non nullo. Ciò non lede la generalità, dato che il primo membro della (59) può essere moltiplicato per -1 senza alcun effetto sulle radici dell'equazione, oppure diviso per una potenza di s , eliminando così una o più radici uguali a zero.

Si costruisce la *tabella di Routh*:

n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots	
	\downarrow	\nearrow	\downarrow	\nearrow	\downarrow
$n-1$	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots	
$n-2$	γ_{n-2}	γ_{n-4}	\dots		
\dots	\dots	\dots			

(60)

Le prime due righe della tabella riportano i coefficienti del polinomio, disposti come mostrato, a partire da quello della potenza più elevata.

routh

Gli elementi della terza riga sono definiti dalla relazione

$$\gamma_{n-2} = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}, \quad \gamma_{n-4} = \frac{a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}, \dots, \quad (61)$$

mentre quelli delle righe successive sono definiti allo stesso modo, in funzione di quelli delle due righe immediatamente precedenti. Le righe della tabella sono di lunghezza non crescente procedendo dall'alto verso il basso e vengono contraddistinte sulla sinistra con i numeri $n, n-1, \dots$: l'ultima riga, contraddistinta con 0, contiene un solo elemento.

Il criterio di Routh si enuncia nei seguenti termini: ad ogni variazione di segno degli elementi della prima colonna della tabella corrisponde una radice a parte reale positiva, mentre ad ogni permanenza corrisponde una radice a parte reale negativa.

Quando si costruisce una riga nuova non è necessario eseguire le divisioni che appaiono nelle (61), purché i segni di tutti gli elementi di essa vengano cambiati quando il primo elemento della riga immediatamente superiore è negativo. Quando uno o più elementi all'inizio di una riga sono nulli o un'intera riga è nulla non è possibile completare la tabella con la regola indicata. Si può tuttavia dedurre informazione sul segno delle parti reali di tutte le radici con i seguenti metodi.

1. Quando una riga ha i primi h elementi nulli, la si somma con la stessa riga traslata a sinistra di h posizioni e moltiplicata per -1^h e si procede con la costruzione della tabella.
2. Una riga di tutti zeri è sempre contraddistinta a sinistra con un numero dispari, per esempio $2m+1$. In questo caso, si costruisce l'*equazione ausiliaria*

$$\gamma_{2m} s^{2m} + \gamma_{2m-2} s^{2m-2} + \dots + \gamma_0 = 0,$$

le cui radici sono quelle dell'equazione di partenza non ancora considerate nella tabella di Routh, se ne deriva il primo membro rispetto ad s , si inseriscono i coefficienti del polinomio così ottenuto in luogo della riga di tutti zeri e si continua la costruzione della tabella. Tuttavia dopo aver eseguito queste operazioni il significato della tabella di Routh è diverso: ad ogni variazione di segno nella prima colonna corrisponde una radice con parte reale positiva, ad ogni permanenza una radice con parte reale negativa o nulla. Poiché l'equazione ausiliaria è priva della potenze pari di s (il che implica che le sue radici sono a due a due simmetriche rispetto all'origine), l'informazione sul segno delle parti reali di tutte le radici dell'equazione di partenza è completa anche in questo caso.

Quanto precede si applica a polinomi i cui coefficienti siano numeri reali assegnati. Come si è accennato, l'impiego del criterio di Routh per sapere solo se un dato sistema è stabile è piuttosto raro, dato che sono disponibili programmi per calcolatore che forniscono in modo rapido e preciso tutte le radici di polinomi anche di ordine elevato nel campo complesso. Ad esempio, il comando *roots(p)* in ambiente Matlab visualizza tutte le radici del polinomio i cui coefficienti, reali o complessi, sono dati nel vettore *p*, mentre in ambiente TFI il comando *gi =* visualizza la funzione di trasferimento *gi(s)* o *gi(z)* in una forma fattorizzata in cui le parti reali e immaginarie degli zeri e dei poli appaiono esplicitamente. Il programma *routh*, per contro, calcola gli intervalli di stabilità di un polinomio i cui coefficienti dipendano linearmente da un parametro *K*. Si consideri l'equazione polinomiale $1 + K gi(s) = 0$, che può essere scritta nella forma espansa

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 + K (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0) = 0, \quad (62)$$

in cui il primo e il secondo polinomio a primo membro sono rispettivamente il numeratore e il denominatore di *gi(s)*. Chiaramente un certo numero di coefficienti dell'equazione polinomiale sono funzioni lineari in *K* del tipo $\alpha K + \beta$. Gli intervalli di stabilità in *K* si determinano come segue:

1. Si ricava la tabella di Routh completa usando le (61), ma senza dividere i secondi membri per a_{n-1} , ottenendo così una tabella di polinomi in *K*.
2. Si determinano le radici di tutti i polinomi nella prima colonna e si ordinano tutte le radici reali per valori crescenti.
3. I limiti degli intervalli di stabilità appartengono all'insieme di tali radici, dato che il segno di un polinomio nella prima colonna varia in corrispondenza dei loro valori. Pertanto il calcolo delle radici della (62) per un valore di *K* intermedio ad ogni coppia di numeri della sequenza determinata al passo 2 rivela se il corrispondente intervallo è di stabilità o meno.
4. Gli intervalli di stabilità effettivi, che vengono visualizzati, si ottengono raggruppando tutti gli eventuali intervalli di stabilità adiacenti fra quelli così ottenuti.

I valori di *m* ed *n* nella (62) non sono vincolati a soddisfare la relazione di causalità ($m \leq n$). Nel caso dei sistemi a tempo discreto, la funzione data *gi(z)* viene convertita al piano *w* (vedi il paragrafo *Richiami* dell'applicazione *wplane*) prima di applicare il criterio di Routh.

Modalità d'uso ed esempi

Si considera la funzione di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)}$$

In seguito all'invio di "routh,gi" si ottiene dapprima una figura di dimensione *medium* con lo schema a blocchi del sistema in retroazione cui ci si riferisce e la visualizzazione di:

**** premere invio per proseguire

Premuto il tasto di invio, gli intervalli di stabilità in K vengono visualizzati come segue:

equazione caratteristica: $1 + K g_i(s) = 0$;

stabile per K nell'intervallo: da 0 a 2.75

Come esempio per il caso a tempo discreto, si considera

$$g_j(z) = \frac{0.3279(z+0.1442)(z+2.342)}{(z-0.1353)(z-0.8187)(z-1)}$$

I corrispondenti intervalli di stabilità in K vengono visualizzati come:

equazione caratteristica: $1 + K g_j(z) = 0$;

stabile per K nell'intervallo: da 0 a 1.34

Quando gli intervalli di stabilità sono più di uno, vengono elencati tutti nella visualizzazione. Ad esempio, per la funzione di trasferimento

$$g_w(s) = \frac{40(s+40)(s+50)}{s(s+1)(s+10)}$$

si ottiene il seguente risultato:

equazione caratteristica: $1 + K g_w(s) = 0$;

stabile per K nell'intervallo: da 0 a 0.002778

stabile per K nell'intervallo: da 0.275 ad infinito

```
> samptime[,T] ↵
```

definisce o cambia il valore corrente del tempo di campionamento usato nelle conversioni da tempo continuo a tempo discreto e nelle trasformazioni diretta e inversa al piano w .

```
> samptime,gi ↵
```

visualizza il tempo di campionamento della funzione di trasferimento a tempo discreto $g_i(z)$.

Richiami

Si ricorda che l'ambiente TFI deve sempre disporre di un tempo di campionamento corrente, che deve essere definito quando vi si accede per la prima volta da Matlab e salvato in modo permanente nel file *time#.mat* all'interno della directory di lavoro di TFI.

Il tempo di campionamento viene usato nelle applicazioni *convert* e *wplane*. Viene anche memorizzato nel file di ogni funzione di trasferimento a tempo discreto quando essa viene salvata nel disco rigido. Quando in un'applicazione viene chiamata una funzione di trasferimento con un tempo di campionamento differente da quello corrente, viene visualizzato un messaggio di avvertimento. Se, ad esempio, il tempo di campionamento corrente è 0.2 sec mentre la funzione di trasferimento $g_i(z)$ è stata salvata quando il tempo di campionamento era 0.1 sec, su Command Window viene visualizzato il messaggio:

```
**** attenzione: il tempo di campionamento di gi(z) e' 0.1 sec
```

```
**** premere un tasto per proseguire
```

Comunque $g_i(z)$ può essere utilizzata anche se il tempo di campionamento corrente è diverso. Nelle applicazioni *fresp* e *tresp* (con asse tempi continuo) le risposte in frequenza e al gradino di funzioni di trasferimento a tempo discreto con tempi di campionamento diversi fra loro e/o diversi da quello corrente vengono tracciate insieme in modo congruente. Per convertire al tempo di campionamento corrente una funzione di trasferimento $g_i(z)$ salvata con un diverso tempo di campionamento è sufficiente inviare il comando:

```
> gi=gi ↵
```

samptime

Modalità d'uso

Se *samptime* viene chiamato senza alcun argomento, si ottiene la seguente visualizzazione:

```
il tempo di campionamento attuale e' 0.2 sec
specificare un nuovo valore (default "non cambiare") : .1
il tempo di campionamento attuale e' 0.1 sec
```

mentre, se viene specificato un valore numerico, per esempio con il comando:

```
> samptime,.1 ↵
```

la visualizzazione corrispondente è:

```
il tempo di campionamento attuale e' 0.1 sec
```

L'applicazione *samptime* può essere impiegata anche per visualizzare il tempo di campionamento di una funzione di trasferimento a tempo discreto. Infatti il comando:

```
> samptime,gi ↵
```

produce il messaggio:

```
il tempo di campionamento di gi(z) e' 0.1 sec
```

mentre, se la funzione di trasferimento è a tempo continuo, si ottiene:

```
la funzione di trasferimento gi(s) e' a tempo continuo
```

> **select,gi,gj** ↵

definisce una nuova funzione di trasferimento $gj(s)$ o $gj(z)$ mediante la scelta in interattivo di fattori di $gi(s)$ o $gi(z)$.

Richiami

Si consideri la funzione di trasferimento in forma fattorizzata

$$gi(s) = \frac{400(s + 1.453)}{s(s + 1)^2(s + 10)(s + 14.53)}$$

Il programma *select* consente la selezione di un qualunque fattore dal numeratore e dal denominatore di $gi(s)$ e di assegnare un valore arbitrario al guadagno statico. La scelta viene eseguita in interattivo specificando i numeri, in ordine progressivo, dei fattori da includere nell'uscita. Se un fattore appare elevato a potenza, viene contato tante volte quanto è la potenza. Si può mantenere il guadagno statico della funzione di trasferimento originaria, quello della selezione operata o specificare un nuovo guadagno statico per quest'ultima. Il guadagno statico in questo contesto è definito come il valore della funzione di trasferimento $g(s)$ per $s=0$ (dopo aver cancellato gli eventuali poli nell'origine) o il valore della funzione di trasferimento $gi(z)$ per $z=1$ (dopo aver cancellato gli eventuali poli unitari).

L'applicazione *select* è di grande utilità nei calcoli in cui è necessario imporre cancellazioni zeri-poli perfette, come in alcuni procedimenti di progetto analitico. Ad esempio, la scelta del fattore 2 del numeratore e dei fattori 1,4 della precedente $gi(s)$ mantenendo il guadagno statico della selezione operata, risulta in

$$gj(s) = \frac{(s + 1.453)}{s(s + 10)}$$

Dato che i coefficienti vengono arrotondati nella visualizzazione, i fattori scelti si cancellano nel quoziente $gi(s)/gj(s)$, essendo identiche tutte le cifre memorizzate. Se invece viene definita da tastiera una funzione di trasferimento avente alcuni fattori apparentemente uguali a fattori di $gi(s)$, in genere le cancellazioni non avvengono.

select

Modalità d'uso ed esempi

Con riferimento alla funzione di trasferimento precedentemente definita, l'invio di "select gi,gj" produce:

$$g_i = \frac{400 (s + 1.453)}{s (s + 1)^2 (s + 10) (s + 14.53)}$$

numeratore:

scegliere i fattori 1,2,...; * = tutti; invio = annulla : 2

denominatore:

scegliere i fattori 1,2,...; * = tutti; invio = annulla : 1,4

il guadagno statico della f.d.t. originaria e': 4

il guadagno statico della f.d.t. selezionata e': 0.1453

- 1 - mantenere il guadagno statico della f.d.t. originaria
- 2 - mantenere il guadagno statico della f.d.t. selezionata
- 3 - specificare un nuovo guadagno statico

operare una scelta : 2

$$g_j = \frac{1 (s + 1.453)}{s (s + 10)}$$

Verifichiamo ora se i fattori si cancellano. L'invio di:

> gi/gj ↵

produce, su Command Window:

```
ans=gi/gj
```

```
.....
```

```
-----  
.....
```

$$\text{ans} = \frac{400}{(s + 1)^2 (s + 14.53)}$$

Sia $gk(s)$ una funzione di trasferimento definita da tastiera con il comando:

```
> gk=(s+1.453)/(s*(s+10)) ↵
gk=(s+1.453)/(s*(s+10))
.....
.....
      1 (s + 1.453)
gk = -----
      s (s + 10)
```

Si verifica che in questo caso non si ottiene la cancellazione, dato che il coefficiente 1.453 non è il valore memorizzato, ma il suo arrotondamento. Infatti, l'introduzione di:

```
> gi/gk ↵
produce:
ans=gi/gk
.....
.....
      400 (s + 1.453)
ans = -----
      (s + 1)^2 (s + 1.453) (s + 14.53)
```

Il programma *select* si può impiegare anche per imporre il guadagno statico di una funzione di trasferimento $gi(s)$ o $gi(z)$. Per ottenere ciò, basta inviare il comando:

```
> select,gi,gi ↵
```

quindi selezionare tutti i fattori del numeratore e del denominatore con *, e usare l'opzione 3 per il guadagno.

startint

> startint ↵

consente di cambiare le principali impostazioni dell' ambiente TFI.

Richiami

Le impostazioni dell' ambiente TFI accessibili mediante *startint* sono:

- 1 - la directory di lavoro di TFI;
- 2 - l' eventuale riduzione del *matlabpath* nell' ambiente TFI;
- 3 - la scelta dello sfondo (nero o bianco) delle figure;
- 4 - l' attivazione della legenda nelle figure.

Il cambiamento delle impostazioni può essere opportuno per le seguenti ragioni.

1 - La directory di lavoro di TFI è quella dove vengono salvati tutti i file delle funzioni di trasferimento. Quando si accede a TFI per la prima volta essa è di default la stessa di Matlab, ma può facilmente essere cambiata per evitare un inutile miscuglio di diversi ambienti. Naturalmente la nuova directory deve esistere (in caso contrario, viene dato un messaggio e la directory non viene cambiata). Per esempio si può usare *c:\matlab\work* per Matlab (specificata come una proprietà dell' icona di Matlab in Windows) e *c:\matlab\workint* per TFI. Quando si esce da TFI la directory di lavoro di Matlab viene ripristinata.

2 - Attualmente non è necessario ridurre il *matlabpath* quando si accede all' ambiente TFI. L' uso di questa opzione potrebbe essere necessario se futuri toolbox conterranno file con nomi uguali a quelli della directory *intpi*. In questo caso si evita ogni inconveniente con la riduzione del *matlabpath* e la disposizione di *intpi* dopo le altre directory del *matlabpath*. I nomi dei toolbox strettamente necessari nell' ambiente TFI, specificati nel file *startint.m*, sono quelli standard di Matlab più *intpi*, vale a dire, nel caso di Matlab 4, *\local*, *\general*, *\ops*, *\lang*, *\elmat*, *\elfun*, *\specfun*, *\matfun*, *\datafun*, *\polyfun*, *\sparfun*, *\plotxy*, *\plotxyz*, *\graphics*, *\strfun*, *\intpi*, e, nel caso di Matlab 5, *\general*, *\ops*, *\lang*, *\elmat*, *\elfun*, *\specfun*, *\matfun*, *\datafun*, *\polyfun*, *\sparfun*, *\graph2d*, *\graph3d*, *\specgraph*, *\graphics*, *\uitools*, *\strfun*, *\iofun*, *\timefun*, *\datatypes*, *\local*, *\intpi*. Questi nomi possono essere cambiati se necessario modificando *startint.m* mediante un editor.

3 - Per le figure si può scegliere lo sfondo nero, i cui vantaggi sono una minore quantità di radiazioni e colori molto puri nella stampa a getto di inchiostro, o lo sfondo bianco, che è più simile a molte altre applicazioni accessibili da Windows, in particolare *Word*.

4 - La funzione *legend* disponibile in Matlab, viene usata per specificare, nelle figure, i nomi delle funzioni di trasferimento riferendosi ai colori dei corrispondenti grafici. Essa genera una piccola finestra che può essere spostata con il mouse nella posizione più conveniente. Poiché la versione attuale di *legend* tende a rallentare i programmi, particolarmente nella versione per Matlab 4, il suo uso è stato lasciato opzionale, attivabile o disattivabile con *startint*.

Le impostazioni di cui sopra sono salvate in modo permanente nel file *set_tfi#.mat*, situato nelle directory di lavoro sia di Matlab che di TFI.

Modalità d'uso

Riproduciamo ora, come esempio d'impiego di *startint*, la sessione interattiva per specificare la directory di lavoro di TFI, che deve essere eseguita quando si accede a TFI per la prima volta dopo l'installazione.

```
> startint ↵
```

```
TFI e' stato chiamato da e tornera' a C:\MATLAB\WORK  
l'attuale directory di lavoro di TFI e' C:\MATLAB\WORK  
per cambiare la directory di lavoro di TFI, specificare il path  
(default "non cambiare") : C:\MATLAB\WORKINT
```

```
si puo' ridurre il matlabpath per evitare conflitti di nomi  
con nuovi toolbox; ora il matlabpath NON E' RIDOTTO  
volete ridurre il matlabpath ? (1/0, default "non cambiare") :
```

```
ora lo sfondo delle figure E' NERO  
sfondo nero o bianco ? (1/0, default "non cambiare") : 0
```

```
ora la legenda nelle figure NON E' ATTIVATA (essa consuma tempo)  
volete la legenda nelle figure ? (1/0, default "non cambiare") :
```

Quando qualche impostazione viene cambiata con *startint*, è necessario uscire da TFI a Matlab e rientrare in TFI, affinché il cambiamento venga memorizzato sia nella directory di lavoro di TFI che in quella di Matlab.

tfeval

> tfeval,gi ↵

calcola e visualizza il valore assunto dalla funzione di trasferimento $g_i(s)$ o $g_i(z)$ per un qualunque valore di s o z , assegnato in interattivo.

Modalità d'uso

Si considerino le funzioni di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)}$$
$$g_j(z) = \frac{0.3279(z+0.1442)(z+2.342)}{(z-0.1353)(z-0.8187)(z-1)}$$

L'invio del comando "tfeval,gi" produce la richiesta in interattivo del valore della variabile s (qualunque numero complesso) e la visualizzazione del corrispondente valore di $g_i(s)$ come segue:

```
valore di s (invio per uscire) : 4
valore di gi(4) : 0.1429
modulo: 0.1429; argomento: 0 gradi (0 radianti)
valore di s (invio per uscire) : 2*j
valore di gi(2i) : -0.8462-0.2308i
modulo: 0.8771; argomento: -164.7 gradi (-2.875 radianti)
valore di s (invio per uscire) :
```

Analogamente, nel caso a tempo discreto l'invio di "tfeval,gj" produce:

```
valore di z (invio per uscire) : 4
valore di gj(4) : 0.02337
modulo: 0.02337; argomento: 0 gradi (0 radianti)
valore di z (invio per uscire) : 2*j
valore di gj(2i) : -0.02006+0.005877i
modulo: 0.0209; argomento: 163.7 gradi (2.857 radianti)
valore di z (invio per uscire) :
```

TFI fornisce un accesso più rapido all' applicazione *tfeval*, specificando semplicemente il valore dell' argomento entro parentesi tonde dopo il nome della funzione di trasferimento. In questo caso la visualizzazione su Command Window appare come segue:

```
> gi(4) ↵
```

```
valore di gi(4) : 0.1429  
modulo: 0.1429; argomento: 0 gradi (0 radianti)
```

```
> gi(2*j) ↵
```

```
valore di gi(2i) : -0.8462-0.2308i  
modulo: 0.8771; argomento: -164.7 gradi (-2.875 radianti)
```

```
> gj(4) ↵
```

```
valore di gj(4) : 0.02337  
modulo: 0.02337; argomento: 0 gradi (0 radianti)
```

```
> gj(2*j) ↵
```

```
valore di gj(2i) : -0.02006+0.005877i  
modulo: 0.0209; argomento: 163.7 gradi (2.857 radianti)
```

> tresp,gi ↵

traccia la risposta al gradino o all' impulso del sistema con funzione di trasferimento $gi(s)$ o $gi(z)$, con scelta fra la risposta ad anello aperto o in retroazione unitaria.

Richiami

La risposta all' impulso si ottiene determinando l' antitrasformata di Laplace di $gi(s)$ [di $gi(s)/(1+gi(s))$ nel caso di retroazione unitaria] o l' antitrasformata Z di $gi(z)$ [di $gi(z)/(1+gi(z))$ nel caso di retroazione unitaria]. Per maggiori dettagli si rimanda al paragrafo *Richiami* dell' applicazione *invtr*. La risposta al gradino si ottiene determinando le antitrasformate delle precedenti funzioni di trasferimento moltiplicate per $1/s$ nel caso a tempo continuo o $z/(1-z)$ nel caso a tempo discreto. I grafici vengono ottenuti per interpolazione lineare di 600 campioni nel caso a tempo continuo e con tracciato a gradinata (funzione costante a tratti) relativo a un massimo di 400 campioni nel caso a tempo discreto. Il primo grafico è tracciato con messa in scala automatica.

Modalità d' uso

Dopo la chiamata "tresp,gi" su Command Window appare il seguente menu di ingresso:

- 1 - risposta al gradino ad anello aperto
- 2 - risposta al gradino ad anello chiuso
- 3 - risposta all' impulso ad anello aperto
- 4 - risposta all' impulso ad anello chiuso

operare una scelta (default 1, 0 per uscire) :

Dopo che è stata effettuata la scelta, si deve comunicare il colore del grafico in accordo alla richiesta:

scegliere il colore del grafico: k=nero, g=verde,
b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde :

Una volta introdotto un colore ammissibile, la finestra grafica corrente viene azzerata, presentata a piena grandezza e, dopo un po' di ritardo per le elaborazioni, vi viene tracciato il diagramma di risposta al gradino precedentemente scelto.

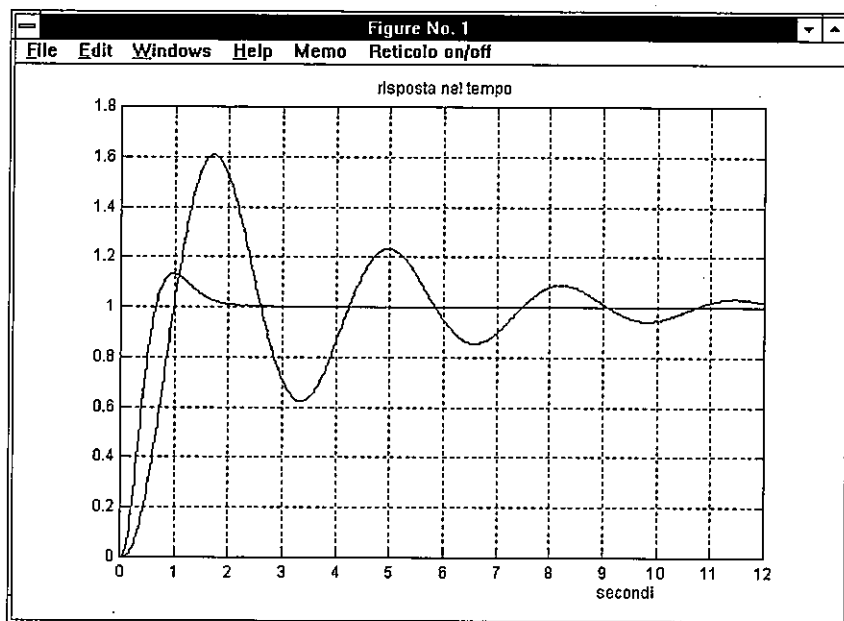


Fig. 92.

La Fig. 92 mostra una tipica schermata relativa al caso a tempo continuo. Premendo il tasto di invio si ritorna a Command Window e si accede al menu principale. Il menu principale per sistemi a tempo continuo o misti (a tempo continuo e discreto nella stessa figura) è:

MENU :

- 1 - cambiare gli assi di riferimento
- 2 - inserire reticolo
- 3 - informazioni (solo sulla risposta al gradino)
- 4 - aggiungere un grafico in colore diverso
- 5 - rivedere la figura
- 6 - informazioni sui grafici con il mouse

operare una scelta (premere invio per uscire) :

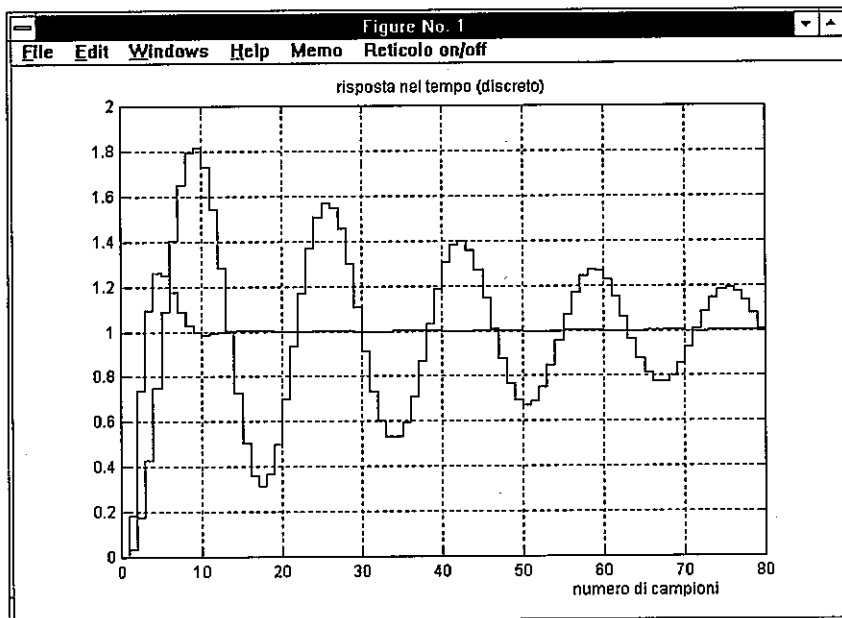


Fig. 93.

La Fig. 93 mostra una tipica schermata per il caso a tempo discreto. Se in figura sono presenti solo grafici relativi a sistemi a tempo discreto il menu principale è:

MENU :

- 1 - cambiare gli assi di riferimento
- 2 - inserire reticolo
- 3 - informazioni (solo sulla risposta al gradino)
- 4 - aggiungere un grafico in colore diverso
- 5 - rivedere la figura
- 6 - informazioni sui grafici con il mouse
- 7 - cambiare l'asse tempi da continuo a discreto o viceversa

operare una scelta (premere invio per uscire) :

Si descrivono ora in breve le voci dei precedenti menu.

Cambiare gli assi di riferimento. Questa opzione consente la scelta dei campi e dei corrispondenti numeri di divisioni per entrambi gli assi. Il valore di default per il campo è quello corrente, mentre il numero di divisioni, se non specificato, viene determinato automaticamente. Una tipica scelta interattiva di nuovi assi di riferimento, relativa al tempo continuo, è la seguente:

```
l'intervallo di tempo e' [0 25];
premere invio o specificare nuovi valori: [t1 t2] = [0 10]
numero di divisioni dell'asse x: 5;
premere invio per la messa in scala automatica
o specificare un nuovo valore: ndx =

l'intervallo dell'asse y e' [0 1.8];
premere invio o specificare nuovi valori: [ym yM] =
numero di divisioni dell'asse y: 9;
premere invio per conservare la scala precedente
o specificare un nuovo valore: ndy =
```

mentre per il tempo discreto la scelta appare come:

```
l'intervallo di campioni e' [0 80];
premere invio o specificare nuovi valori: [k1 k2] = [0 60]
numero di divisioni dell'asse x: 8;
premere invio per la messa in scala automatica
o specificare un nuovo valore: ndx =

l'intervallo dell'asse y e' [0 2];
premere invio o specificare nuovi valori: [ym yM] =
numero di divisioni dell'asse y: 10;
premere invio per conservare la scala precedente
o specificare un nuovo valore: ndy =
```

Quando si definiscono nuovi assi, tutti i grafici della figura vengono tracciati nuovamente.

Inserire reticolo. Inserisce nella figura un reticolo riferito alle divisioni degli assi. Nei menu successivi l'opzione 2 appare come:

2 - eliminare il reticolo

e ripristina la figura senza il reticolo. I due tipi di opzione 2 commutano. Nella barra degli strumenti delle figure è accessibile il comando **Reticolo on/off**, che consente di inserire o eliminare il reticolo con il mouse invece che con la tastiera.

Informazioni (solo sulla risposta al gradino). Questa opzione fornisce informazioni sui più importanti parametri delle risposte al gradino che appaiono nella figura; le informazioni vengono visualizzate su Command Window. Un esempio tipico è il seguente:

```
RISPOSTA AL GRADINO :  
massima sovraelongazione: 13.31 per cento per t=0.9701 sec  
tempo di ritardo (al 50 per cento): 0.3466 sec  
tempo di salita (dal 10 al 90 per cento): 0.4131 sec  
tempo di assestamento (al piu'/meno 5 per cento): 1.507 sec
```

```
ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :  
errore a regime in risposta al gradino: 0  
errore a regime in risposta alla rampa: 0.25
```

premere un tasto per proseguire

mentre nel caso di un sistema a tempo discreto si ottiene:

```
RISPOSTA AL GRADINO :  
massima sovraelongazione: 81.74 per cento per k=9 camp (t=1.8 sec)  
tempo di ritardo (al 50 per cento): 4 camp (0.8 sec)  
tempo di salita (dal 10 al 90 per cento): 3 camp (0.6 sec)  
tempo di assestamento non calcolabile: ingrandire la scala tempi
```

```
ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :  
errore a regime in risposta al gradino: 0  
errore a regime in risposta alla rampa: 0.25
```

premere un tasto per proseguire

Si noti che in quest'ultimo caso il tempo viene dato sia in numero di campioni che in secondi. Se nella stessa figura sono stati tracciati più grafici in colori diversi (utilizzando l'opzione 4 del menu principale), prima della visualizzazione delle informazioni appare la seguente richiesta:

scegliere la funzione specificandone il colore :

che consente la scelta della funzione di trasferimento, immediata quando la figura è provvista di legenda. Se la legenda non è attivata i nomi delle funzioni di trasferimento e i colori ad esse associati sono disponibili nel menu della voce **Memo** nella barra degli strumenti della figura.

Se il grafico considerato non si riferisce ad una risposta al gradino (cioè è stato ottenuto con le opzioni 3 e 4 del menu di ingresso) appare il messaggio:

```
**** errore: non si tratta di risposta al gradino
      premere un tasto per proseguire
```

e, quando si preme un tasto, viene ripristinato il menu principale.

Aggiungere un grafico in colore diverso. Questa opzione consente di tracciare nella stessa figura più grafici in colore diverso, corrispondenti a diverse funzioni di trasferimento. Il suo impiego più frequente consiste nel confronto delle risposte al gradino relative all'uso di diverse reti correttici. Essa produce la seguente richiesta in interattivo:

```
specificare la funzione di trasferimento : g2
scegliere il colore del grafico: k=nero, g=verde,
b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde :
```

Si può richiamare una seconda volta una stessa funzione per confrontare due diverse opzioni del menu di ingresso. Il nuovo grafico viene riferito all'asse tempi precedente, (l'asse delle ampiezze viene automaticamente adattato se necessario), cosicché è spesso necessario usare l'opzione 1 per ottenere il miglior compromesso nella scelta dell'asse tempi. Se l'asse tempi è discreto e viene aggiunta una funzione a tempo continuo, si ottiene il seguente messaggio di errore:

```
**** errore: conflitto fra tempo continuo e discreto
      convertire l'asse tempi con l'opzione 7
      premere un tasto per proseguire
```

e, quando si preme un tasto, viene ripristinato il menu principale, per cui è subito possibile cambiare il tipo di asse tempi mediante l'opzione 7.

Rivedere la figura. Questa opzione fa sì che la finestra con la figura corrente venga richiamata agendo sulla tastiera, senza bisogno di usare il mouse.

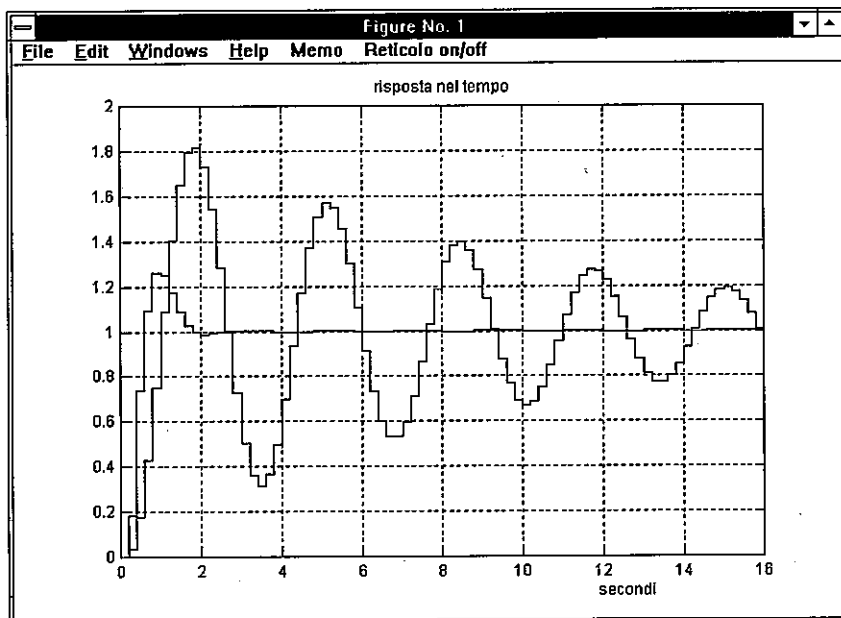


Fig. 94.

Informazioni sui grafici con il mouse. Questa opzione in primo luogo produce, su Command Window, la richiesta:

**** premere invio per abilitare la selezione

Quando viene premuto il tasto di invio, viene mostrata la figura corrente, viene attivato il mouse e sulla sommità della figura viene visualizzato il messaggio:

Scegliere punti con il mouse (pulsante 1, pulsante 2 per uscire) (a)

Lo scopo della scelta è definire valori del tempo. Infatti, quando si sceglie un punto, appare su di esso una barra verticale e, in alto a destra, vengono visualizzati i valori che le funzioni i cui grafici sono presenti nella figura assumono in corrispondenza dell'intersezione con la barra verticale, ciascuno nel colore del relativo grafico. La disposizione dello schermo è mostrata in Fig. 95. Il valore del tempo viene dato per ultimo, in arancio. Se sono presenti grafici sia a tempo continuo che a tempo discreto, il valore del tempo viene dato sia in secondi sia in numero di campioni. La scelta con il pulsante 1 del mouse può essere ripetuta, cambiando così l'ascissa della barra verticale e, di conseguenza, i valori visualizzati.

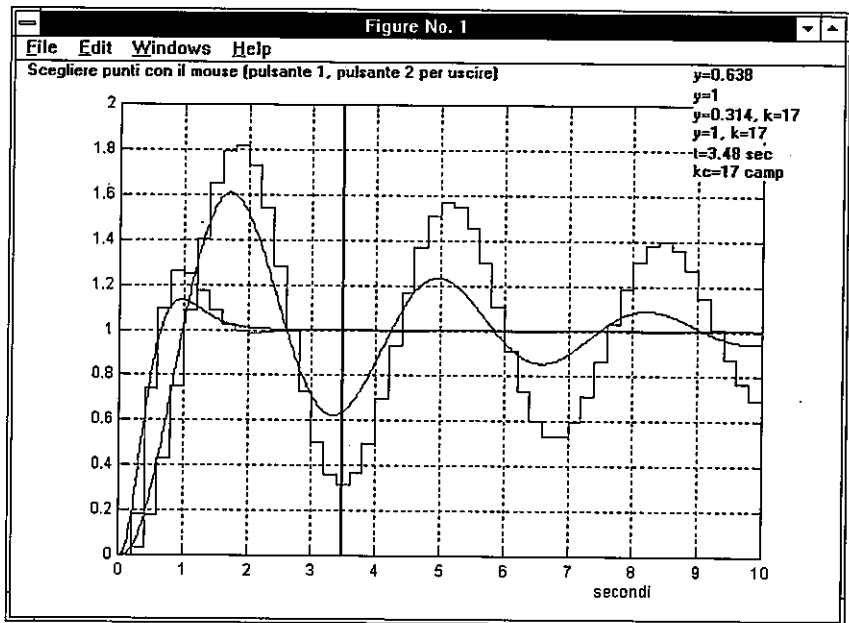


Fig. 95.

Quando si preme il pulsante 2, in basso a sinistra appare il messaggio:

PREMERE INVIO PER IL MENU

e, quando si preme il tasto di invio, viene ripristinata Command Window con il menu principale.

Cambiare l'asse tempi da continuo a discreto o viceversa. Questa opzione consente di commutare da tempo discreto k a tempo continuo t (con $t=k/T$) se tutte le funzioni i cui grafici sono presenti in figura sono a tempo discreto. In questo caso è consentito anche il passaggio inverso. Se invece alcune delle funzioni sono a tempo continuo (cosicché l'asse tempi è vincolato ad essere continuo), l'opzione non viene proposta nel menu. Quando l'asse tempi è continuo, si possono avere nella stessa figura i grafici relativi a più funzioni di trasferimento a tempo discreto create con tempi di campionamento differenti fra loro ed eventualmente differenti anche dal tempo di campionamento corrente dell'ambiente TFI. In questo caso i valori di k e kc visualizzati in alto a destra in Fig. 95 possono essere diversi.

Esempi

Si considera l'anello di regolazione consistente in una rete anticipatrice con funzione di trasferimento $g_c(s)$ e un sistema controllato con funzione di trasferimento $g_i(s)$, definite da

$$g_c(s) = \frac{10(s + 1.413)}{s + 14.13}, \quad g_i(s) = \frac{40}{s(s + 1)(s + 10)}. \quad (63)$$

Si indica con $gh(s) := g_c(s)g_i(s)$ la funzione di trasferimento di anello. In Fig. 92 sono mostrate le risposte al gradino ad anello chiuso di $g_i(s)$ e $gh(s)$: si noti che la rete correttiva realizza un notevole miglioramento del comportamento dinamico, come si può anche ritrovare in termini quantitativi con l'opzione 3 del menu principale. Infatti con tale opzione si può verificare che la massima sovraelongazione dal 60.8 per cento si riduce al 13.3 per cento, mentre il tempo di assestamento da 10.05 sec si riduce a 1.50 sec.

Come esempio per il caso a tempo discreto, si considera un compensatore discreto con funzione di trasferimento $gd(s)$ collegato al sistema controllato ottenuto da $g_i(s)$ per conversione da tempo continuo a tempo discreto in base all'equivalenza di ordine zero e tempo di campionamento $T = 0.2$ sec (si veda l'applicazione *convert*). Le funzioni di trasferimento cui ci si riferisce sono

$$gd(z) = \frac{5.6(z - 0.72)}{z + 0.52}, \quad gj(z) = \frac{0.03279(z + 0.1442)(z + 2.342)}{(z - 0.1352)(z - 0.8187)(z - 1)}. \quad (64)$$

Sia $gk := gd(z)gj(z)$. Come nel caso a tempo continuo, si determinano le risposte ad anello chiuso di $gj(z)$ e $gk(z)$ per controllare l'effetto della rete correttiva. In Fig. 93 tali risposte sono riferite all'asse tempi discreto, mentre in Fig 94, ottenuta con l'opzione 7 del menu principale, esse sono riferite all'asse tempi continuo. Il miglioramento in termini quantitativi si può verificare con l'opzione 3 del menu principale: la massima sovraelongazione si riduce dall'81.7 per cento al 25.8 per cento, mentre il tempo di assestamento da 134 campioni (26.8 sec) si riduce ad 8 campioni (1.6 sec).

In fig. 95 sono mostrati tutti i grafici in una sola figura durante una sessione di informazioni con il mouse (opzione 6). In questo caso l'asse tempi è continuo, essendo le funzioni di trasferimento di entrambi i tipi.

> wplane,gi,gj ↵

converte una funzione di trasferimento a tempo discreto $g_i(z)$ alla funzione $g_j(w)$ definita nel piano w , che viene visualizzata e salvata come $g_j(s)$ o, viceversa, una funzione di trasferimento a tempo continuo $g_i(s)$, considerata come una $g_i(w)$, alla funzione a tempo discreto $g_j(z)$, che viene visualizzata e salvata nella directory di lavoro.

Richiami

La conversione al piano w e la sua inversa sono definite dalle relazioni

$$w = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad \text{e} \quad z = \frac{1 + \frac{wT}{2}}{1 - \frac{wT}{2}}$$

Le proprietà fondamentali della trasformazione al piano w sono:

- 1) il cerchio unitario del piano z si trasforma nel semipiano sinistro del piano w ;
- 2) le funzioni di trasferimento $g_i(z)$ e $g_j(w)$ hanno le stesse costanti di errore a regime (di posizione, velocità, accelerazione)

La proprietà 1 si dimostra come segue: posto $w = \mu + j\nu$ e $z = u + jv$, si deduce

$$\begin{aligned} w = \mu + j\nu &= \frac{2}{T} \frac{u + jv - 1}{u + jv + 1} = \frac{2}{T} \frac{(u-1 + jv)(u+1 - jv)}{(u+1)^2 + v^2} \\ &= \frac{2}{T} \frac{(u^2 + v^2 - 1) + j(-2v)}{(u+1)^2 + v^2} = \frac{2}{T} \frac{(|z|^2 - 1) + j(-2v)}{(u+1)^2 + v^2}; \end{aligned}$$

quindi la parte reale di w è positiva se e solo se $|z| > 1$. Per provare la proprietà 2, si ricorda che la prima costante di errore che sia finita (cioè non infinita nè nulla) è, rispettivamente per i sistemi a tempo discreto e a tempo continuo, definita da

$$\lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{T^h} (z-1)^h g_i(z) \quad \text{e} \quad \lim_{w \rightarrow 0} w^h g_j(w),$$

in cui h indica l'ordine del polo unitario nel primo caso e del polo nell'origine nel secondo. Si può scrivere

$$g_i(z) = \frac{\bar{g}_i(z)}{(z-1)^h}, \quad g_j(w) = \frac{\bar{g}_j(w)}{(wT)^h} \left(1 - \frac{wT}{2}\right)^h,$$

dove $\bar{g}_i(z)$ e $\bar{g}_j(w)$ sono rispettivamente prive di poli unitari e di poli nulli e si corrispondono nella trasformazione al piano w , cosicché $\bar{g}_i(1) = \bar{g}_j(0)$.

Modalità d'uso ed esempi

L'impiego tipico della conversione al piano w è il progetto di compensatori e regolatori a tempo discreto utilizzando procedure valide per il tempo continuo.

Con riferimento al paragrafo *Esempi* dell'applicazione *tresp*, si considera la $gj(z)$ definita in (64), che è l'equivalente secondo la tenuta di ordine zero di $gi(s)$ definita in (63).

Il comando "wplane,gj,gw" fornisce la sua trasformata nel piano w ; esso produce la seguente visualizzazione su Command Window:

trasformazione dal discreto al continuo secondo la conversione
al piano w diretta; il tempo di campionamento assunto e' 0.2

$$gw = \frac{0.00912 (s - 10) (s + 13.37) (s - 24.9)}{s (s + 0.9967) (s + 7.616)}$$

La funzione di trasferimento $gw(s)$ (che più giustamente si dovrebbe considerare una funzione di w anziché di s) viene utilizzata per progettare una rete anticipatrice $gcw(s)$ utilizzando l'applicazione *leadc*, che richiede che il sistema controllato sia a tempo continuo. Si assume che la rete così ottenuta sia

$$gcw(s) = \frac{20.07 (s + 1.628)}{(s + 31.67)}$$

Mediante la conversione al piano w inversa si ottiene un compensatore a tempo discreto $gd(z)$ tale che la funzione di trasferimento di anello $gd(z)gj(z)$ abbia gli stessi margini di stabilità di $gcw(s)gw(s)$. Il relativo comando è "wplane,gcw,gd", che produce:

trasformazione dal continuo al discreto secondo la conversione
al piano w inversa; il tempo di campionamento assunto e' 0.2

$$gd = \frac{5.6 (z - 0.72)}{(z + 0.52)}$$

Si ponga $gk(z) := gd(z)gj(z)$. Le Figg. 93 e 94 dell'applicazione *tresp* mostrano (e consentono di confrontare) la risposta al gradino del sistema in retroazione non corretto $gj(z)$ e quella del sistema $gk(z)$, corretto utilizzando l'applicazione *wplane* esattamente come appena descritto.

```
> zpplots,gi[,gj,gk,gw] ↵
```

traccia, nella stessa figura in colori diversi, le mappe zeri-poli di un massimo di quattro funzioni di trasferimento.

Modalità d'uso

Si considerano le funzioni di trasferimento

$$g_i(s) = \frac{40}{s(s+1)(s+10)},$$
$$g_j(s) = \frac{10(s+1.413)}{(s+14.13)},$$
$$g_k(s) = \frac{s^6 - 21s^5 + 210s^4 - 1260s^3 + 4725s^2 - 10395s + 10395}{s^6 + 21s^5 + 210s^4 + 1260s^3 + 4725s^2 + 10395s + 10395}.$$

Il comando "zpplots,gi,gj,gk" fornisce le mappe zeri-poli delle precedenti funzioni di trasferimento, tracciate insieme nella finestra grafica corrente come mostrato in Fig. 96.

Le mappe zeri-poli sono tracciate nella seguente sequenza di colori: verde, rosso, celeste e giallo, e possono essere facilmente distinte utilizzando la funzione **Memo** disponibile nella barra degli strumenti della figura, dove è presente anche la funzione **Reticoli**, per inserire nella figura sia il reticolo normale sia i luoghi a delta costante.

Non possono apparire insieme nella stessa chiamata funzioni di trasferimento a tempo continuo e a tempo discreto. Se ciò avviene, su Command Window appare il seguente messaggio:

```
**** errore: insieme tempo continuo e discreto
```

In ambiente TFI è disponibile un accesso più rapido alla funzione *zpplots* nel caso di un solo argomento, cioè l'invio del nome della funzione di trasferimento seguito da un punto e virgola. Pertanto il comando:

```
> gi; ↵
```

produce la mappa zeri-poli della funzione $g_i(s)$ o $g_i(z)$. In questo caso la finestra grafica corrente non viene sovrascritta, ma viene creata una nuova finestra grafica, che viene poi cancellata quando si preme il tasto di invio per uscire.

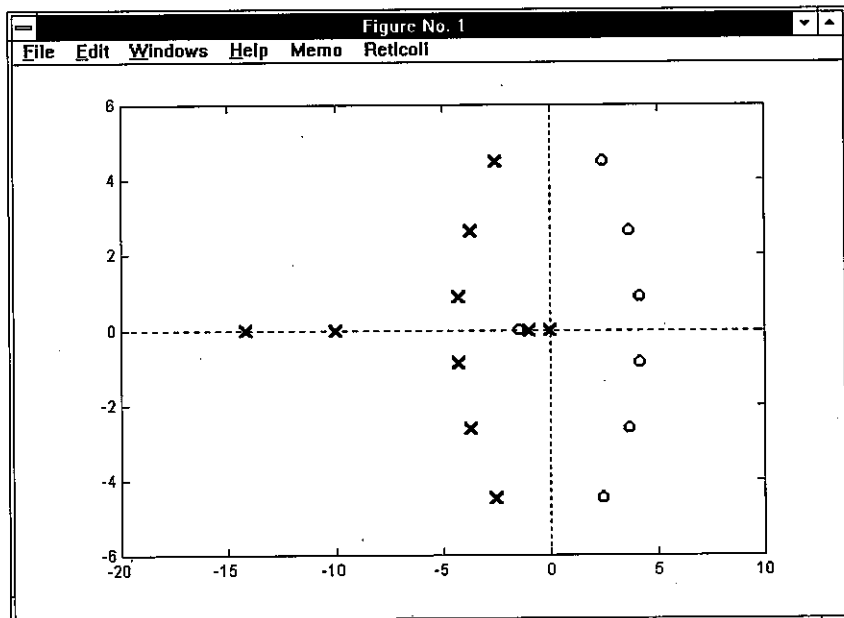


Fig. 96.

Appendice A - TFI con i monitor ad alta risoluzione

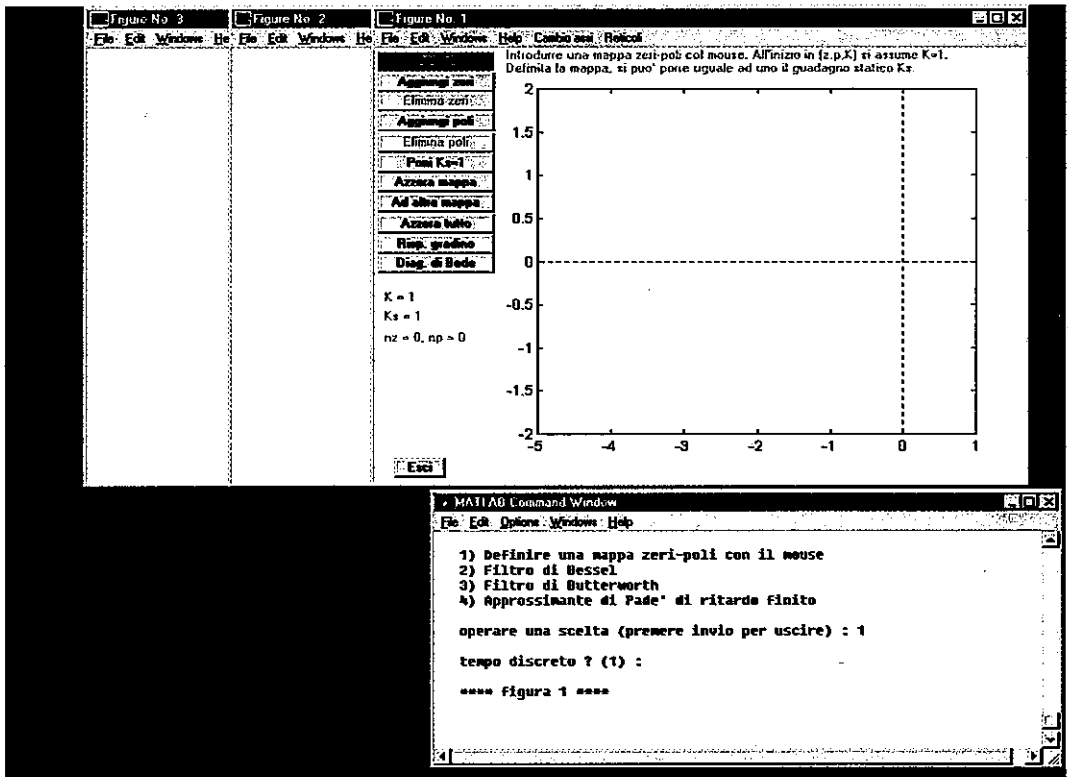


Fig. 97. Alcune applicazioni orientate alla sintesi generano fino a tre figure. Quando l'applicazione viene chiamata per la prima volta o dopo aver usato il comando "resfiglo" (reset figure locations), lo schermo appare come qui mostrato. Le finestre grafiche sono leggermente sfalsate, per poter essere facilmente sistemate con il mouse in dimensioni e/o posizioni arbitrarie (vedi Fig. 98). L'applicazione considerata in questo caso è *deftf*.

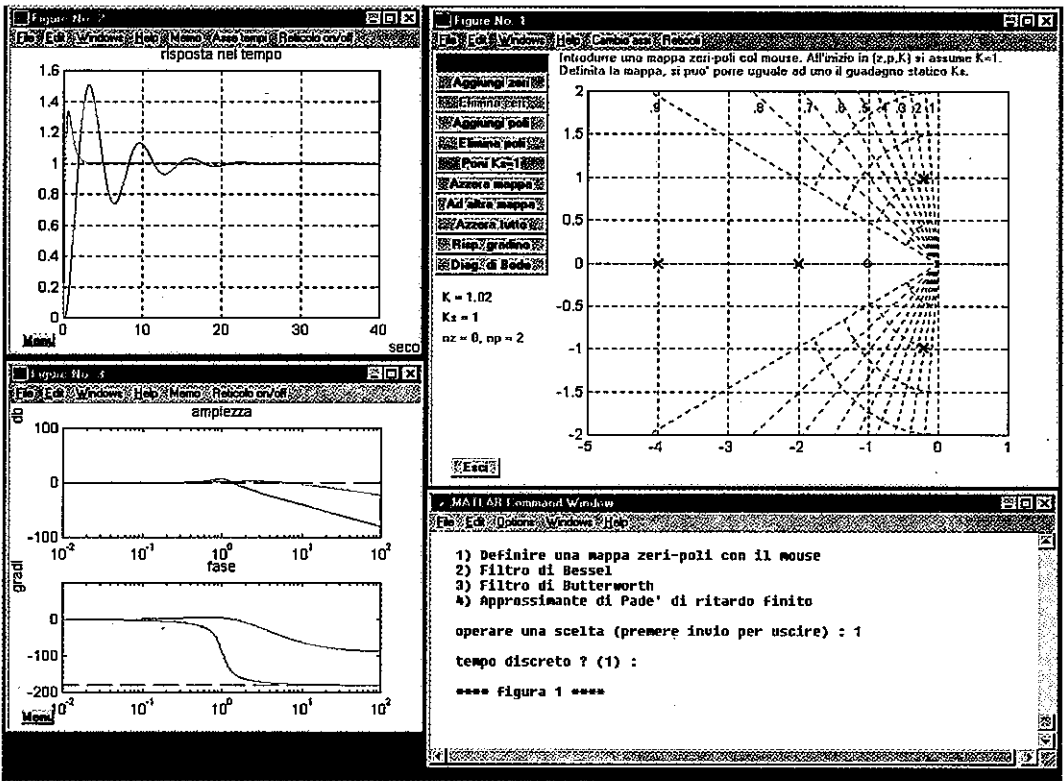


Fig. 98. Una possibile sistemazione delle figure e di Command Window per *deftf*. Dopo aver scelto la voce 1 del menu di ingresso, il programma viene gestito esclusivamente con il mouse dal menu a pulsanti che appare in Figure No. 1. Le scelte **Rispl. gradino** e **Diagr. di Bode** producono l'aggiornamento di Figure No. 2 e Figure No. 3, con i diagrammi relativi a tutte le mappe zeri-poli definite. Quando si esce dal programma, le posizioni delle figure vengono memorizzate in modo permanente, cosicché alla prossima chiamata di *deftf* si ottiene la stessa disposizione delle figure sullo schermo, a meno che nel frattempo non si sia usato il comando "resfiglo" per ripristinare le posizioni di default mostrate in Fig. 97.

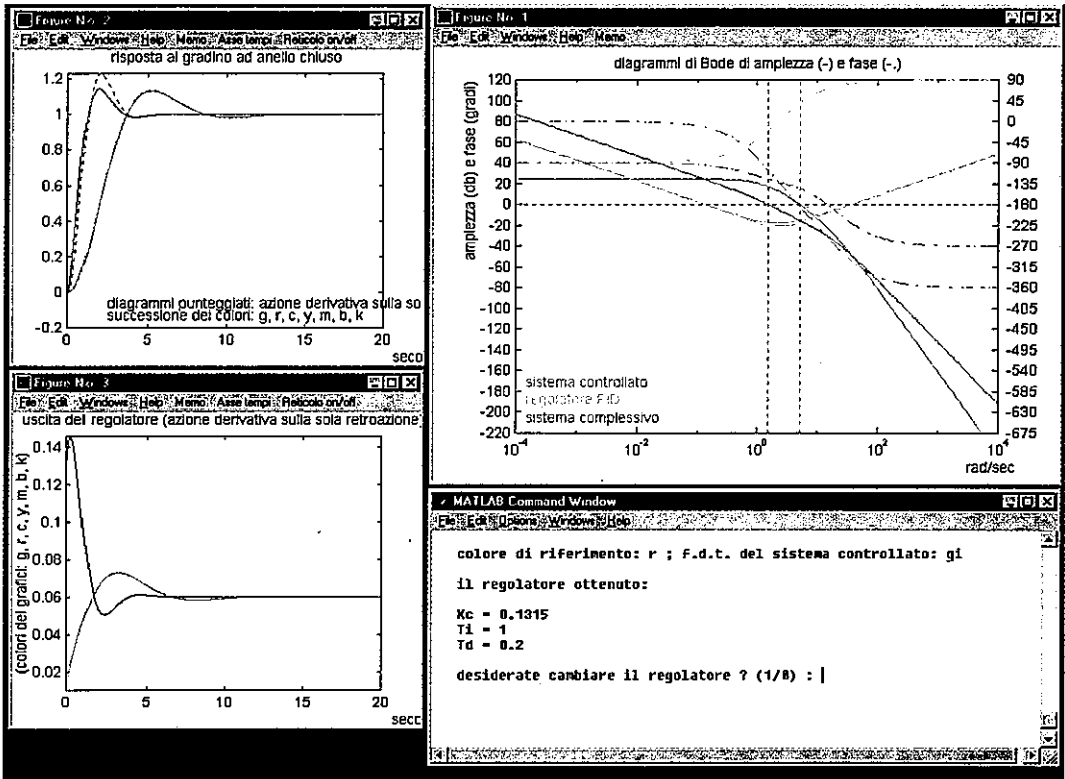


Fig. 99. Una possibile disposizione dello schermo per l'applicazione *pidc*. In questo caso l'intera sessione interattiva viene gestita da Command Window con la tastiera. Le tre figure, che riportano il progetto mediante i diagrammi di Bode e le corrispondenti risposte al gradino all'uscita del sistema e a quella del regolatore, vengono aggiornate una per una ad ogni passo della procedura di sintesi per tentativi.

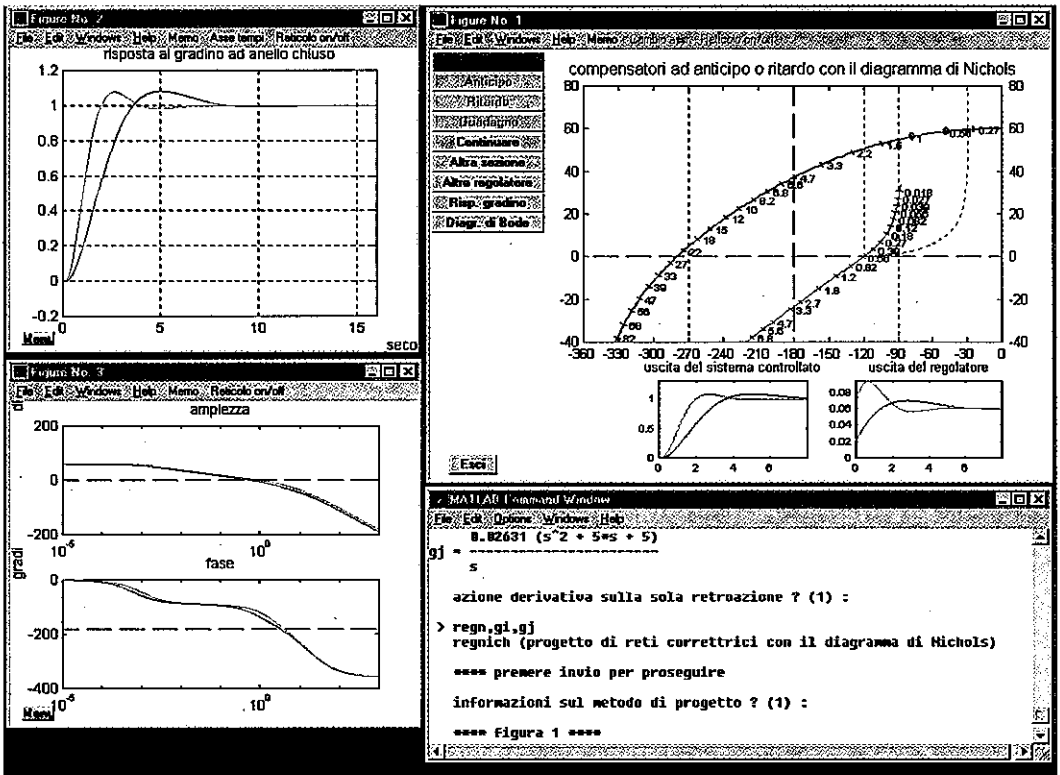


Fig. 100. Con monitor ad alta risoluzione il programma *regnich* può essere usato in modo più spedito con questa disposizione delle figure sullo schermo. Per ogni scelta del punto FROM, le corrispondenti risposte al gradino all'uscita del sistema controllato e a quella della rete corretttrice sono tracciate entro le cornici di dimensioni ridotte presenti sotto il diagramma di Nichols nella finestra di dimensione piena indicata con il nome di Figure No. 1. Le finestre sulla sinistra dello schermo, indicate con i nomi di Figure No. 2 e Figure No. 3, mostrano le risposte al gradino e in frequenza relative a tutte le reti corretttrici ottenute nella stessa sessione di progetto, tracciate negli stessi colori dei corrispondenti diagrammi di Nichols per facilitare il confronto di diverse scelte progettuali.

1. **The MathWorks, Inc.**, *The Student Edition of Matlab*, Version 5 User's Guide, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458, 1997.
2. **D' Azzo e Houpis, C. H.**, *Linear Control Systems Analysis and Design: Conventional and Modern*, 4th Edition, McGraw-Hill, New York, 1995.
3. **Dorf, R. C. e Bishhop, R. H.**, *Modern Control Systems*, 8th Edition, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1998.
4. **Franklin, G. F., Powell, J. D. e Emami-Naeini, A.**, *Feedback Control of Dynamic Systems*, 3rd Edition, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1994.
5. **Franklin, G. F., Powell, J. D. e Workman, M. L.**, *Digital Control of Dynamic Systems*, 3rd Edition, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1998.
6. **Kuo, B. C.**, *Automatic Control Systems*, 2nd Edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1995.
7. **Kuo, B. C.**, *Digital Control Systems*, Saunders College Publishing, Ft. Worth, 1992.
8. **Ogata, K.**, *Modern Control Engineering*, 3rd Edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1997.
9. **Ogata, K.**, *Discrete-Time Control Systems*, 2nd Edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1995.
10. **Phillips, C. L. e Harbor, R. D.**, *Feedback Control Systems*, 3rd Edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1996.
11. **Phillips, C. L. e Nagle, H. T.**, *Digital Control Systems Analysis and Design*, 3rd Edition, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1995.
12. **Schultz, D. G., Melsa, J. L. e Rohrs, C. E.**, *Linear Control Systems*, McGraw-Hill, New York, 1993.
13. **Marro, G.**, *Controlli Automatici*, 4a Edizione, Zanichelli, Bologna, 1997.
14. **Marro, G.**, *Complementi di Controlli Automatici: controlli digitali e approccio nello spazio degli stati*, Zanichelli, Bologna, 1994.

Indice analitico

- allocazione dei poli ad anello chiuso, 139
- allocazione di zeri, poli e guadagno, 156
- ans, 18
- antitrasformata \mathcal{Z} , 76
- antitrasformata di Laplace, 75
- approssimante di Padé, 32
- approssimazione asintotica, 55, 61
- azione derivativa sulla sola retroazione, 112, 119, 133
- caratteri
 - di Command Window, 10
 - delle finestre uicontrol, 10
- clear*, 23
- coltbl.m*, 11, 14
- comandi
 - da tastiera, 5
 - con mouse, 5
- configurazione di TFI, 10
- contorno delle radici, 166
- conversione al piano w
 - diretta, 207
 - inversa, 207
- conversione
 - da Matlab a TFI, 21
 - da TFI a Matlab, 21
- convert**, 25
- costante di tempo
 - dell'azione derivativa, 112, 119
 - dell'azione integrale, 112, 119
- criterio di Routh, 186
- defactf**, 29
- deff**, 30
- degrid*, 23
- delete*, 23
- delf*, 13, 23
- desurf**, 43
- diagramma di Nichols, 54
- diagramma di Nyquist, 54
- diagrammi di Bode, 54
- dir*, 23
- directory di lavoro
 - di Matlab, 8, 10
 - di TFI, 8, 10, 194
- dispersione dei poli per variazioni parametriche, 166
- driver del monitor, 11
- encapsulated postscript, 14
- enl[arge]*, 13, 23
- equazione diofantea, 137, 156
 - soluzione diretta della, 137
- exportf.m*, 21
- exportf1.m*, 21
- factf**, 52
- figN*, 23
- file set.tfi#.mat*, 9
- file time#.mat*, 189
- filtro di Bessel, 30
- filtro di Butterworth, 31
- forma cartesiana, 76, 77
- forma parametrica, 4
- forma polare
 - in termini di coseno, 76, 77
 - in termini di seno, 76, 77
- formule di inversione
 - del regolatore PD, 127
 - del regolatore PI, 128
 - del regolatore PID, 128
 - della rete anticipatrice, 145, 146
 - della rete ritardatrice, 145, 146
 - dimostrazione delle, 147
- fresp**, 54
- funzione descrittiva, 43
- funzione di trasferimento
 - forma con costanti di tempo di, 17
 - forma zeri-poli di, 17
 - forma parametrica di, 165
 - interpretazione di, 16
 - mappa zeri-poli, 18
 - suddivisione di, 18
 - tempo di campionamento di, 189

funzione di trasferimento (*cont.*)
 valore in un punto di, 18, 196
 visualizzazione di, 17
 funzioni CAD, 2
 funzioni di trasferimento
 operazioni su, 17
 gioco, 44, 97
gpmarg, 70
 grado relativo del sistema controllato, 102
grid, 23
 guadagno, 112, 119, 144
help, 23
 importf.m, 21
 importfl.m, 21
 ingrandire per passi, 61
 inseguimento perfetto, 102
 installazione di TFI, 8
 intervallo di incertezza, 165
 intp4i, 8
 intp5i, 8
invtr, 75
lagc, 81
lar[ge], 13, 23
last, 13, 23
leadc, 88
 legenda, 9, 10, 194
 LTI system, 4
 luoghi a M costante, 55, 61
 luoghi a N costante, 55, 61
 luoghi a delta costante
 tempo continuo, 175
 tempo discreto, 175
 luogo delle radici
 asintoti, 174
 punti di diramazione, 175
makeleg, 95
 mappa zeri-poli, 209
 definizione con il mouse, 34
 margine di ampiezza, 71
 generalizzato, 71
 margine di fase, 71
 generalizzato, 71
 Matlab
 student edition, 4
 uso di in TFI, 19
 matlabpath, 8
med[ium], 13, 23
 modello di riferimento, 33
 monitor
 a bassa risoluzione, 14
 ad alta risoluzione, 14
new, 12, 23
nlsim, 96
 nonlinearità generica, 44, 97
ordf, 12, 23
path, 23
perftra, 102
 PD, 126
 a tempo continuo, 113
 a tempo discreto, 120
 PI, 126
 a tempo continuo, 113
 a tempo discreto, 120
 PID, 126
 a tempo continuo, 112
 a tempo discreto, 119
pidc, 112
pidd, 119
pidnich, 126
 postscript, 14
 preazione, 102
 print, 23
 progetto analitico dei regolatori, 33
 pulsazione di centro banda, 112
 rapporto delle costanti di tempo, 112
red[uce], 13, 23
regdph, 137
regnich, 144
 regolatore PD, 126
 a tempo continuo, 113
 a tempo discreto, 120
 regolatore PI, 126
 a tempo continuo, 113
 a tempo discreto, 120
 regolatore PID, 126
 a tempo continuo, 112
 a tempo discreto, 119
regrootl, 156
 relè
 con isteresi, 44, 97
 con soglia, 44, 97
 ideale, 44, 97
res[figlo], 23
 rete anticipatrice, 88, 144
 rete ritardatrice, 81, 144
 riduzione del matlabpath, 9, 194

risposta al gradino
 ad anello aperto, 198
 ad anello chiuso, 198
 risposta all' impulso
 ad anello aperto, 198
 ad anello chiuso, 198
 ritardo finito, 4, 63
robpar, 165
 robustezza
 numerica, 3
 parametrica, 165
 dell' inseguimento asintotico, 106
rootl, 174
routh, 185
samptime, 189
 saturazione, 44, 96
 con soglia, 44, 96
select, 191
 sensibilità proporzionale, 112, 119
 sfondo delle figure, 9, 10, 194
shg, 13, 23
 Simulink, 4
 sistema LTI, 21
 sistema
 non lineare, 96
 il meno smorzato, 166
sma[ll], 12, 23
 soglia, 44, 96
 stampa delle figure, 14
startint, 9
startint, 194

startup.m, 8
 tabella di Routh, 185
 tabelle dei colori RGB, 11
 tempo di campionamento, 19, 119, 189
 tenuta di ordine uno, 26
 tenuta di ordine zero, 26
tfeval, 196
tfi, 16
 TFI
 in un corso di controlli, 5
 colore di sfondo delle figure in, 194
 configurazione di, 10
 directory di lavoro di, 194
 errori di sintassi in, 19
 installazione di, 8
 legenda nelle figure in, 194
 riduzione del matlabpath in, 194
 tempo di campionamento in, 19, 189
 versione bilingue di, 8
 toolbox, 2
 trasformata Z , 25
tresp, 198
 unità ad azione in avanti, 106
 uso delle f.d.t. di TFI in Matlab, 21
 velocità di calcolo, 4
what, 23
whitebg, 10, 23
wplane, 207
 Z -trasformata, 25
zoom, 23
zplots, 209