

**Corrado Mencuccini
Vittorio Silvestrini**

FISICA

ELETTROMAGNETISMO E OTTICA

con esempi ed esercizi



CASA EDITRICE AMBROSIANA

**Corrado Mencuccini
Vittorio Silvestrini**

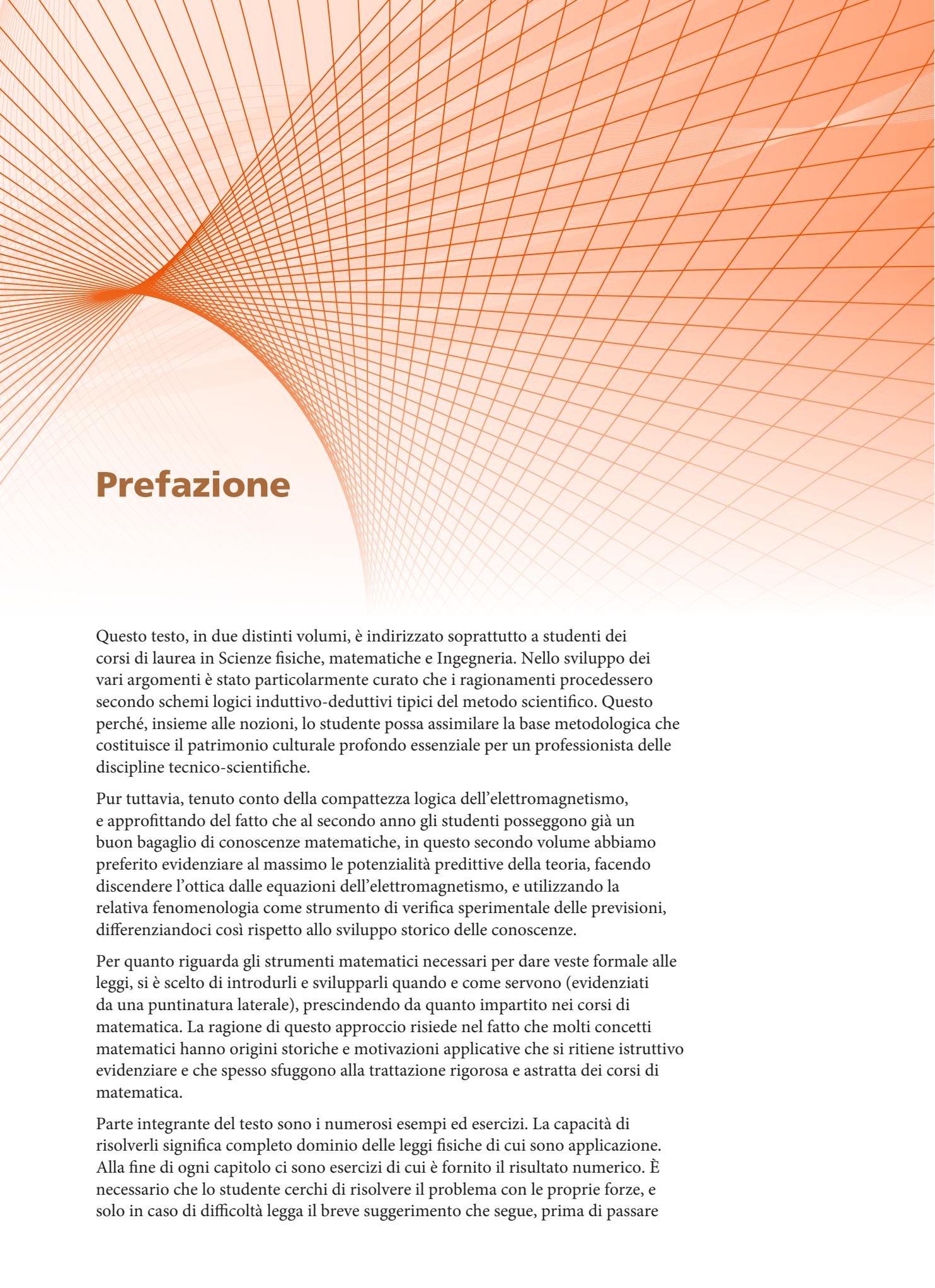
FISICA

ELETTROMAGNETISMO E OTTICA

con esempi ed esercizi



CASA EDITRICE AMBROSIANA

The background of the page is a complex, abstract pattern of thin, orange lines. These lines form a grid that curves and warps, creating a sense of depth and movement. The pattern is most dense on the left side and becomes more sparse towards the right. The overall color palette is a range of orange tones, from light to dark.

Prefazione

Questo testo, in due distinti volumi, è indirizzato soprattutto a studenti dei corsi di laurea in Scienze fisiche, matematiche e Ingegneria. Nello sviluppo dei vari argomenti è stato particolarmente curato che i ragionamenti procedessero secondo schemi logici induttivo-deduttivi tipici del metodo scientifico. Questo perché, insieme alle nozioni, lo studente possa assimilare la base metodologica che costituisce il patrimonio culturale profondo essenziale per un professionista delle discipline tecnico-scientifiche.

Pur tuttavia, tenuto conto della compattezza logica dell'elettromagnetismo, e approfittando del fatto che al secondo anno gli studenti posseggono già un buon bagaglio di conoscenze matematiche, in questo secondo volume abbiamo preferito evidenziare al massimo le potenzialità predittive della teoria, facendo discendere l'ottica dalle equazioni dell'elettromagnetismo, e utilizzando la relativa fenomenologia come strumento di verifica sperimentale delle previsioni, differenziandoci così rispetto allo sviluppo storico delle conoscenze.

Per quanto riguarda gli strumenti matematici necessari per dare veste formale alle leggi, si è scelto di introdurli e svilupparli quando e come servono (evidenziati da una puntinatura laterale), prescindendo da quanto impartito nei corsi di matematica. La ragione di questo approccio risiede nel fatto che molti concetti matematici hanno origini storiche e motivazioni applicative che si ritiene istruttivo evidenziare e che spesso sfuggono alla trattazione rigorosa e astratta dei corsi di matematica.

Parte integrante del testo sono i numerosi esempi ed esercizi. La capacità di risolverli significa completo dominio delle leggi fisiche di cui sono applicazione. Alla fine di ogni capitolo ci sono esercizi di cui è fornito il risultato numerico. È necessario che lo studente cerchi di risolvere il problema con le proprie forze, e solo in caso di difficoltà legga il breve suggerimento che segue, prima di passare

alla soluzione dettagliata in Appendice A. Per facilitare l'acquisizione dell'abilità necessaria a risolvere problemi, sono anche forniti esercizi a soluzione assistita con collegamento al sito web dedicato al libro. L'accesso a questa risorsa è da utilizzarsi prima di passare a risolvere gli esercizi nel modo precedentemente descritto.

Abbiamo inserito nel testo, e precisamente in questo secondo volume, una panoramica di alcuni moderni sviluppi dell'elettromagnetismo e delle relative filiazioni tecnologiche, e abbiamo trattato con una certa diffusione la covarianza relativistica della teoria. Nell'ultimo capitolo viene presentata sinteticamente, ma con un certo rigore, un'introduzione ai concetti della meccanica quantistica partendo da una discussione dei fatti sperimentali che sono stati il punto di partenza.

A fronte di questa ricchezza di contenuti, la riforma del sistema universitario con l'introduzione della "laurea breve", in molti casi ha fortemente ridimensionato lo spazio riservato alla fisica in termini di ore di lezione e di esercitazione. Tuttavia noi abbiamo deciso di non apportare tagli o contrazioni. Ogni docente potrà trovare in questi volumi – negli argomenti trattati, nello sviluppo dei ragionamenti, nella discussione del percorso logico dalle osservazioni sperimentali fino alla formulazione della teoria, nella scelta di quali consigliare di approfondire fra i numerosissimi esempi ed esercizi proposti, discussi e risolti – il cammino più efficace atto a conseguire l'obiettivo che egli ha prefissato per il suo corso: che potrà variare da quello minimale della promozione all'esame, fino a quello che sarebbe naturale perseguire in un Paese serio; cioè, di fornire allo studente gli strumenti cognitivi e metodologici, per essere competitivo sul mercato globale del lavoro.

Lo studente che avrà consapevolezza di ciò, non correrà a vendere i suoi libri di fisica appena superato l'esame, ma li porrà in evidenza sullo scaffale dietro la sua scrivania, perché lo accompagnino nella sua carriera lavorativa.

Corrado Mencuccini, Vittorio Silvestrini

CORRADO MENCUCINI

È stato professore ordinario di Fisica generale presso la Facoltà di Scienze dell'Università di Napoli Federico II e, dal 1980, presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università di Roma "La Sapienza". Ha anche insegnato presso l'Università Campus Biomedico di Roma. Ha svolto ricerche in fisica subnucleare presso l'Elettrosincrotrone dei Laboratori Nazionali di Frascati, di cui è stato anche direttore, presso il Protosincrotrone di Argonne (USA) e presso l'anello di accumulazione di elettroni e positroni Adone di Frascati. Si è anche occupato di produzione di luce di sincrotrone (UV e X) da elettroni relativistici orbitanti in sistemi magnetici, nonché di didattica universitaria, di energia elettrica e di storia della fisica.

VITTORIO SILVESTRINI

Attualmente è presidente della Fondazione IDIS (Istituto per la Diffusione e la Valorizzazione della Cultura scientifica) nonché fondatore della Città della Scienza di Bagnoli (NA) di cui è anche presidente. È stato a lungo professore ordinario di Fisica generale presso l'Università degli Studi di Napoli Federico II e ha alle spalle una prestigiosa attività di ricerca che spazia dalle particelle elementari all'energetica, all'ottimizzazione e pianificazione dei sistemi complessi. Ha pubblicato numerosi testi e saggi di divulgazione scientifica; nel 2006 ha ricevuto il prestigioso premio "Descartes" per la comunicazione scientifica.



Indice dei capitoli

Capitolo 1	Elettrostatica nel vuoto. Campo elettrico e potenziale	1
Capitolo 2	Sistemi di conduttori e campo elettrostatico	69
Capitolo 3	Elettrostatica in presenza di dielettrici	117
Capitolo 4	Corrente elettrica stazionaria	153
Capitolo 5	Fenomeni magnetici stazionari nel vuoto	217
Capitolo 6	Magnetismo nella materia	279
Capitolo 7	Campi elettrici e magnetici variabili nel tempo	331
Capitolo 8	Correnti alternate	391
Capitolo 9	Onde elettromagnetiche	425
Capitolo 10	Fenomeni classici di interazione fra radiazione e materia	491
Capitolo 11	Ottica geometrica	555
Capitolo 12	Fotoni e materia	595
Appendice A	Soluzioni degli esercizi	647
Appendice B	Formule utili di matematica	725

Indice

Elettrostatica nel vuoto. Campo elettrico e potenziale	1
1. Azioni elettriche	1
2. Carica elettrica e legge di Coulomb	5
3. Campo elettrico	8
4. Campo elettrostatico generato da sistemi di cariche con distribuzione spaziale fissa e nota	9
5. Teorema di Gauss	15
6. Prima equazione di Maxwell	23
7. Potenziale elettrico	28
8. Alcune considerazioni sul significato di gradiente	35
9. Dipolo elettrico	38
10. Azioni meccaniche su dipoli elettrici in un campo elettrico esterno	41
11. Sviluppo in serie di multipoli	45
12. Rotore di un campo vettoriale. Sviluppi derivanti dalla conservatività del campo elettrostatico	49
13. Coordinate curvilinee ortogonali	55
▶ Riepilogo del Capitolo 1	60
■ Esercizi del Capitolo 1	63

Sistemi di conduttori e campo elettrostatico	69
1. Campo elettrostatico e distribuzioni di carica nei conduttori	69
2. Capacità elettrica	75
3. Sistemi di condensatori	84
4. Energia del campo elettrostatico	88
5. Azioni meccaniche di natura elettrostatica nei conduttori	94
6. Il problema generale dell'elettrostatica nel vuoto	98
7. Alcune proprietà matematiche dell'equazione di Poisson e delle funzioni armoniche	102
8. Soluzione del problema generale dell'elettrostatica in alcuni casi notevoli	106
1. Metodo delle cariche immagini	106
2. Equazione di Laplace unidimensionale	109
3. Soluzione per separazione di variabili	110
▶ Riepilogo del Capitolo 2	111
■ Esercizi del Capitolo 2	113

Elettrostatica in presenza di dielettrici	117
1. Costante dielettrica	117
2. Interpretazione microscopica	119

capitolo

1

capitolo

2

capitolo

3

1. Polarizzazione per deformazione (o polarizzazione elettronica)	120
2. Polarizzazione per orientamento	121
3. Il vettore polarizzazione elettrica \vec{P} (o intensità di polarizzazione)	124
4. Equazioni dell'elettrostatica in presenza di dielettrici	130
5. Il problema generale dell'elettrostatica in presenza di dielettrici e le condizioni al contorno per i vettori \vec{E} e \vec{D}	132
6. Energia elettrostatica in presenza di dielettrici	142
7. Macchine elettrostatiche	145
▶ Riepilogo del Capitolo 3	146
■ Esercizi del Capitolo 3	147

capitolo 4

Corrente elettrica stazionaria	153
1. Conduttori	153
2. Corrente elettrica	154
3. Densità di corrente ed equazione di continuità	158
4. Resistenza elettrica e legge di Ohm	164
5. Fenomeni dissipativi nei conduttori percorsi da corrente	167
6. Forza elettromotrice e generatori elettrici	168
7. Alcuni esempi di generatori elettrici	175
8. Resistenza elettrica di strutture conduttrici ohmiche	178
9. Circuiti in corrente continua	182
10. Cariche su conduttori percorsi da corrente	192
11. Conduzione elettrica nei liquidi	196
12. Conduzione elettrica nei gas	199
13. Superconduttori	201
14. Cenno ad alcuni metodi di misura di correnti, differenze di potenziale e resistenze	201
15. Circuiti percorsi da corrente quasi-stazionaria	204
▶ Riepilogo del Capitolo 4	210
■ Esercizi del Capitolo 4	212

capitolo 5

Fenomeni magnetici stazionari nel vuoto	217
1. Forza di Lorentz e vettore induzione magnetica \vec{B}	218
2. Azioni meccaniche su circuiti percorsi da corrente stazionaria in un campo magnetico esterno	226
3. Campo \vec{B}_0 generato da correnti stazionarie nel vuoto	233
4. Proprietà del vettore induzione magnetica \vec{B}_0 nel caso stazionario	238
5. Potenziali magnetostatici	251
1. Potenziale scalare	251
2. Potenziale vettore	255
6. Interazioni fra circuiti percorsi da corrente stazionaria	261
7. Effetto Hall	262
8. Trasformazioni relativistiche del campo elettrostatico e del campo magnetostatico	264
▶ Riepilogo del Capitolo 5	271
■ Esercizi del Capitolo 5	273

Magnetismo nella materia	279
1. Considerazioni introduttive generali	279
2. Generalità sugli aspetti atomici del magnetismo	281
3. Polarizzazione magnetica e sue relazioni con le correnti microscopiche	285
4. Equazioni fondamentali della magnetostatica in presenza di materia e condizioni di raccordo per \vec{B} e \vec{H}	289
5. Proprietà macroscopiche dei materiali dia-, para- e ferromagnetici	297
1. Sostanze diamagnetiche	297
2. Sostanze paramagnetiche	298
3. Sostanze ferromagnetiche	299
6. Interpretazione microscopica dei fenomeni di magnetizzazione della materia	302
1. Relazione fra campo microscopico locale e campi macroscopici	303
2. Precessione di Larmor	305
3. Polarizzazione per orientamento e funzione di Langevin	307
4. Interpretazione microscopica del diamagnetismo	308
5. Interpretazione microscopica del paramagnetismo	309
6. Interpretazione microscopica del ferromagnetismo	310
7. Circuiti magnetici, elettromagneti e magneti permanenti	312
1. Circuiti magnetici. Definizioni e approssimazioni	312
2. Elettromagneti	318
3. Magneti permanenti	320
▶ Riepilogo del Capitolo 6	324
■ Esercizi del Capitolo 6	328

Campi elettrici e magnetici variabili nel tempo	331
1. Induzione elettromagnetica. La legge di Faraday-Neumann	332
2. Interpretazione fisica del fenomeno dell'induzione elettromagnetica	335
1. Flusso tagliato: configurazione del circuito che varia in un campo di induzione magnetica \vec{B} costante nel tempo	335
2. Variazione del flusso concatenato dovuta al moto delle sorgenti del campo \vec{B}	338
3. Variazione del flusso concatenato dovuta a variazione della corrente di alimentazione dei circuiti sorgente	339
3. Forma locale della legge di Faraday-Neumann ed espressione della terza equazione di Maxwell nel caso non-stazionario	340
4. Fenomeno dell'autoinduzione e coefficiente di autoinduzione	342
5. Induzione mutua	349
6. Analisi energetica di un circuito RL	352
7. Energia magnetica e azioni meccaniche	359
1. Richiamo a energia elettrica e azioni meccaniche	359
2. Energia magnetica nel caso di circuiti accoppiati	362
3. Energia magnetica e forze su circuiti	364
8. Elettrogeneratori e motori elettrici	371
9. La quarta equazione di Maxwell nel caso non-stazionario	373

capitolo **6**

capitolo **7**

10. Espressioni generali di tipo locale per l'energia magnetica	379
▶ Riepilogo del Capitolo 7	382
■ Esercizi del Capitolo 7	384

capitolo 8

Correnti alternate	391
1. Considerazioni introduttive	391
2. Generalità sulle equazioni differenziali lineari del secondo ordine	393
3. Grandezze alternate	397
4. Sviluppo in serie di Fourier delle grandezze periodiche	402
5. Il metodo simbolico	405
6. Il fenomeno della risonanza	411
7. Potenza assorbita dai circuiti in corrente alternata	413
8. Trasformatore statico	415
9. Strumenti di misura delle grandezze elettriche alternate	418
▶ Riepilogo del Capitolo 8	421
■ Esercizi del Capitolo 8	422

capitolo 9

Onde elettromagnetiche	425
1. Considerazioni introduttive	425
2. Alcuni approfondimenti relativi alle equazioni di Maxwell	427
3. Equazione delle onde elettromagnetiche	432
4. Onde elettromagnetiche piane	436
5. Onde sferiche	444
6. Onde elettromagnetiche nei dielettrici. Dipendenza dell'indice di rifrazione dalla frequenza dell'onda	445
7. Onde elettromagnetiche nei conduttori	450
8. Spettro delle onde elettromagnetiche	456
9. Conservazione dell'energia e vettore di Poynting	459
10. Quantità di moto di un'onda elettromagnetica. Pressione di radiazione	463
11. Densità di quantità di moto del campo elettromagnetico e tensore degli sforzi di Maxwell	466
12. Potenziali del campo elettromagnetico (potenziali elettrodinamici)	469
13. Covarianza relativistica dell'elettrodinamica	477
14. Trasformazioni di gauge	480
15. Radiazione emessa da un dipolo oscillante e da una carica in moto accelerato	481
16. Effetto Doppler	485
▶ Riepilogo del Capitolo 9	488
■ Esercizi del Capitolo 9	489

capitolo 10

Fenomeni classici di interazione fra radiazione e materia	491
1. Condizioni di raccordo per i campi al passaggio da un mezzo materiale a un altro	491
2. Riflessione e rifrazione delle onde elettromagnetiche	493
1. Caratteristiche dell'onda riflessa e dell'onda rifratta. Legge di Snell	494

2. Caratteristiche dinamiche della riflessione e della rifrazione. Relazioni di Fresnel	498
3. Dispersione della luce. Analisi spettrale e misura dell'indice di rifrazione	503
4. Riflessione su superfici metalliche lucide	507
5. Luce naturale e radiazione polarizzata	509
6. Velocità di gruppo	512
7. Principio di Huygens-Fresnel e teorema di Kirchhoff	518
8. Interferenza	520
9. Olografia	529
10. Diffrazione	531
1. Diffrazione di Fraunhofer da fenditura rettilinea singola	532
2. Diffrazione di Fraunhofer da un foro circolare	534
3. Interferenza e diffrazione da doppia fenditura	535
4. Reticolo di diffrazione	536
11. Guide di luce e fibre ottiche	539
12. Cavi coassiali	541
13. Guide d'onda	547
▶ Riepilogo del Capitolo 10	550
■ Esercizi del Capitolo 10	551

Ottica geometrica	555
1. Approssimazioni dell'ottica geometrica. Raggi luminosi	555
2. Definizioni generali	557
3. Riflessione: specchi	559
4. Rifrazione: diottra	563
5. Sistemi diottrici centrati	569
6. Lenti	573
1. Lente spessa	573
2. Lente sottile	574
7. Proprietà di alcuni dispositivi ottici	578
1. Proprietà energetiche delle immagini. Diaframmi	578
2. Cenni ad alcuni dispositivi ottici di uso comune	580
8. L'occhio umano	583
9. Ottica geometrica mediante l'uso del formalismo matriciale	585
▶ Riepilogo del Capitolo 11	591
■ Esercizi del Capitolo 11	592

Fotoni e materia	595
1. Teoria classica della radiazione di corpo nero	596
2. Legge di Planck per lo spettro di corpo nero	600
3. Effetto fotoelettrico	604
4. Effetto Compton	607
5. Creazione di coppie, Bremsstrahlung e sezione d'urto totale di interazione radiazione-materia	610
6. Atomo di Bohr	614
7. Dualismo particella-onda. Introduzione ai concetti della meccanica quantistica	619

capitolo **11**

capitolo **12**

1. Funzione d'onda	620
2. Principio di indeterminazione	622
3. Equazione di Schrödinger	623
8. Laser	625
9. Conduzione nei solidi	629
1. Elettroni negli atomi	629
2. Elettroni nei solidi	631
3. Semiconduttori	638

Appendice A Soluzioni degli esercizi	647
---	-----

Appendice B Formule utili di matematica	725
1. Trigonometria	725
2. Numeri complessi	726
3. Rappresentazione esponenziale	727
4. Serie	728
5. Relazioni vettoriali	728
6. Equazioni differenziali	730
1. Equazioni del primo ordine a quadratura immediata	730
2. Equazioni del primo ordine a variabili separabili	730
3. Equazioni lineari del primo ordine	731
4. Equazioni lineari omogenee del secondo ordine a coefficienti costanti	731
5. Equazioni del secondo ordine di tipo particolare	732

Indice analitico	735
------------------	-----

Elettrostatica nel vuoto

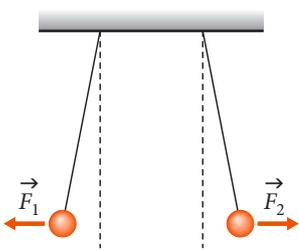
Campo elettrico e potenziale

I fenomeni elettromagnetici si presentano in natura con una straordinaria varietà e complessità di manifestazioni. Dalle prime osservazioni fenomenologiche riportate nelle cronache, opera del filosofo Talete, alla definitiva formalizzazione teorica ad opera di Maxwell-Faraday (e la successiva estensione relativistica da parte di Einstein, e quantistica da parte di Dirac) sono trascorsi circa 25 secoli. L'elettromagnetismo rappresenta, nel suo insieme, uno dei massimi raggiungimenti della mente umana: teoria di meravigliosa eleganza, caratterizzata da grande forza di sintesi e capacità di predizione. Nel presentarla in questo libro seguiremo come usuale l'approccio caratteristico del metodo scientifico, ripercorrendo in maniera euristica i passi storici e procedendo attraverso schematizzazioni: partiremo dalla situazione di massima semplicità (oggetti fermi e puntiformi nel vuoto) e introdurremo gradualmente le successive complicazioni (dimensioni finite, movimento, materia ecc.).

È da osservare fin d'ora che la descrizione dell'elettromagnetismo che verrà presentata è quella usualmente detta *classica*. Con ciò si vuole significare che essa precede storicamente le evoluzioni dell'inizio del Novecento riguardanti la meccanica quantistica e la teoria della relatività; evoluzioni cui dedicheremo in questo libro solo uno spazio marginale. È da tenere però presente che la teoria della relatività ristretta risulta, come vedremo, perfettamente compatibile con l'elettromagnetismo classico, laddove la meccanica quantistica comincia a imporre ad esso delle modifiche significative solo a distanze inferiori alle dimensioni atomiche.

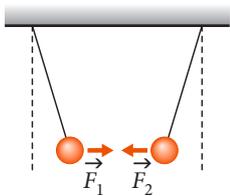
1.1. Azioni elettriche

Come abbiamo visto nei corsi di meccanica e termodinamica, la maggior parte delle forze che si manifestano nelle interazioni fra oggetti macroscopici è ricon-



**SOSTANZE UGUALI,
STROFinate, SI RESPINGONO**

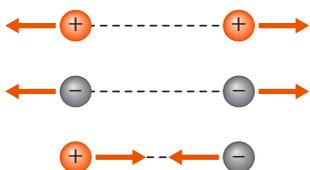
**SOSTANZE DIVERSE
STROFinate,
OPPORTUNAMENTE
ACCOPPIATE,
SI ATTRAGGONO**



CARICHE ELETTRICHE

CARICA POSITIVA

CARICA NEGATIVA



ducibile a forze di contatto (attrito, pressione, forze elastiche ecc.) o alla gravitazione (e in particolare alla forza peso), che costituisce l'unica azione a distanza che sia stata fin qui formalmente trattata.

Semplici osservazioni sperimentali, la cui prima registrazione risale al VI secolo a.C., mostrano che fra oggetti macroscopici opportunamente trattati (ad esempio mediante strofinio con un panno di lana) si esercita un'altra forma di azioni a distanza, dette *azioni elettriche*.

In estrema sintesi, l'essenza del fenomeno può essere riassunta come segue:

- due oggetti della *medesima sostanza* (plastica, vetro, ambra ecc.) dopo essere stati strofinati con un panno o con altro, se posti l'uno in vicinanza dell'altro *si respingono*;
- ponendo in vicinanza l'uno dell'altro, dopo averli strofinati, due oggetti di *sostanze diverse* (uno di plastica e uno di vetro; uno di plastica e uno d'ambra; ecc.), si riscontra ancora l'esistenza di forze di mutua interazione: tali forze possono essere però, a seconda dei casi, *repulsive o attrattive*. In particolari accoppiamenti (vetro e plastica; vetro e ambra ecc.) le forze mutue sono infatti attrattive.

Naturalmente, anche queste forze di natura elettrica soddisfano il terzo principio della dinamica (principio di azione e reazione): quando, in particolare, i due oggetti che interagiscono siano puntiformi, le forze che si scambiano costituiscono una coppia di braccio nullo.

Indagando sulle azioni elettriche fra oggetti costituiti da sostanze diverse, si conclude che, dopo "elettrizzazione per strofinio":

- se un corpo *A* e un corpo *B* sono separatamente attratti da un corpo *C*, allora *A* e *B* si respingono fra loro;
- se *A* è attratto da *C* e *B* è respinto da *C* (o viceversa), allora *A* e *B* si attraggono fra loro.

Tutta la semplice fenomenologia fin qui menzionata porta a concludere che in natura esistono due tipi diversi di "elettrizzazione", ovvero, come si usa dire, due tipi di *cariche elettriche*.

Convenzionalmente si dice che corpi come il *vetro*, per strofinio con lana, acquistano *carica elettrica positiva* (o vetrosa).

Corpi come l'*ambra*, o le materie plastiche o le resine, per strofinio acquistano *carica elettrica negativa* (o resinosa).

Con queste convenzioni sui segni delle cariche elettriche, gli aspetti qualitativi della fenomenologia di mutua interazione possono essere riassunti dicendo che:

- cariche elettriche dello stesso segno si respingono;
- cariche elettriche di segno opposto si attraggono.

Prima di procedere nello studio dei fenomeni elettrici conviene anticipare, sia pure in termini elementari, alcuni fondamentali conoscitivi sulla struttura microscopica della materia; elementi che, del resto, sono già familiari allo studente.

La materia esistente nel mondo che ci circonda (corpi animati o inanimati; enormi come le galassie o microscopici come le cellule degli esseri viventi, o le molecole e gli atomi) è formata a partire da tre soli costituenti fondamentali, che

dove ϵ_0 (detta *costante dielettrica del vuoto*) assume il valore:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

Esempi

E.1.1. Valutare e confrontare la forza gravitazionale F_G e la forza elettrostatica F_E che elettrone e protone si scambiano in un atomo di idrogeno, sapendo che la loro carica elettrica è $e \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e che il raggio dell'orbita è $r_0 \approx 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Si ha:

$$F_G = \frac{G m_p m_e}{r_0^2}$$

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e \cdot e}{r_0^2}$$

Sostituendo i valori numerici, e ricordando che $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$, si ha:

$$F_G = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{(1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) \cdot (9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})}{(0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2} = 4 \cdot 10^{-47} \text{ N}$$

$$F_E = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{(0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2} = 9 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Si ha dunque:

$$\frac{F_E}{F_G} \approx 2,2 \cdot 10^{39}$$

Come si vede, la forza gravitazionale, pur esercitandosi anche fra particelle subatomiche cariche, gioca un ruolo del tutto trascurabile rispetto alla forza elettrostatica.

E.1.2. Immaginiamo che un grammo di idrogeno venga completamente ionizzato e il gas di protoni così ottenuto venga disposto in un contenitore. Analogamente, il gas di elettroni viene disposto in un altro contenitore. Se questi due contenitori vengono posti alla distanza di 10 metri, con che forza si attraggono?

Un grammo di idrogeno contiene un numero di atomi (e dunque di protoni) pari al numero di Avogadro $N \approx 6 \cdot 10^{23}$. La carica Q contenuta nel contenitore di protoni è dunque:

$$Q = N \cdot e = 6 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 10^5 \text{ C}$$

e la stessa carica (negativa) si trova nel contenitore di elettroni. La forza di mutua attrazione è dunque:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^{10} \text{ C}^2}{100 \text{ m}^2} \approx 10^{18} \text{ N}$$

Come si vede, si tratta di una forza assai intensa, pari al peso di una massa di centomila miliardi di tonnellate. L'esperimento immaginato in questo esempio non è

**COSTANTE DIELETTRICA
DEL VUOTO**

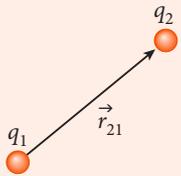
**CONFRONTO FRA FORZA
ELETTROSTATICA E FORZA
GRAVITAZIONALE**

**CARICA DELL'ELETTRONE:
 $e^- = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$**

**ORDINI DI GRANDEZZA DELLE
FORZE ELETTROSTATICHE**

Riepilogo del Capitolo 1

► Legge di Coulomb



$$\vec{E}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \left(\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} \right) \quad [I.2]$$

(per cariche puntiformi)

► Costante dielettrica del vuoto

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

► Principio di conservazione della carica elettrica

In un sistema isolato la somma algebrica delle cariche elettriche è costante nel tempo

► Quantizzazione della carica

Ogni carica di un dato segno si può considerare come il prodotto di un numero intero positivo o negativo per una costante che rappresenta il modulo della carica dell'elettrone $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

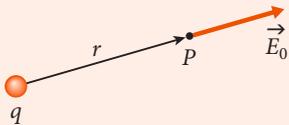
► Campo elettrico

$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{Volt}}{\text{m}} \right] \quad [I.5]$$

► Principio di sovrapposizione

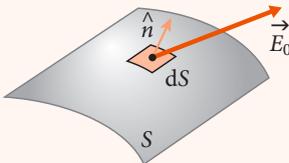
In un punto P dello spazio il campo elettrico prodotto da più cariche puntiformi è pari alla somma vettoriale dei campi elettrici generati in P separatamente dalle singole cariche considerate

► Campo elettrico generato da carica puntiforme



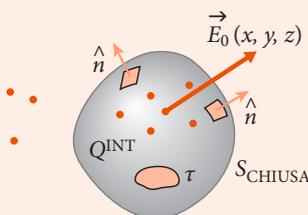
$$\vec{E}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \quad [I.4]$$

► Flusso di un vettore



$$\Phi_S(\vec{E}) \equiv \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad [I.21]$$

► Teorema di Gauss



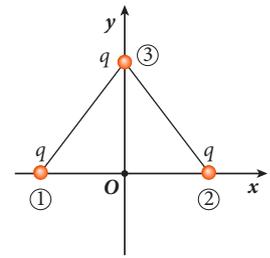
$$\Phi_S(\vec{E}_0) = \int_S \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{TOT}}^{\text{INT}}}{\epsilon_0} \quad [I.22]$$

$$\Phi_S(\vec{E}_0) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{\tau} \rho d\tau$$

■ Esercizi del Capitolo 1

- 1.1.** Tre cariche puntiformi positive uguali sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero di lato $d = 10$ cm. Sia $q = 1,0 \mu\text{C}$ il valore di ognuna delle cariche. Calcolare la forza elettrostatica F cui è sottoposta ciascuna di esse. Se una di esse viene lasciata libera di muoversi, si allontana per azione delle forze repulsive esercitate dalle altre; quando essa è arrivata molto lontana, che energia cinetica K ha acquisito?

(Risposte: $F = 1,55 \text{ N}$; $K = 0,18 \text{ J}$)

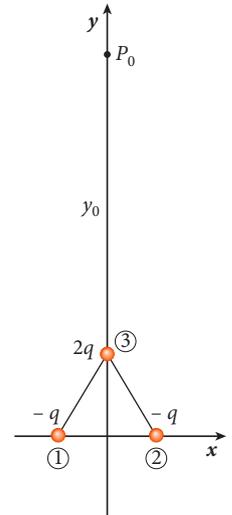


- 1.2.** Tre cariche puntiformi sono disposte nella stessa configurazione geometrica dell'esercizio 1.1; tuttavia ora le cariche (1) e (2) sono negative e valgono $-q$, mentre la carica (3) è positiva e vale $2q$ ($q = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$). Calcolare il momento di dipolo \vec{p} del sistema. Calcolare inoltre il potenziale elettrico V_0 nel punto P_0 di coordinate $x_0 = 0, y_0 = 40$ cm, e valutare con quale precisione tale potenziale viene calcolato se si ricorre alla approssimazione di dipolo.

(Risposte: $\vec{p} = \hat{j} \cdot 1,73 \cdot 10^{-7} \text{ C m}$; $V_0 = 12,7 \cdot 10^3 \text{ J/C}$; precisione $\approx 4\%$)

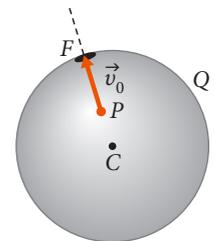
- 1.3.** Consideriamo ancora il sistema di cui all'esercizio 1.2 e supponiamo che esso si comporti come un sistema rigido. Lungo l'asse y , nella posizione $y = y_0 = 1,0$ m, viene posta una carica positiva puntiforme $Q = 10 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Calcolare la sollecitazione meccanica cui è sottoposto il sistema. Utilizzare l'approssimazione di dipolo.

(Risposte: $\vec{F} = -\hat{j} \cdot 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$; $\vec{M} = 0$)



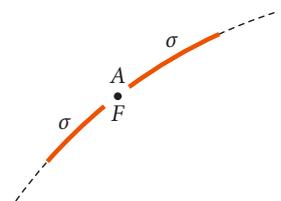
- 1.4.** Una superficie sferica cava è disposta nel vuoto e su di essa è distribuita uniformemente una carica positiva Q , con densità superficiale σ . Nella sfera è praticato un piccolo foro F , attraverso il quale viene lanciata radialmente, dall'interno verso l'esterno, una pallina puntiforme P di massa m , dotata di carica negativa $-q$. Con quale velocità iniziale minima v_0 deve essere lanciata affinché essa possa allontanarsi indefinitamente sfuggendo all'attrazione della sfera? ($Q = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$; $\sigma = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$; $m = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$; $q = Q$.)

(Risposta: $v_0 \geq 5,34 \text{ m/s}$)

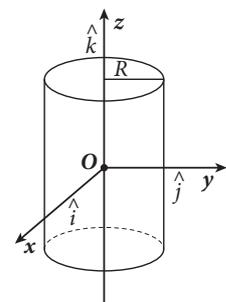


- 1.5.** Un'approssimazione adeguata alla soluzione dell'esercizio 1.4. è quella consistente nel trascurare la perturbazione che il piccolo foro F porta al potenziale e al campo elettrico presente internamente ed esternamente alla sfera. Tuttavia, se si calcola il campo elettrico \vec{E}_0 nel punto A situato al centro del foro F immediatamente all'esterno di esso, si trova una differenza notevole fra il caso in cui il foro sia effettivamente presente e il caso in cui anche nella regione di F prosegua la distribuzione omogenea di carica. Calcolare tale differenza ΔE e discutere perché, a dispetto di essa, l'approssimazione succitata sia adeguata alla soluzione dell'esercizio 1.4.

(Risposta: $\Delta E_0 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$)

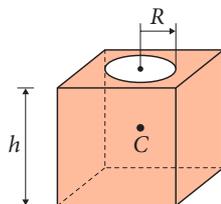


- 1.6.** Una distribuzione continua di carica occupa il volume di una regione di spazio cilindrica (raggio di base R ; altezza $h = 4R$) con centro nell'origine e asse



infinitesima indicata in figura (rettangolo di lati dx , dy disposto su un piano perpendicolare all'asse z). Confrontare il risultato ottenuto con il flusso del vettore $\text{rot } \vec{v}$ attraverso la superficie rettangolare considerata.

(Risposta: $\oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = [\text{rot } \vec{v}]_z dx dy$)

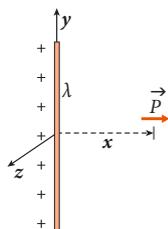


- 1.21.** Una carica positiva è distribuita con densità superficiale uniforme σ su una superficie cubica di lato h alla quale manca, su una faccia, un cerchio di raggio R disposto al centro della faccia stessa. Ricavare l'espressione (modulo, direzione e verso) del campo elettrico al centro C del cubo.

(Risposta: $E(C) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + 4R^2}} \right)$, diretto verso l'alto)

- 1.22.** Indicando con r la distanza da una retta aa' nello spazio, si ha, nel vuoto, una distribuzione spaziale di carica elettrica la cui densità di volume può essere descritta dalla relazione $\rho(r) = \rho_0 \exp(-r^2/b^2)$. Calcolare il valore del campo elettrico a distanza $r = b$ dall'asse aa' , essendo $b = 2$ mm e $\rho_0 = 0,1$ $\mu\text{C}/\text{m}^3$.

(Risposta: $E(r = b) = 7,1$ V/m)



- 1.23.** Un filo rettilineo molto lungo è posto nel vuoto ed è carico con densità lineare di carica uniforme $\lambda = 10^{-8}$ C/m. A distanza $x = 1$ cm dal filo è posto un dipolo elettrico di piccole dimensioni e momento di dipolo $p = 10^{-13}$ Cm orientato radialmente rispetto al filo (vedi figura). Calcolare la forza agente sul dipolo.

(Risposta: $F = 1,8 \cdot 10^{-7}$ N, attrattiva)

■ Suggerimenti per gli esercizi del Capitolo 1

- 1.1.** Il principio di sovrapposizione consente di calcolare con facilità il campo elettrico e il potenziale che due delle cariche generano nella posizione occupata dalla terza; si ricava così la forza subita da quest'ultima e la sua energia potenziale. L'energia cinetica all'infinito segue dal principio di conservazione dell'energia.

- 1.2.** Calcolato il momento di dipolo del sistema di cariche, il potenziale generato in un punto può essere calcolato sia nell'approssimazione di dipolo, che direttamente usando il principio di sovrapposizione. Dal confronto si valuta la precisione del metodo approssimato.

- 1.3.** Si tratta di calcolare, nel caso in esame, le [I.62].

- 1.4.** Dati Q e σ , si ricava il raggio R ; e quindi il potenziale $V_0(r)$ sulla sfera (nonché internamente ad essa). Si applica poi il principio di conservazione dell'energia al moto della pallina.

- 1.5.** In assenza di foro, il campo elettrico esternamente e internamente a F può essere calcolato usando la legge di Gauss. In presenza di foro, si può ancora

Soluzioni degli esercizi

■ Capitolo 1

- 1.1.** Si trova facilmente che il campo elettrico risultante generato dalle cariche 1 e 2 nella posizione occupata dalla carica 3 è diretto secondo l'asse y , e vale in modulo:

$$E_0 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{\text{sen}\theta}{d^2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{3}}{2d^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{3}}{d^2}$$

Analogamente il potenziale vale:

$$V_0 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{d}$$

La forza F subita dalla carica 3 (così come, per simmetria, quella subita dalle altre due) vale dunque:

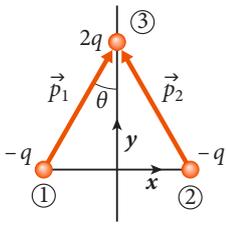
$$F = qE_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2\sqrt{3}}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{(10^{-6} \text{C})^2 \cdot 1,73}{(0,1 \text{ m})^2} = 1,55 \text{ N}$$

L'energia potenziale vale:

$$U_0 = qV_0 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d} = 0,18 \text{ J}$$

Poiché l'energia totale si conserva, all'infinito (dove $U = 0$) si ha $K = U_0$.

- 1.2.** Il sistema può essere scomposto nei due dipoli \vec{p}_1 e \vec{p}_2 , entrambi di modulo qd e orientati così come mostrato: il loro risultante è orientato come l'asse y e vale



$$\vec{p} = \hat{j} \cdot 2p_1 \cos\theta = \hat{j} q d \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \hat{j} 1,73 \cdot 10^{-7} \text{ C} \cdot \text{m}$$

dove \hat{j} è il versore dell'asse y .

Nell'approssimazione di dipolo, il potenziale in P_0 vale:

$$\begin{aligned} V_{0D} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^2} = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{\left(y_0 - \frac{d\sqrt{3}}{2}\right)^2} \approx 12,2 \cdot 10^3 \text{ Volt} \end{aligned}$$

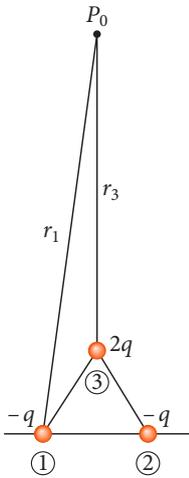
Abbiamo tenuto conto del fatto che \vec{p} ed \vec{r} sono fra di loro paralleli, mentre il modulo r della distanza fra P_0 e il centro del dipolo può essere posto approssimativamente pari a $r \approx y_0 - \frac{d}{2} \cos\theta$. Calcolato con il principio di sovrapposizione, il potenziale risulta invece:

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2q}{r_3} - \frac{2q}{r_1} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 2q \frac{r_1 - r_3}{r_1 r_3}$$

Da semplici considerazioni geometriche, segue:

$$r_1 = \left[y_0^2 + \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right]^{1/2} \approx 40,3 \text{ cm}; \quad r_3 = y_0 - \frac{d\sqrt{3}}{2} \approx 31,4 \text{ cm}$$

Sostituendo, si ottiene $V_0 \approx 12,7 \cdot 10^3 \text{ J/C}$. Per confronto con il calcolo nell'approssimazione di dipolo, vediamo che quest'ultima fornisce il potenziale entro una precisione di circa il 4%.



1.3. Si tratta di calcolare le sollecitazioni meccaniche subite da un dipolo elettrico immerso in un campo elettrico esterno, usando le [I.62].

Il campo elettrico esterno \vec{E} vale:

$$\vec{E} = -\hat{j} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2}$$

dove \hat{j} è il versore dell'asse y . Si ha dunque:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \text{grad}(\vec{E} \cdot \vec{p}) = \hat{j} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{y^2} \right)_{-\vec{y}} = -\hat{j} \frac{qp}{4\pi\epsilon_0 y^3} = \\ &= -\hat{j} 10^{-5} \text{ C} \cdot 1,73 \cdot 10^{-7} \text{ C} \cdot \text{m} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{1}{(0,96 \text{ m})^3} = \\ &= -\hat{j} 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ N} \end{aligned}$$

Nel calcolo, abbiamo tenuto conto che l'unico termine che compare nel prodotto scalare $\vec{E} \cdot \vec{p}$ è $(E_y \cdot p_y)$ e che l'unica derivata di E_y diversa da zero è quella rispetto a y . Il calcolo del gradiente va eseguito per $y = -\vec{y}$, cioè nella posizione occupata dal dipolo rispetto alla carica che genera il campo. Si tratta di una forza diretta nel verso negativo dell'asse y , cioè repulsiva. Il momento \vec{M} è per sua parte dato da:

$$|\vec{M}| = |\vec{p} \times \vec{E}| = 0$$

Formule utili di matematica

B.1. Trigonometria

$$y = R \operatorname{sen} \theta$$

$$\operatorname{cotg} \theta = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta}$$

$$x = R \operatorname{cos} \theta$$

$$\operatorname{sec} \theta = \frac{1}{\operatorname{cos} \theta}$$

$$Y = R \operatorname{tg} \theta$$

$$y = x \operatorname{tg} \theta$$

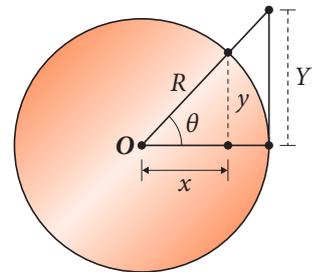
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{cos} \theta}$$

$$\operatorname{csc} \theta = \frac{1}{\operatorname{sen} \theta}$$

$$\operatorname{sen}^2 \theta + \operatorname{cos}^2 \theta = 1 \quad \operatorname{sen} \theta = (1 - \operatorname{cos}^2 \theta)^{1/2}$$

$$\operatorname{sen}(-\theta) = -\operatorname{sen} \theta \quad \operatorname{cos}(-\theta) = \operatorname{cos} \theta$$

$$\operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cos} \beta \pm \operatorname{sen} \beta \operatorname{cos} \alpha \quad \rightarrow \quad \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \operatorname{cos} \theta$$



$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta \quad \rightarrow \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right)$$

$$\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

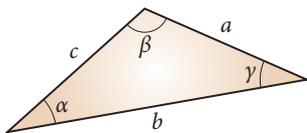
$$\cos^2\alpha - \cos^2\beta = \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\beta - \alpha)$$

$$\sin(2\theta) = 2\sin\theta \cos\theta$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{tg}(2\theta) = \frac{2\operatorname{tg}\theta}{1 - \operatorname{tg}^2\theta}$$



Per un triangolo qualsiasi valgono le relazioni:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c} \quad (\text{legge dei seni})$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \quad (\text{relazione di Carnot})$$

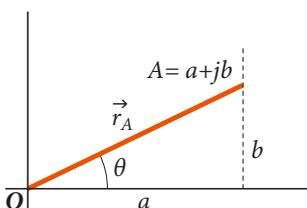
B.2. Numeri complessi

$$A = a + jb \quad j = \sqrt{-1}$$

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{a + jb} = \frac{a - jb}{a^2 - b^2} \quad \left(\frac{1}{A} \cdot A = 1\right)$$

$$|A| = |a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (\text{modulo})$$

$$A^* = a - jb \quad (\text{complesso coniugato})$$



RAPPRESENTAZIONE POLARE

FISICA ELETTROMAGNETISMO E OTTICA

con esempi ed esercizi

Risorse on line

- Esercizi con soluzione assistita

Per l'accesso registrarsi e abilitare la risorsa su <https://my.zanichelli.it>

Maggiori informazioni nella seconda di copertina

FISICA. ELETTROMAGNETISMO E OTTICA con esempi ed esercizi è

indirizzato agli studenti dei Corsi di Studio di Ingegneria e di quelli scientifici in cui la Fisica sia una disciplina caratterizzante: per esempio i CdS di Fisica e Matematica, poiché gli argomenti del libro coprono il programma di Fisica impartito al primo anno in questi Corsi.

Una delle caratteristiche che lo differenziano da altri testi è, per quanto possibile, l'autosufficienza dal punto di vista matematico: sono state introdotte le necessarie nozioni di Matematica (completate dal prontuario di formule riportate in Appendice) via via che servono. La loro differenziazione grafica permette allo studente che non ne senta la necessità di saltarle agevolmente.

Quanto agli argomenti di Fisica, questi sono organizzati in modo che lo studente acquisisca non solo le necessarie nozioni, ma anche e soprattutto quella base metodologica che è l'indispensabile bagaglio culturale per un professionista delle discipline tecnico-scientifiche.

Per raggiungere questo obiettivo, oltre a studiare la parte teorica è necessario svolgere i numerosi esempi ed esercizi che sono un'altra delle caratteristiche del libro: esercizi guidati, con suggerimenti e soluzioni, riportate nell'Appendice A.

Un'altra ricca raccolta di esercizi, con suggerimenti per lo svolgimento, è presente sul sito web del libro.

MENCUCCHINI*FISICA ELETTROM (CEAKQ

