Corrado Mencuccini
Vittorio Silvestrini

FISICA
MECCANICA E TERMODINAMICA
con esempi ed esercizi

Casa Editrice Ambrosiana

Corrado Mencuccini
Vittorio Silvestrini

FISICA

MECCANICA E TERMODINAMICA

con esempi ed esercizi

Casa Editrice Ambrosiana

Prefazione

Questo testo, in due distinti volumi, è indirizzato a studenti dei corsi di laurea in Scienze e Ingegneria. Nello sviluppo dei vari argomenti è stato particolarmente curato che i ragionamenti procedessero secondo schemi logici induttivo-deduttivi tipici del metodo scientifico. Questo perché, insieme alle nozioni, lo studente possa assimilare la base metodologica che costituisce il patrimonio culturale profondo essenziale per un professionista delle discipline tecnico-scientifiche.

Per quanto riguarda gli strumenti matematici necessari per dare veste formale alle leggi, si è scelto di introdurli e svilupparli quando e come servono, prescindendo da quanto impartito nei corsi di matematica. La ragione di questo approccio risiede nel fatto che molti concetti matematici hanno origini storiche e motivazioni applicative che si ritiene istruttivo evidenziare e che spesso sfuggono alla trattazione rigorosa e astratta dei corsi di matematica. Comunque questi argomenti appaiono nel testo in veste tipografica evidenziata tramite una puntinatura laterale e nell'Appendice B, in forma tale che lo studente non interessato possa facilmente saltarli.

Parte integrante del testo è dedicata a esempi ed esercizi. La capacità di risolverli significa completo dominio delle leggi fisiche di cui sono applicazione. Alla fine di ogni capitolo ci sono esercizi di cui è fornito il risultato numerico. È necessario che lo studente cerchi di risolvere il problema con le proprie forze, e solo in caso di difficoltà legga il breve suggerimento che segue, prima di passare alla soluzione dettagliata in Appendice A. Per facilitare l'acquisizione dell'abilità necessaria a risolvere problemi, sono anche forniti esercizi a soluzione assistita con collegamento al sito web dedicato al libro. L'accesso a

 ISBN 978-88-08-18649-2

questa risorsa è da utilizzarsi prima di passare a risolvere gli esercizi nel modo precedentemente descritto.

La riforma del sistema universitario con l'introduzione della "laurea breve" in molti casi ha fortemente ridimensionato lo spazio riservato alla fisica in termini di ore di lezione e di esercitazione. Tuttavia noi abbiamo deciso di non apportare tagli o contrazioni. Ogni docente potrà trovare in questi volumi – negli argomenti trattati, nello sviluppo dei ragionamenti, nella discussione del percorso logico dalle osservazioni sperimentali fino alla formulazione della teoria, nella scelta di quali consigliare di approfondire fra i numerosissimi esempi ed esercizi proposti, discussi e risolti – il cammino più efficace atto a conseguire l'obiettivo che egli ha prefissato per il suo corso: che potrà variare da quello minimale della promozione all'esame, fino a quello che sarebbe naturale perseguire in un Paese serio, cioè, di fornire allo studente gli strumenti per essere cognitivi e metodologici, per essere competitivi sul mercato globale del lavoro.

Lo studente che avrà consapevolezza di ciò, non correrà a vendere i suoi libri di fisica appena dato l'esame, ma li porrà in evidenza sullo scaffale dietro la sua scrivania, perché lo accompagnino nella sua carriera lavorativa.

Corrado Mencuccini, Vittorio Silvestrini

Corrado Mencuccini

È stato professore ordinario di Fisica generale presso la Facoltà di Scienze dell'Università di Napoli Federico II e, dal 1980, presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Roma "La Sapienza". Ha anche insegnato presso l'Università Campus Biomedico di Roma. Ha svolto ricerche in fisica subnucleare presso l'Elettrosincrotrone dei Laboratori Nazionali di Frascati, di cui è stato anche direttore, presso il Protosincrotrone di Argonne (USA) e presso l'anello di accumulazione di elettroni e positroni Adone di Frascati. Si è anche occupato di produzione di luce di sincrotrone (UV e X) da elettroni relativistici orbitanti in sistemi magnetici, nonché di didattica universitaria, di energia elettrica e di storia della fisica.

Vittorio Silvestrini

Attualmente è presidente della Fondazione IDIS (Istituto per la Diffusione e la Valorizzazione della Cultura scientifica) nonché fondatore della Città della Scienza di Bagnoli (NA) di cui è anche presidente. È stato a lungo professore ordinario di Fisica generale presso l'Università degli Studi di Napoli Federico II e ha alle spalle una prestigiosa attività di ricerca che spazia dalle particelle elementari all'energetica, all'ottimizzazione e pianificazione dei sistemi complessi. Ha pubblicato numerosi testi e saggi di divulgazione scientifica; nel 2006 ha ricevuto il prestigioso premio "Descartes" per la comunicazione scientifica.

Indice dei capitoli

Capitolo 1	Metodo scientifico	1
Capitolo 2	Cinematica del punto materiale	19
Capitolo 3	Principi della dinamica del punto materiale	63
Capitolo 4	Conseguenze del secondo principio della dinamica del punto materiale	91
Capitolo 5	Leggi delle forze	141
Capitolo 6	Leggi della dinamica dei sistemi	199
Capitolo 7	Sistemi rigidi	237
Capitolo 8	Problemi d'urto	291
Capitolo 9	Meccanica dei fluidi	315
Capitolo 10	Onde in mezzi elastici	359
Capitolo 11	Teoria della relatività ristretta	395
Capitolo 12	Calore e temperatura	431
Capitolo 13	Primo principio della termodinamica	453
Capitolo 14	Trasmissione del calore	493
Capitolo 15	Secondo principio della termodinamica	521
Capitolo 16	Funzioni termodinamiche	549
Capitolo 17	Interpretazione microscopica delle grandezze termodinamiche	577
Appendice A	Soluzioni degli esercizi	597
Appendice B	Alcune nozioni e formule utili di matematica	675
Appendice C	Tavole finali	701

Indice

Metodo scientifico 1

capitolo 1

1. Introduzione 1
2. Definizione operativa delle grandezze fisiche 3
3. Sistemi di unità di misura ed equazioni dimensionali 5
4. Grandezza fisica "tempo" 9
5. Relazioni funzionali 10
   1. Rappresentazione tabulare 11
   2. Rappresentazione grafica 12
   3. Rappresentazione analitica 15
6. Alcune proprietà delle funzioni 16

▶ Riepilogo del Capitolo 1 18

Cinematica del punto materiale 19

capitolo 2

1. Posizione 20
2. Vettori: definizioni 22
3. Alcune definizioni relative alle matrici 24
4. Operazioni sui vettori 26
   1. Prodotto di un vettore per un numero *k* 26
   2. Somma di vettori (o risultante) 26
   3. Differenza di due vettori 27
   4. Prodotto scalare fra due vettori 27
   5. Prodotto vettoriale fra due vettori 28
5. Legge oraria di un punto materiale 29
6. Velocità media 32
7. Limite di una funzione 35
8. Derivata 39
9. Derivata dei vettori. Velocità e accelerazione istantanee 44
10. Moti piani su traiettoria qualsiasi 50
11. Dall'accelerazione alla legge oraria 51

▶ Riepilogo del Capitolo 2 59

■ Esercizi del Capitolo 2 61

Principi della dinamica del punto materiale 63

capitolo 3

1. Principio di relatività 64
2. Definizione (statica) di forza 65
3. Sistemi di riferimento inerziali 66
4. Principio di inerzia 67
5. Forza e accelerazione 68
6. Massa inerziale e massa gravitazionale 69

ISBN 978-88-08-18649-2

7. Misura dinamica di forze e secondo principio della dinamica 72
8. Leggi delle forze 73
9. Trasformazioni galileiane e covarianza relativistica del secondo principio della dinamica 77
10. Sistemi non inerziali e forze dette apparenti o fittizie 81
▶ Riepilogo del Capitolo 3 87
■ Esercizi del Capitolo 3 89

capitolo 4

Conseguenze del secondo principio della dinamica del punto materiale 91

1. Infinitesimi 91
2. Differenziale 94
3. Integrale 97
4. Impulso e quantità di moto 101
5. Momento angolare e momento della forza 104
6. Lavoro di una forza. Teorema dell'energia cinetica 110
7. Calcolo del lavoro e integrale di linea 114
8. Campi di forze conservativi. Funzione potenziale 117
   1. Funzioni di più variabili. Derivate parziali e differenziale 119
   2. Forme differenziali lineari e differenziali esatti 121
   3. Calcolo della funzione potenziale 123
   4. Operatore gradiente in coordinate cartesiane e polari 125
9. Teorema di conservazione dell'energia meccanica 126
10. Sistemi a un solo grado di libertà 129
11. Condizioni di equilibrio per un punto materiale ed energia potenziale 133
12. Potenza 135

▶ Riepilogo del Capitolo 4 136
■ Esercizi del Capitolo 4 138

capitolo 5

Leggi delle forze 141

1. Leggi della gravitazione universale 142
2. Teorema di Gauss e campo gravitazionale generato da una massa avente simmetria sferica 146
3. Leggi di Keplero e loro giustificazione dinamica 151
4. Forza peso 154
5. Potenziale efficace e forza di richiamo verso l'orbita di equilibrio 157
6. Forze elastiche 159
7. Forze viscose di resistenza del mezzo 168
   1. Moto di un grave sottoposto a forza di resistenza viscosa 168
   2. Moto oscillatorio smorzato 170
8. Reazioni vincolari 172
9. Forze di attrito 177
   1. Attrito statico 178
   2. Attrito cinematico radente 180
   3. Attrito volvente 181
10. Oscillazioni forzate e oscillatori accoppiati 183
    1. Oscillatore in due dimensioni 183

ISBN 978-88-08-18649-2

2. Oscillatore forzato 185
3. Oscillatori accoppiati 187
▶ Riepilogo del Capitolo 5 192
■ Esercizi del Capitolo 5 194

capitolo 6

Leggi della dinamica dei sistemi 199

1. Leggi fondamentali 199
2. Terzo principio della dinamica 203
3. Centro di massa 205
4. Equazioni cardinali della dinamica dei sistemi e moto del centro di massa 212
5. Semplici considerazioni relative al significato del momento angolare 215
6. Problema dei due corpi 220
7. Sistemi a massa variabile 222
8. Energia cinetica e teorema di Koenig 226
9. Sistemi di forze applicate 227
▶ Riepilogo del Capitolo 6 232
■ Esercizi del Capitolo 6 234

capitolo 7

Sistemi rigidi 237

1. Equilibrio dei corpi rigidi 238
2. Momento angolare assiale e momento di inerzia 240
3. Calcolo del momento di inerzia 243
4. Energia cinetica di un sistema rigido 248
5. Momento angolare polare 249
6. Moto di un sistema rigido non vincolato. Il caso notevole di un proiettile non puntiforme 254
7. Giroscopio appoggiato a un piano (moto di una trottola) 257
8. Corpo rigido girevole intorno a un asse fisso 260
9. Moto di rotolamento 270
10. Moto di sistemi rigidi a contatto con vincoli 273
11. Sistemi composti da più sistemi rigidi fra loro collegati 276
12. Moto di un corpo rigido. Cenni al caso generale 279
▶ Riepilogo del Capitolo 7 285
■ Esercizi del Capitolo 7 286

capitolo 8

Problemi d'urto 291

1. Considerazioni metodologiche generali relative all'urto fra particelle 294
2. Urto elastico fra particelle sferiche 297
3. Urto elastico di una sfera contro una parete rigida di massa infinita 301
4. Urti anelastici 302
5. Sezione d'urto 306
6. Urti di sistemi materiali 308
▶ Riepilogo del Capitolo 8 312
■ Esercizi del Capitolo 8 313

ISBN 978-88-08-18649-2

capitolo 9

Meccanica dei fluidi 315

1. Fluidi 315
2. Azioni meccaniche sui fluidi 316
3. Statica dei fluidi 319
4. Idrostatica nel campo della gravità 321
5. Statica dei fluidi in campi di forze di volume conservative 328
6. Statica dei fluidi in sistemi di riferimento non inerziali 331
7. Fluidi in movimento. Aspetti cinematici 334
8. Idrodinamica dei liquidi perfetti 340
9. Liquidi reali in movimento 347
10. Tensione superficiale 352
- ► Riepilogo del Capitolo 9 355
- ■ Esercizi del Capitolo 9 356

capitolo 10

Onde in mezzi elastici 359

1. Forma matematica delle onde elastiche 360
2. Onde sinusoidali 363
3. Onde elastiche longitudinali 369
4. Onde trasversali elastiche 374
5. Aspetti energetici della propagazione ondosa 377
6. Fenomeni di interferenza 381
7. Onde stazionarie 385
8. Principio di Huygens-Fresnel 387
9. Effetto Doppler 389
- ► Riepilogo del Capitolo 10 392
- ■ Esercizi del Capitolo 10 393

capitolo 11

Teoria della relatività ristretta 395

1. Il tempo nella relatività ristretta. La sincronizzazione degli orologi 397
2. Dilatazione del tempo e contrazione delle lunghezze 400
3. Trasformazioni di Lorentz, spazio-tempo e trasformazioni relativistiche della velocità 403
4. Covarianza a vista delle leggi fisiche 408
5. Terzo principio della dinamica e quadrivettore momento lineare 410
6. Massa ed energia 412
7. Cinematica relativistica degli urti 416
8. Riprove sperimentali della teoria della relatività ristretta 419
   1. Principio della velocità limite 419
   2. Equivalenza fra massa ed energia 420
   3. Dilatazione del tempo 421
9. Forza di Minkowski 422
10. Esperimento di Michelson 423
11. Relatività generale 427
   1. Principio di equivalenza e ascensore di Einstein 427
   2. Luce, gravitazione e curvatura dello spazio-tempo 427
   3. Gravitazione e tempo 428
   4. Buchi neri 429
- ► Riepilogo del Capitolo 11 430

ISBN 978-88-08-18649-2

capitolo 12

Calore e temperatura 431

1. Termodinamica 431
2. Temperatura 432
3. Sistemi termodinamici 433
4. Sistemi termodinamici chiusi e sistemi isolati 433
5. Stati di equilibrio termodinamico 433
6. Calore 435
7. Trasformazioni termodinamiche 436
8. Variabili di stato intensive ed estensive 439
9. Lavoro in una trasformazione termodinamica 440
10. Rappresentazione grafica delle trasformazioni e del lavoro 442
11. Dilatazione termica 442

▶ Riepilogo del Capitolo 12 450

■ Esercizi del Capitolo 12 451

capitolo 13

Primo principio della termodinamica 453

1. Equivalente meccanico della caloria 453
2. Primo principio della termodinamica 455
3. Applicazioni del primo principio a un corpo rigido 459
4. Applicazioni del primo principio a un gas perfetto 464
   1. Definizione di gas perfetto 464
   2. Piano di Clapeyron. Trasformazioni quasi-statiche, lavoro e reversibilità 465
   3. Energia interna di un gas perfetto 467
   4. Calori specifici di un gas perfetto 468
   5. Adiabatica reversibile di un gas perfetto 469
5. Gas reali 474
6. Sistema generico descritto dai parametri *P*, *V*, *T* 479
7. Agitazione termica e transizioni di fase 480

▶ Riepilogo del Capitolo 13 487

■ Esercizi del Capitolo 13 488

capitolo 14

Trasmissione del calore 493

1. Conduzione in regime stazionario 494
2. Conduzione in regime non stazionario 498
3. Convezione in regime stazionario 500
4. Scambi termici per irraggiamento 503
   1. Corpo nero 503
   2. Potere emissivo di un corpo nero 504
   3. Emittanza spettrale e scambi termici radiativi 505
5. Materiali selettivi 508
6. Bilancio termico della Terra 508
7. Bilancio termico del corpo umano 509

▶ Riepilogo del Capitolo 14 516

■ Esercizi del Capitolo 14 518

ISBN 978-88-08-18649-2

capitolo 15

Secondo principio della termodinamica 521

1. Enunciati del secondo principio 522
2. Equivalenza fra i due enunciati del secondo principio 523
3. Il più semplice fra i motori termici: il ciclo di Carnot 524
4. Teorema di Carnot e temperatura termodinamica assoluta 527
5. Rendimento dei motori reali 529
6. Integrale di Clausius ed entropia 530
7. Entropia e secondo principio della termodinamica 535
8. Entropia di alcuni sistemi termodinamici notevoli 536
   1. Entropia di un corpo solido 537
   2. Entropia di un gas perfetto 537
   3. Entropia di un gas di Van der Waals 537
   4. Entropia di una sbarretta omogenea solida in uno stato stazionario lontano dall'equilibrio termico 537
9. Entropia come parametro di stato 541

▶ Riepilogo del Capitolo 15 543

■ Esercizi del Capitolo 15 544

capitolo 16

Funzioni termodinamiche 549

1. Energia interna 549
2. Funzione di stato entalpia *H* 554
3. Energia libera di Helmholtz *F* 559
4. Energia libera di Gibbs *G* 563
5. Transizioni di fase 565
6. Reazioni chimiche 567

▶ Riepilogo del Capitolo 16 574

■ Esercizi del Capitolo 16 574

capitolo 17

Interpretazione microscopica delle grandezze termodinamiche 577

1. Interpretazione microscopica della pressione 578
2. Interpretazione microscopica della temperatura 580
3. Funzione di distribuzione della velocità 583
4. Probabilità e disordine 587
5. Disordine ed entropia 589
6. Entropia allo zero assoluto 591
7. Termodinamica dei sistemi lontani dall'equilibrio 593

▶ Riepilogo del Capitolo 17 595

ISBN 978-88-08-18649-2

Appendice A
Soluzioni degli esercizi 597

Appendice B
Alcune nozioni e formule utili di matematica 675

1. Formule e approssimazioni 675
   1. Equazioni algebriche 675
   2. Potenza del binomio 675
   3. Serie geometrica 676
2. Funzioni trigonometriche 676
   1. Relazioni trigonometriche 676
   2. Relazioni per triangoli 677
   3. Alcuni valori delle funzioni trigonometriche 677
3. Derivata delle funzioni più comuni 678
4. Serie 679
5. Integrali 680
   1. Integrali indefiniti 680
   2. Integrali per sostituzione 680
   3. Integrali per parti 681
   4. Tabella di integrali indefiniti 682
   5. Integrali definiti 693
6. Numeri complessi 694
   1. Definizioni dell'algoritmo complesso 694
   2. Rappresentazione geometrica dei numeri complessi 694
   3. Rappresentazione polare dei numeri complessi 695
   4. Rappresentazione esponenziale dei numeri complessi 696
7. Equazioni differenziali 696
   1. Equazioni del primo ordine a quadratura immediata 696
   2. Equazioni del primo ordine a variabili separabili 697
   3. Equazioni lineari del primo ordine 697
   4. Equazioni lineari omogenee del secondo ordine a coefficienti costanti 698
   5. Equazioni del secondo ordine di tipo particolare 699

Appendice C
Tavole finali 701

capitolo 1

Metodo scientifico

1.1. Introduzione

La *fisica* si occupa di descrivere e interpretare i fenomeni naturali usando il *metodo scientifico*.

Metodo scientifico

Il metodo scientifico, le cui basi furono poste da Galileo Galilei, procede sostanzialmente attraverso i seguenti passi:

a. *Schematizzazione*. Ogni fenomeno naturale, anche il più semplice, è in generale notevolmente complesso, perché al suo svolgimento concorrono molte cause, non sempre riproducibili. Ad esempio, dopo che abbiamo lanciato un sasso, il moto di questo, determinato principalmente dalla forza peso, è condizionato però anche dall'azione di frenamento esercitata dall'aria, da eventuali colpi di vento, da possibili sfarfallamenti dovuti alla sua forma irregolare ecc. La schematizzazione mira ad analizzare il fenomeno per gradi, concentrando in prima istanza l'attenzione sulla causa dominante (nel caso in esame, la forza peso) ed eliminando invece tutte le cause accessorie e segnatamente quelle aleatorie e non riproducibili. Tutte queste complicazioni potranno eventualmente essere prese in considerazione in un secondo tempo, e potranno essere trattate di solito come *perturbazioni* del fenomeno più semplice. La schematizzazione comporta la sostituzione del fenomeno naturale con un *modello* semplificato di esso (nel caso in esame, il modello potrà essere rappresentato da un sasso sferico che si muove in una regione di spazio il più possibile liberata dall'aria). Lo studio del modello consente di stabilire correlazioni quantitative tra enti fisici essenziali (ad esempio tra periodo di oscillazione e lunghezza di un pendolo, oppure tra pendenza di una discesa

Schematizzazione

Perturbazioni

Modello

 ISBN 978-88-08-18649-2

e velocità di arrivo ecc.) in una descrizione semplificata suscettibile di essere successivamente modificata introducendo via via le varie complicazioni accessorie (ad esempio gli attriti).

Misura

b. *Misura*. Costituisce un insieme di procedure e convenzioni che permettono di associare un numero seguito da un'unità di misura a ogni ente fisico individuato come essenziale nel processo di schematizzazione (ad esempio una grandezza fisica detta lunghezza, in metri, relativa al filo che sostiene la massa oscillante nel pendolo; oppure una grandezza fisica detta velocità, in metri al secondo, relativa alla rapidità con cui il corpo, che scivola sul piano inclinato, cambia la sua posizione al passare del tempo; ecc.). Una grandezza fisica può giocare un ruolo nell'ambito del metodo scientifico solo *se definita in modo operativo*, cioè se per essa sono date delle regole precise e universalmente accettate che consentano di misurarla.

Definizione operativa

Osservazione sperimentale

c. *Osservazione sperimentale di correlazioni quantitative* tra i valori numerici delle misure delle grandezze fisiche che sono coinvolte nel fenomeno. Queste correlazioni quantitative vengono, di solito, presentate in forma di tabelle, grafici o formule matematiche.

Leggi fisiche

d. *Organizzazione dei risultati delle osservazioni nella forma di leggi* che governano il fenomeno. Queste leggi saranno rappresentate di norma da relazioni matematiche fra i valori delle grandezze coinvolte nel fenomeno stesso. Ad esempio, si troverà nel caso del lancio di un sasso che, a parità di ogni altra condizione, la distanza d a cui il sasso cade è quattro volte più grande se raddoppia la velocità v_0 con cui esso è stato lanciato ecc.

Previsione

e. *Previsione di nuovi fenomeni.* Usando le leggi ricavate da osservazioni eseguite in certe condizioni, *si calcola* il risultato che ci si attende quando il fenomeno si svolge in condizioni diverse: ad esempio, si calcola dove ci si aspetta che il sasso debba cadere quando venga lanciato a un angolo diverso, oppure se esso ha una massa diversa ecc.

Verifica sperimentale

f. *Verifica sperimentale delle previsioni*. Si controlla, mediante misurazioni dei risultati, che nelle nuove condizioni il fenomeno si svolga effettivamente così come le leggi hanno consentito di calcolare e prevedere.

Questo metodo si è rivelato un formidabile strumento per allargare e approfondire la conoscenza di vastissime categorie di fenomeni naturali.

Molto spesso, i *modelli* dei fenomeni naturali realizzati a puro scopo euristico hanno avuto poi una loro vita autonoma: si pensi, ad esempio, ai motori termici, o a innumerevoli apparecchi elettrici.

Tutto ciò ha consentito alla civiltà occidentale, che ha adottato sistematicamente il metodo scientifico, di acquisire straordinaria floridità e potenza. Cionondimeno, il metodo scientifico incontra notevoli difficoltà quando si tratti di studiare fenomeni in cui non sia semplice individuare una priorità fra moltissime cause concorrenti a determinarne l'evoluzione.

Non è semplice, ad esempio, trattare scientificamente i fenomeni biologici oppure quelli connessi con la patologia o con la pratica dell'agopuntura. In questi casi, altri approcci conoscitivi (ad esempio basati sull'*analogia*) possono risultare più efficaci. Noi, tuttavia, limiteremo la nostra attenzione al metodo scientifico.

 ISBN 978-88-08-18649-2

Riepilogo del Capitolo 1

► La fisica si basa sul metodo scientifico.	I passi del metodo scientifico sono: • schematizzazione • misura • organizzazione dei risultati in termini di leggi (induzione) • previsioni dedotte dalle leggi • verifica sperimentale delle previsioni.
► Le grandezze fisiche vengono definite operativamente.	La definizione operativa di una grandezza consiste nello specificare come quella grandezza può essere misurata.
► Ogni misura è in generale affetta da un errore.	Accanto al numero che esprime il risultato di ogni misura, è necessario specificare il numero che rappresenta una stima del relativo errore.
► Esistono leggi generali che legano alcune grandezze fisiche ad altre.	Ad esempio, l'area A di un rettangolo è pari al prodotto dei lati a e b $A = ab$ **[I.2]**
La misura di una grandezza può essere diretta o indiretta.	La *misura diretta* consiste nel confrontare la grandezza da misurare con un *campione* (o unità di misura).
La misura indiretta si ottiene misurando grandezze la cui conoscenza può consentire di calcolare la grandezza considerata.	Così, ad esempio, l'area di un rettangolo può essere ottenuta misurandone i lati e poi usando la [I.2].
► Usando tali leggi generali, tutte le grandezze fisiche che compaiono in un certo capitolo della fisica (ad esempio in meccanica) possono essere espresse in termini di un numero limitato di grandezze, dette *grandezze fondamentali* (tutte le altre sono delle *grandezze derivate*). La scelta di quali grandezze siano fondamentali e quali derivate è peraltro convenzionale.	In meccanica, le grandezze fondamentali sono tre. Per convenzione internazionale, si scelgono come fondamentali *lunghezza*, *tempo* e *massa*. Quando si scelga quali grandezze considerare fondamentali, e si scelgano le relative unità di misura, si dice che si è scelto un *sistema di unità di misura*.
► Il sistema di unità di misura da noi adottato è il sistema SI (*sistema metrico internazionale*).	Nel sistema metrico internazionale, le grandezze fondamentali che compaiono in meccanica (e in termodinamica) sono lunghezza, tempo e massa; le relative unità sono *metro*, *secondo* e *chilogrammo*.
► La legge generale che lega una qualunque grandezza fisica alle grandezze fondamentali è detta *equazione dimensionale* di quella grandezza.	Ad esempio, secondo la [I.2] l'area ha dimensioni di una lunghezza per una lunghezza (cioè di una lunghezza al quadrato).
► Ogni legge fisica, che leghi alcune grandezze fisiche ad altre, è dimensionalmente *omogenea*: entrambi i suoi membri devono necessariamente avere le stesse dimensioni.	

capitolo 2

Cinematica del punto materiale

La cinematica è quel capitolo della fisica che si occupa di *descrivere* il moto degli oggetti, senza porsi il problema di collegare il moto alle cause che lo determinano.

Nell'ambito della cinematica (e più in generale della meccanica) il più semplice fra i sistemi fisici è quello schematizzabile come un *punto materiale*; lo studio della cinematica del punto materiale ci consentirà di introdurre una quantità di concetti la cui utilità si estende al caso di sistemi fisici più complessi.

Punto materiale

Si dice che *un sistema fisico è schematizzabile come punto materiale* (ovvero che esso si comporta come un punto materiale) *se le sue dimensioni lineari sono piccole rispetto alla precisione con cui ci interessa determinarne la posizione*.

Ad esempio, se si vuole individuare la posizione di una nave in navigazione nell'oceano, si usa dare le sue coordinate geografiche: valore di latitudine e valore di longitudine rispetto a un parallelo e a un meridiano di riferimento. Non ci chiederemo se quelle coordinate individuano la prua o la poppa della nave: la precisione che ci interessa non arriva a questo livello di dettaglio. La nave si comporta allora, per definizione, come un punto materiale. Quando la stessa nave entra in porto (e si sta muovendo entro uno spazio di dimensioni confrontabili con quelle sue proprie) la schematizzazione di punto materiale non è più adeguata a descrivere il moto. Non ci basta più conoscere *dove si trova la nave*, ma dove passa con precisione la sua prua, la sua poppa, la sua fiancata destra o sinistra: ciascuno di questi suoi punti potrebbe, ad esempio, urtare un ostacolo che pure è stato evitato dalle altre parti della nave.

Da un punto di vista grafico, un punto materiale può essere rappresentato come un punto geometrico.

Abbiamo detto che la cinematica si occupa di descrivere il moto degli oggetti;

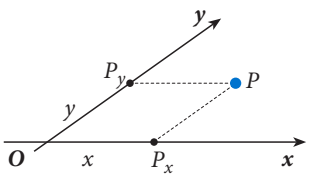
 ISBN 978-88-08-18649-2

la cinematica del punto materiale si occupa dunque di descrivere come varia la posizione di un punto materiale via via che passa il tempo. Per fare ciò è necessario in primo luogo dare la definizione operativa della grandezza fisica *posizione*. L'obiettivo della cinematica sarà poi quello di esprimere la posizione in funzione del tempo.

Posizione

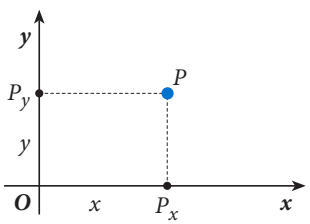
2.1. Posizione

La posizione di un corpo è nota quando sappiamo *dove* si trova. In uno spazio completamente vuoto (omogeneo e isotropo) tutte le posizioni sarebbero fra di loro equivalenti. Perciò la posizione è un concetto relativo: ha senso parlare della posizione di un corpo solo rispetto alla posizione di altri corpi (o di entità geometriche) che vengono presi come riferimento. L'insieme dei riferimenti scelti per individuare la posizione dei corpi che si trovano in una certa porzione di spazio viene detto *sistema di riferimento*.



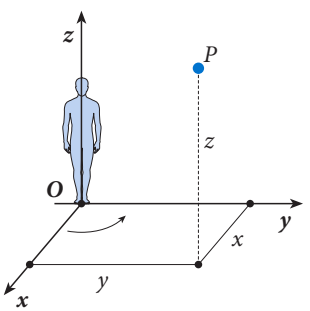
Sistema di assi coordinati nel piano

Consideriamo il caso in cui un punto materiale sia vincolato a muoversi lungo una retta. Il sistema di riferimento può essere allora dato semplicemente da un asse coordinato assunto lungo quella retta: scelto un punto della retta come *origine*, scelto un *verso* come positivo, scelta una *unità di misura* per misurare le distanze, la posizione del punto è individuata da un *unico numero reale* (detto *coordinata* del punto); cioè da quel numero che rappresenta, nelle unità scelte, la distanza del punto dall'origine, positivo se il punto è a valle dell'origine (negativo se a monte) rispetto al verso assunto come positivo. Se un punto è vincolato a muoversi su un piano, allora il sistema di riferimento può essere costituito da due assi coordinati (detti assi x e y rispettivamente) appartenenti al piano e intersecantisi in un punto assunto come origine per entrambi: la posizione di un punto materiale P è in corrispondenza biunivoca con le coppie ordinate di numeri reali (x, y) che rappresentano le coordinate lungo i due assi delle proiezioni del punto P parallelamente agli assi. Se gli assi sono fra di loro ortogonali, il sistema si dice un *sistema di assi ortogonali* o un *sistema cartesiano*. Noi useremo sempre sistemi di assi ortogonali.



Sistema di assi coordinati ortogonali nel piano

Se un punto si muove nello spazio, il sistema di riferimento può essere rappresentato da tre assi x, y, z non complanari (noi li prenderemo fra di loro ortogonali) intersecantisi in un punto assunto come origine comune. La posizione di un punto P è allora in corrispondenza biunivoca con le terne (x, y, z) ordinate di numeri reali che rappresentano le coordinate lungo i tre assi delle rispettive proiezioni del punto P.



Sistema di assi coordinati ortogonali nello spazio

A volte può essere comodo *non* assumere le stesse unità di misura per le distanze misurate lungo i tre assi: ad esempio, nel caso di un aereo, la quota può essere misurata in metri, mentre la sua posizione a terra può essere più convenientemente individuata da distanze misurate in chilometri.

Sistema levogiro

Nel sistema di riferimento indicato in figura, il verso positivo degli assi è stato scelto in modo che, personificandosi con l'asse z, si vede ruotare in senso antiorario l'asse x perché vada a sovrapporsi (girando di 90°) con l'asse y. È questa la convenzione normalmente usata per i versi positivi degli assi: il sistema si dice un *sistema levogiro*.

Dimensioni

Poiché i punti dello spazio sono in corrispondenza biunivoca con una *terna* ordinata di numeri reali (che rappresentano le coordinate delle proiezioni del punto su tre assi rettilinei), si usa dire che lo spazio ha *tre* dimensioni. Analoga-

mente, si dice che il piano ha due dimensioni (si dice anche che i punti del piano costituiscono uno *spazio a due dimensioni*); i punti di una retta costituiscono uno spazio a una dimensione.

Gradi di libertà

Il numero di parametri fra di loro indipendenti che servono per individuare la posizione di un sistema fisico viene detto numero di *gradi di libertà* di quel sistema fisico. Così, ad esempio, un punto materiale che si muove liberamente nello spazio ha tre gradi di libertà e un punto materiale che si muove liberamente su un piano ha due gradi di libertà. Tuttavia, in generale il numero di gradi di libertà di un sistema *non* coincide con il numero di dimensioni dello spazio in cui il sistema si muove. Se un sistema fisico non è puntiforme, non è sufficiente stabilire la posizione di un punto appartenente al sistema per stabilire la posizione del sistema. Il numero di gradi di libertà di un sistema non puntiforme liberamente mobile è più grande del numero di dimensioni dello spazio in cui il sistema si muove. Se il sistema non si muove liberamente, ma è *vincolato*, il numero dei suoi gradi di libertà diminuisce.

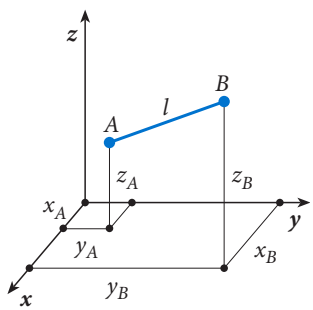
Sistema vincolato

Esempi

E.2.1. *Un sistema fisico è formato da N punti materiali che possono muoversi liberamente nello spazio, l'uno indipendentemente dagli altri. Quanti gradi di libertà ha il sistema?*

Indichiamo con P_i il generico fra i punti del sistema; l'indice i può essere un qualunque numero compreso fra 1 e $N (i = 1, ..., N)$. La posizione del punto P_i è specificata dalle tre coordinate x_i, y_i, z_i. Poiché i può assumere N valori, il numero totale di coordinate degli N punti materiali è $3N$. I punti si possono muovere tutti indipendentemente e, dunque, i $3N$ parametri sono tutti fra di loro indipendenti: il sistema materiale ha $3N$ gradi di libertà.

E.2.2. *Un sistema materiale è costituito da una sbarretta rigida (cioè indeformabile) di sezione trascurabile e lunghezza l, liberamente mobile nello spazio. Quanti gradi di libertà possiede?*



Se si specifica la posizione di un qualunque punto appartenente al sistema (ad esempio l'estremo A) fornendone le tre coordinate x_A, y_A, z_A la posizione del sistema non è completamente determinata. Essa risulta invece completamente determinata assegnando anche le tre coordinate di un altro punto, ad esempio dell'estremo B. Tuttavia questi sei parametri *non* sono fra di loro indipendenti: essendo la sbarretta rigida, la distanza fra A e B deve valere necessariamente l. La condizione perché ciò accada è (come si ricava per semplice applicazione del teorema di Pitagora):

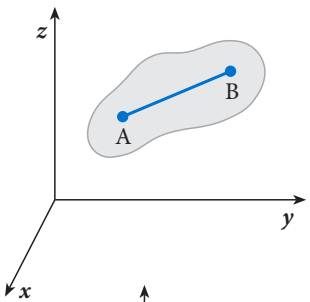
$$l = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

Questa relazione consente di esprimere uno qualunque dei sei parametri in funzione degli altri cinque. La sbarretta rigida ha cinque gradi di libertà.

Un altro modo normalmente adottato per specificare la posizione di un segmento AB è quello di dare, oltre alle coordinate dell'estremo A, i coseni $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ degli angoli che il segmento $\overline{AB}$ forma con gli assi coordinati ("coseni direttori" del segmento). Poiché dalla geometria si ha la condizione

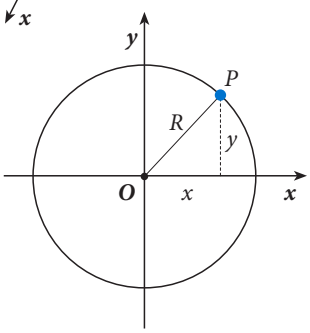
 ISBN 978-88-08-18649-2

che la somma $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$, i sei parametri x_A, y_A, z_A, $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ non sono fra di loro indipendenti; cinque numeri bastano per stabilire la posizione del sistema, a conferma del fatto che esso ha cinque gradi di libertà.



E.2.3. *Qual è il numero di gradi di libertà di un sistema rigido liberamente mobile nello spazio?*

Specificando la posizione di un segmento qualunque $\overline{AB}$ appartenente al sistema (il che richiede, come risulta dall'esempio E.2.2, cinque parametri) la posizione del sistema *non* è completamente definita: esso può infatti assumere posizioni diverse ruotando intorno al segmento $\overline{AB}$. La rotazione del sistema intorno al segmento $\overline{AB}$ può essere definita specificando un solo angolo (ad esempio per una porta che ruota sul suo asse, per cui basta dare l'angolo tra il piano della porta e un piano di riferimento). In totale servono dunque sei parametri: il sistema ha sei gradi di libertà.



E.2.4. *Un punto materiale che si muove su un piano è vincolato a percorrere una traiettoria circolare di raggio R. Quanti sono i suoi gradi di libertà?*

La posizione del punto può essere specificata dalle sue coordinate *x*, *y*: per comodità, abbiamo supposto che l'origine del sistema di riferimento sia posta al centro della circonferenza su cui il punto si muove. Poiché sappiamo che il punto si muove sulla circonferenza, le coordinate *x*, *y* non sono fra di loro indipendenti: infatti, come risulta dal disegno, deve essere $x^2 + y^2 = R^2$. Il punto materiale ha un solo grado di libertà.

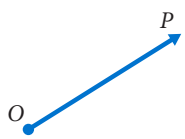
Facciamo a questo punto due osservazioni:

Traiettoria

a. con la parola *traiettoria* abbiamo inteso (coerentemente con il linguaggio comune) il luogo dei punti che il punto materiale va a occupare durante il suo moto;

b. qualunque punto materiale mobile su una traiettoria prestabilita (nel piano o nello spazio) ha un solo grado di libertà. Per definire la posizione basta fissare sulla traiettoria un'origine, un verso e un'unità di misura per le lunghezze: la posizione è definita dalla distanza con segno *misurata lungo la traiettoria* a partire dall'origine ("ascissa curvilinea"). Un esempio di ascissa curvilinea è la distanza misurata dalle pietre miliari su una strada.

2.2. Vettori: definizioni



Rappresentazione grafica

L'istante di tempo in cui ha luogo un evento, o la lunghezza del lato di una figura geometrica, sono grandezze fisiche la cui misura è espressa da un numero. La posizione di un punto materiale nello spazio può essere espressa invece solo specificando *tre* numeri che, se il punto si muove liberamente, sono fra di loro indipendenti. Nella fisica, e in particolare nella meccanica, si incontrano molte grandezze che hanno proprietà analoghe a quelle della posizione di un punto materiale: tanto che conviene introdurre un formalismo adatto a trattare queste grandezze in maniera più compatta. Queste grandezze vengono dette *grandezze vettoriali*, mentre le grandezze espresse da un solo numero sono dette *grandezze scalari*. L'esistenza di grandezze vettoriali richiede un'estensione, per altro banale, della definizione operativa delle grandezze fisiche: una grandezza fisica, in effetti, la si ritiene definita quando sia stata specificata la procedura per determinare tutti i numeri che servono per caratterizzarla.

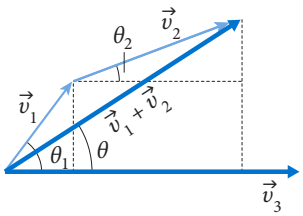
Grandezze vettoriali
Grandezze scalari

Un *vettore* è una grandezza che può essere rappresentata da un segmento orientato: essa è dunque caratterizzata, oltre che dalla sua *intensità* o *modulo*

Intensità o modulo

 ISBN 978-88-08-18649-2

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = v^2 \qquad \text{[II.12]}$$



Con semplici considerazioni geometriche (*vedi* figura), si conclude facilmente che vale la proprietà:

$$(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \cdot \vec{v}_3 = \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_3 + \vec{v}_2 \cdot \vec{v}_3 \qquad \text{[II.13]}$$

(proprietà distributiva del prodotto scalare rispetto alla somma).

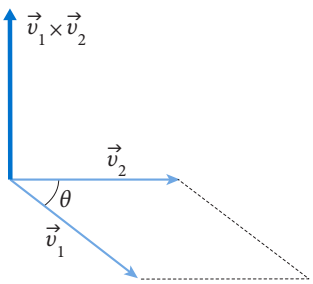
Usando la [II.9] e la [II.13] è facile esprimere il prodotto scalare fra due vettori in funzione delle componenti cartesiane dei due vettori:

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = (\hat{i}v_{1x} + \hat{j}v_{1y} + \hat{k}v_{1z}) \cdot (\hat{i}v_{2x} + \hat{j}v_{2y} + \hat{k}v_{2z}) = \\ = v_{1x} \cdot v_{2x} + v_{1y} \cdot v_{2y} + v_{1z} \cdot v_{2z} \qquad \text{[II.14]}$$

(Abbiamo usato le proprietà secondo cui il prodotto scalare di un versore per se stesso vale 1 e il prodotto scalare di due versori fra di loro ortogonali è nullo). La [II.14] ci dice che *il prodotto scalare fra due vettori può essere espresso come somma dei prodotti delle componenti omologhe dei due vettori*.

Prodotto scalare espresso per componenti

2.4.5. Prodotto vettoriale fra due vettori



Si definisce il prodotto vettoriale $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ come quel vettore che ha come modulo la quantità $v_1 v_2 \operatorname{sen}\theta$ (pari all'area del parallelogramma individuato dai due vettori), come direzione quella ortogonale al piano individuato da $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ come verso quello da cui si vede ruotare $\vec{v}_1$ verso $\vec{v}_2$ (per un angolo minore di π) in senso antiorario. Se $\vec{v}_1$ è parallelo a $\vec{v}_2$, il prodotto vettoriale è nullo; in particolare, è nullo il prodotto vettoriale di un vettore per se stesso. Segue dalla definizione del verso di $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ che il prodotto vettoriale non gode della proprietà commutativa; infatti:

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = -\vec{v}_2 \times \vec{v}_1 \qquad \text{[II.15]}$$

Si dimostra invece facilmente, con considerazioni geometriche analoghe a quelle fatte nel caso del prodotto scalare, che il prodotto vettoriale gode della proprietà distributiva rispetto alla somma:

$$(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \times \vec{v}_3 = \vec{v}_1 \times \vec{v}_3 + \vec{v}_2 \times \vec{v}_3 \qquad \text{[II.16]}$$

È facile verificare che valgono le seguenti relazioni fra i versori degli assi coordinati:

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}; \quad \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}; \quad \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} \qquad \text{[II.17]}$$

(oltre all'ovvia proprietà che il prodotto vettoriale di ogni versore per se stesso è nullo).

Usando la [II.9], la [II.16] e le [II.17], il prodotto vettoriale di due vettori può essere scritto in termini delle componenti dei due vettori. Si ha:

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = (\hat{i}v_{1x} + \hat{j}v_{1y} + \hat{k}v_{1z}) \times (\hat{i}v_{2x} + \hat{j}v_{2y} + \hat{k}v_{2z}) =$$

Esercizi del Capitolo 2

2.1. Calcolare la derivata rispetto al tempo della funzione $x = ct^2$ con c costante.

2.2. Calcolare la derivata rispetto al tempo della funzione $x = at^3$ con a costante.

2.3. Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ nel punto $x^* = 3$.

(Risposta: – ½)

2.4. Calcolare la derivata della funzione $f(x) = \text{sen}(1 + x^2)$.

(Risposta: $2x\cos(1 + x^2)$)

2.5. Calcolare la derivata terza della funzione $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$.

(Risposta: $f''' = 6$)

2.6. Un punto si muove su traiettoria rettilinea, con accelerazione costante $a = 2\text{m/s}^2$, e partendo da fermo.
a) Qual è la velocità del punto dopo 5 s?
b) Qual è la velocità media nell'intervallo di tempo (0 – 5)?

(Risposte: 10 m/s; 5 m/s)

2.7. Un punto si muove su traiettoria rettilinea con accelerazione costante. Quando il punto mobile transita per il punto di ascissa x_1 la sua velocità è v_1, mentre quando transita per il punto di ascissa x_2 la velocità è v_2. Calcolare il valore dell'accelerazione.

(Risposta: $a = (v_2^2 - v_1^2) / 2(x_2 - x_1)$)

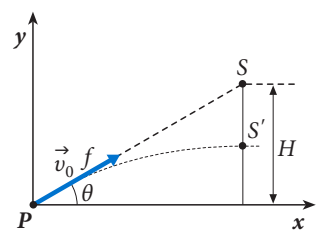
2.8. In prossimità della superficie della Terra, in assenza di attriti, tutti i corpi sono sottoposti all'accelerazione di gravità $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$, diretta verticalmente verso il basso. Se un corpo viene lanciato verso l'alto, lungo la verticale, con velocità v_0, calcolare la massima quota e la velocità con cui ricade al suolo.

(Risposte: $y_{MAX} = v_0^2 / 2g$; $v = -v_0$)

2.9. Un proiettile è sparato orizzontalmente con velocità $v_0 = 30$ m/s. In assenza di attriti, qual è il raggio di curvatura della traiettoria dopo 2 s dal lancio?

(Risposta: R = 156,5 m)

2.10. Un classico problema prevede che un primitivo P, posto nell'origine, lanci una freccia f puntando direttamente, nella direzione di visione, verso una scimmia S ferma su un albero. La scimmia intuisce l'intenzione aggressiva e, nell'istante in cui parte la freccia, si lascia cadere al suolo. L'ignoranza della cinematica è fatale alla scimmia che viene centrata al volo. Perché?



2.11. Le lancette di un orologio indicano le ore tre. Dopo quanto tempo le lancette si ritrovano per la prima volta ad angolo retto?

(Risposta: $\dfrac{6}{11}$ h)

 ISBN 978-88-08-18649-2

Suggerimenti per gli esercizi del Capitolo 2

2.1. Applicare la definizione di derivata come limite del rapporto incrementale. Vedere, eventualmente, l'esempio E.2.4.

2.2. Applicare la definizione di derivata come limite del rapporto incrementale. Verificare il risultato con la tabella 2.1.

2.3. Procedere come negli esempi precedenti prendendo come punto di riferimento $x = x^*$.

2.4. Si tratta di derivare una funzione di funzione.

2.5. Le derivate di ordine superiore al primo si ottengono derivando successivamente le derivate della funzione data:

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = f'(x);\ \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2} = f''(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} f'(x);\ \text{ecc.}$$

2.6. Scrivere le equazioni della velocità e dello spazio percorso in funzione del tempo per un moto uniformemente accelerato: $v = v(t)$, $x = x(t)$. Ricavare la velocità media dalla conoscenza della $x(t)$.

2.7. I dati del problema (x_1, v_1; x_2, v_2) non riguardano in modo esplicito il tempo. Dalle equazioni relative al moto uniformemente accelerato occorre eliminare il parametro tempo.

2.8. Decomporre il moto in una fase di salita (moto uniformemente decelerato) e una fase di discesa (moto uniformemente accelerato).

2.9. Il raggio di curvatura di una traiettoria in un punto è legato alla velocità e all'accelerazione normale in quel punto.

2.10. Verificare che, indipendentemente dal valore della velocità iniziale, esiste un punto in cui freccia e scimmia arrivano simultaneamente.

2.11. Si tratta di due moti circolari uniformi, a diverse velocità angolari, riguardanti le due lancette (ore e minuti). Tenere conto che le due lancette hanno posizioni angolari iniziali diverse.

appendice A

Soluzioni degli esercizi

Capitolo 2

2.1. $x(t) = ct^2$ $\quad \dfrac{dx}{dt} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} =$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{c(t+\Delta t)^2 - ct^2}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{c(t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2 - t^2)}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} c\frac{2t\Delta t + (\Delta t)^2}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (2ct + c\Delta t) = 2ct$$

2.2. $x(t) = \alpha t^3$ $\quad \dfrac{dx}{dt} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\alpha(t+\Delta t)^3 - \alpha t^3}{\Delta t} =$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\alpha(t^3 + 3t^2\Delta t + 3t\Delta t^2 + \Delta t^3 - t^3)}{\Delta t} =$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{3\alpha t^2\Delta t + 3\alpha t\Delta t^2 + \alpha\Delta t^3}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (3\alpha t^2 + 3\alpha t\Delta t + \alpha\Delta t^2) = 3\alpha t^2$$

2.3. $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ $\quad f'(x^*) = \left.\dfrac{df}{dx}\right|_{x=x^*} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$

appendice B

Alcune nozioni e formule utili di matematica

B.1. Formule e approssimazioni

B.1.1. Equazioni algebriche

Equazioni algebriche di secondo grado:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

B.1.2. Potenza del binomio

Per n intero positivo si ha:

$$(x+y)^n = x^n + nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}y^2 +$$

$$+ \frac{n(n-1)(n-2)}{2 \cdot 3}x^{n-3}y^3 + \ldots + nx\, y^{n-1} + y^n =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

con i coefficienti binomiali

$$\binom{n}{k} \equiv \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots k} = \frac{n!}{(n-k)!} \cdot \frac{1}{k!}$$

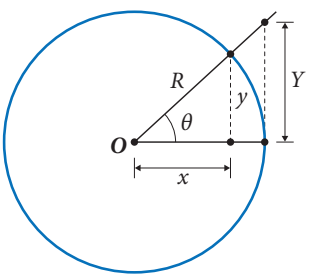
In particolare, nel caso in cui uno dei due addendi del binomio sia l'unità, si ha:

$$(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \ldots + x^n$$

B.1.3. Serie geometrica

Data una successione del tipo α, αr, αr^2, αr^3, … , la somma dei primi $(N + 1)$ termini per $r \neq 1$ vale:

$$\alpha + \alpha r + \alpha r^2 + \ldots + \alpha r^N \equiv \alpha \sum_{k=0}^{N} r^k = \alpha\left(\frac{1-r^{N+1}}{1-r}\right)$$



B.2. Funzioni trigonometriche

$$y = R\,\mathrm{sen}\theta$$

$$x = R\cos\theta$$

$$Y = R\,\mathrm{tg}\theta$$

$$y = x\,\mathrm{tg}\theta$$

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{\mathrm{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$\mathrm{cotg}\theta = \frac{1}{\mathrm{tg}\theta}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\mathrm{sen}\theta}$$

B.2.1. Relazioni trigonometriche

$\mathrm{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$ $\quad$ $\mathrm{sen}\theta = (1 - \cos^2\theta)^{1/2}$

$\mathrm{sen}(-\theta) = -\,\mathrm{sen}\theta$ $\quad$ $\cos(-\theta) = \cos\theta$

$$\mathrm{sen}(\alpha \pm \beta) = \mathrm{sen}\alpha\cos\beta \pm \mathrm{sen}\beta\cos\alpha \rightarrow \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \mathrm{sen}\alpha\,\mathrm{sen}\beta \rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \mathrm{sen}\theta$$

$$\mathrm{sen}\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\mathrm{sen}(\alpha+\beta) + \mathrm{sen}(\alpha-\beta)\right]$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right]$$

$$\mathrm{sen}\alpha + \mathrm{sen}\beta = 2\,\mathrm{sen}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\mathrm{sen}\alpha - \mathrm{sen}\beta = 2\,\mathrm{sen}\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\,\mathrm{sen}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right)$$

$$\mathrm{sen}^2\alpha - \mathrm{sen}^2\beta = \mathrm{sen}(\alpha+\beta)\cdot\mathrm{sen}(\alpha-\beta)$$

FISICA
MECCANICA E TERMODINAMICA
con esempi ed esercizi

Risorse on line
- **Esercizi con soluzione guidata**

Per l'accesso registrarsi e abilitare la risorsa su https://my.zanichelli.it

Maggiori informazioni nella seconda di copertina

FISICA. MECCANICA E TERMODINAMICA con esempi ed esercizi è indirizzato agli studenti dei Corsi di Studio di Ingegneria e di quelli scientifici in cui la Fisica sia una disciplina caratterizzante: per esempio i CdS di Fisica e Matematica, poiché gli argomenti del libro coprono il programma di Fisica impartito al primo anno in questi Corsi.
Una delle caratteristiche che lo differenziano da altri testi è, per quanto possibile, l'autosufficienza dal punto di vista matematico: sono state introdotte le necessarie nozioni di Matematica (completate dal prontuario di formule riportate in Appendice B) via via che servono. La loro differenziazione grafica permette allo studente che non ne senta la necessità di saltarle agevolmente.

Quanto agli argomenti di Fisica, questi sono organizzati in modo che lo studente acquisisca non solo le necessarie nozioni, ma anche e soprattutto quella base metodologica che è l'indispensabile bagaglio culturale per un professionista delle discipline tecnico-scientifiche.
Per raggiungere questo obiettivo, oltre a studiare la parte teorica è necessario svolgere i numerosi esempi ed esercizi che sono un'altra delle caratteristiche del libro: esercizi guidati, con suggerimenti e soluzioni, riportate nell'Appendice A.
Un'altra ricca raccolta di esercizi, con suggerimenti per lo svolgimento, è presente sul sito web del libro.

MENCUCCINI*FISICA MECC TERMOD(CEA Q

ISBN 978-88-08-18649-2