dove ($k_0 = 2\pi/\lambda_0$) e $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ sono rispettivamente il numero d'onda e la pulsazione dell'onda monocromatica (λ_0, ν_0 la corrispondente lunghezza d'onda e frequenza), così come l'onda è vista da un osservatore P' solidale con Σ' e dunque fermo rispetto alla sorgente: proprio per indicare che si tratta di grandezze proprie (velocità relativa osservatore-sorgente nulla) le abbiamo indicate con il pedice zero. x', t' sono le coordinate spazio-temporali in Σ'. Dall'osservatore P solidale con il sistema $\Sigma \equiv Oxyz$ l'onda sarà ancora osservata come un'onda piana (le trasformazioni di Lorentz, essendo lineari, trasformano piani in piani) con dipendenza spazio-temporale:

$$\cos(kx - \omega t) = \cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right) \tag{IX.129}$$

Le relazioni fra λ, ν e λ_0, ν_0 possono essere ottenute immediatamente ricordando che, per le trasformazioni di Lorentz, è:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - Vt) \\ t' = \gamma(t - (V/c^2)x \end{cases} \qquad \gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2} \tag{IX.130}$$

Sostituendo le [IX.130] nella [IX.128], questa diviene:

$$\begin{aligned} &\cos\left[2\pi\gamma\left(\frac{x - Vt}{\lambda_0} - \nu_0\left(t - \frac{V}{c^2}x\right)\right)\right] = \\ &= \cos\left[2\pi\gamma\left(\left(\frac{1}{\lambda_0} + \frac{\nu_0}{c^2}V\right)x - \left(\frac{V}{\lambda_0} + \nu_0\right)t\right)\right] = \\ &= \cos\left[2\pi\left(\frac{\gamma}{\lambda_0}\left(1 + \frac{V}{c}\right)x - \gamma\nu_0\left(\frac{V}{c} + 1\right)t\right)\right] \end{aligned} \tag{IX.131}$$

Nell'ultimo passaggio, abbiamo tenuto conto della relazione $\lambda_0\nu_0 = c$. Confrontando la [IX.131] con la [IX.129] vediamo che:

$$\begin{cases} \lambda = \dfrac{\lambda_0\sqrt{1 - (V/c)^2}}{1 + V/c} \\ \nu = \dfrac{\nu_0(1 + V/c)}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} \end{cases} \tag{IX.132}$$

Osserviamo che $\lambda\nu = \lambda_0\nu_0$, come richiesto dalla condizione che la velocità della luce sia la stessa (pari a c) nei due sistemi di riferimento. Vediamo inoltre che per $V > 0$ (sorgente che si avvicina all'osservatore), l'onda appare all'osservatore con frequenza $\nu > \nu_0$; e se $|V/c| \ll 1$ cosicché i termini quadratici $(V/c)^2$ possano essere trascurati rispetto a 1, le [IX.132] si riducono all'espressione classica [IX.126]:

$$\begin{cases} \nu = \nu_0(1 \pm |V/c|) \\ \lambda = \dfrac{c}{\nu} \end{cases} \tag{IX.133}$$

con il segno + o il segno − a seconda che osservatore e sorgente si avvicinino o si allontanino l'uno dall'altra.