7.6

La corrente iniziale è evidentemente nulla. Con l'interruttore chiuso la costante di tempo è τ = L/R = 1/200 s. Il valore finale è $i(\infty)$ = 20/100 = 0,2 A. Con l'espressione (7.13b) a pag. 235 del libro si ottiene

$$i(t) = (0 - 0{,}2)e^{-200t} + 0{,}2 = 0{,}2(1 - e^{-200t})\ \mathrm{A}$$

La corrente vale metà del valore finale quando $0{,}2(1 - e^{-200t}) = 0{,}1$; risolvendo l'equazione si ottiene $t = \dfrac{\ln(2)}{200} \cong 3{,}46\,\mathrm{ms}$.

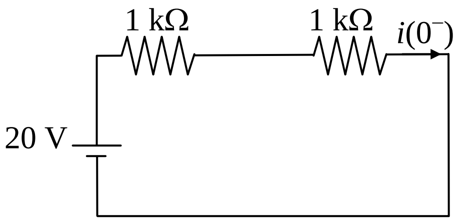
7.7

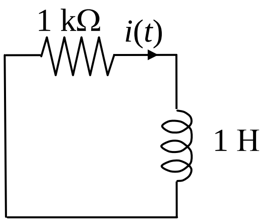
La corrente iniziale si ricava dal circuito sotto a sinistra:

$$i(0^-) = \frac{20}{2} = 10\ \mathrm{mA}$$

Il circuito per t>0 è mostrato sotto a destra. La costante di tempo è τ = L/R = 1 ms. Con l'espressione (7.7b) a pag. 231 del libro si ottiene

$$i(t) = 10\ e^{-1000\ t}\ \mathrm{mA}$$





7.8

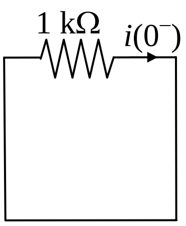
La corrente iniziale si ricava dal circuito sotto a sinistra: $i(0^-) = 0$.

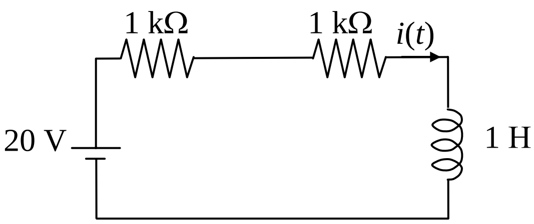
Il circuito per t>0 è mostrato sotto a destra. La costante di tempo è τ = L/R = 0,5 ms. Il valore finale $i(\infty)$ si ottiene considerando l'induttore come un c.c.:

$$i(\infty) = \frac{20}{2} = 10\ \mathrm{mA}$$

Con l'espressione (7.14) del libro si ottiene

$$i(t) = -10\ e^{-2000t} + 10\ \mathrm{mA}$$





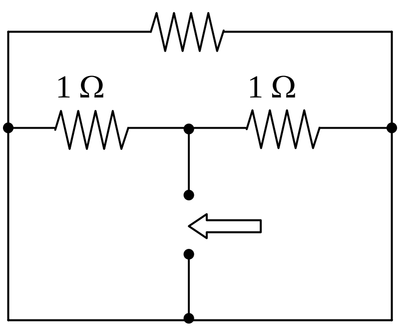
7.9

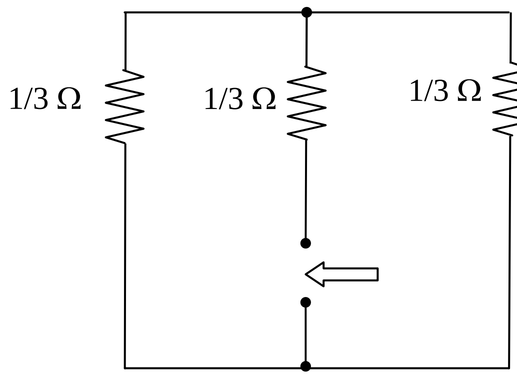
Quando l'interruttore è in posizione 1 da molto tempo la corrente dell'induttore è 5 mA, quindi l'energia è (formula (6.15) del libro): w = ½ Li^2 = 12,5 nJ. Assumiamo per comodità t_0 = 0. Per t>0 la corrente si ricava con l'espressione (7.7b) del libro: $i(t) = 5\ e^{-3\times10^6 t}$ mA. L'energia dissipata è

$$w_d = \int_0^\infty Ri^2 dt = \int_0^\infty 75\times10^{-3} e^{-6\times10^6 t} dt = \frac{75\times10^{-3}}{6\times10^6} = 12{,}5 \text{ nJ}$$

7.11

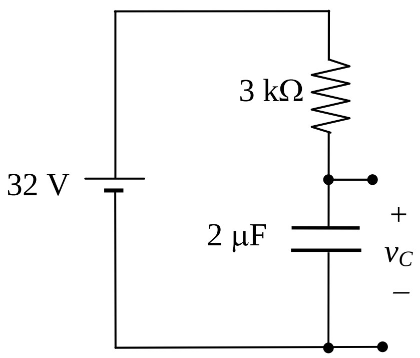
La resistenza equivalente vista dal condensatore si ottiene con la trasformazione triangolo-stella, come illustrato nelle figure seguenti. Perciò $R_{eq} = \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3} // \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 0{,}5\ \Omega \Rightarrow \tau$ = RC = 0,5 s.

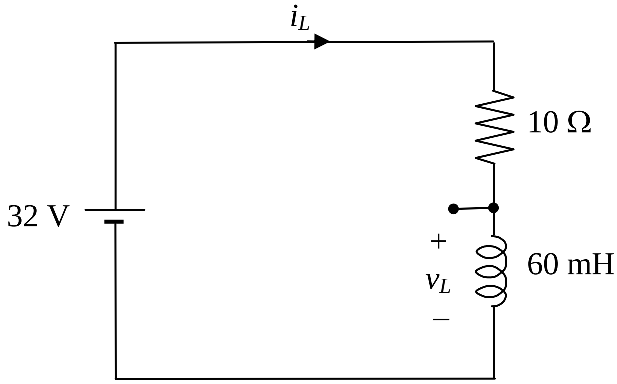




7.12

Per il principio di sostituzione, possiamo considerare due circuiti del primo ordine che evolvono separatamente per t >0 (figure sotto). La costante di tempo è la stessa per entrambi: $\tau = R_1C = L/R_2$= 6 ms. La tensione v è la differenza delle tensioni v_C e v_L.





Circuito RC.

Per $t\rightarrow\infty$ il condensatore diventa un c.a. quindi il valore finale di v_C è 32 V. Utilizzando l'espressione (7.14) del libro, abbiamo

$$v_C(t) = (0-32)e^{-t/\tau} + 32 \ \text{ V}$$

Circuito RL.
Per $t \to \infty$ l'induttore diventa un diventa un c.c. quindi il valore finale di i_L è 3,2 V. Utilizzando l'espressione (7.14) del libro, abbiamo

$$i_L(t) = (0 - 3{,}2)e^{-t/\tau} + 3{,}2 \ \text{A}$$

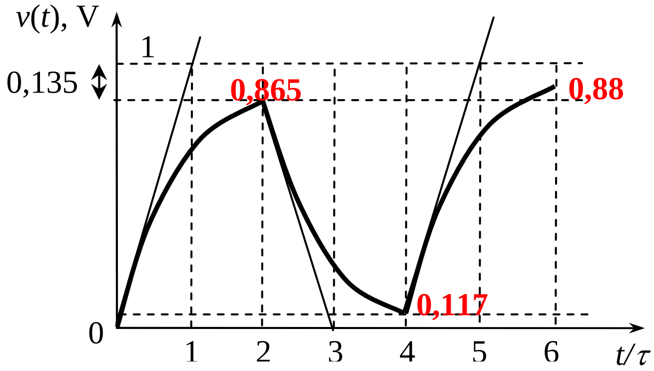
La tensione v_L si può ottenere dalla relazione caratteristica dell'induttore:

$$v_L(t) = L\frac{di_L}{dt} = 60 \times 10^{-3} \times \frac{3{,}2}{6 \times 10^{-3}} e^{-t/\tau} = 32e^{-t/\tau} \ \text{V}$$

La tensione v si annulla quando $v_C = v_L$ ovvero:

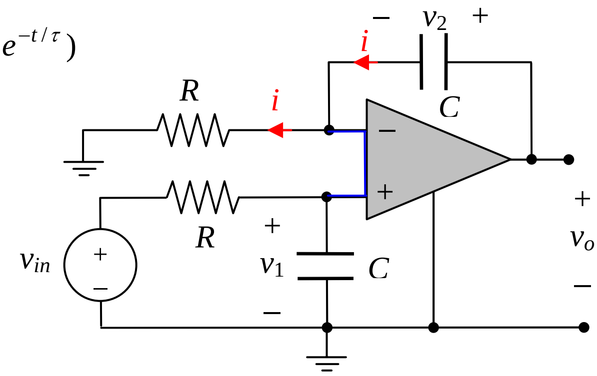
$$32(1 - e^{-t/\tau}) = 32e^{-t/\tau} \qquad \Rightarrow \qquad t = \tau \ln 2 \cong 4{,}16 \text{ ms.}$$

7.13
La costante di tempo è 1 ms, sia nella fase di carica sia durante la scarica. Tra 0 e 2 ms l'interruttore è in posizione 1 e il condensatore si carica con valore iniziale nullo e valore finale 1 V. Dopo due costanti di tempo la differenza dal valore finale si è ridotta del fattore 0,135, quindi 1- v(2 ms) = 0,135 V$\Rightarrow$ v(2 ms) = 0,865 V. Tra 2 ms e 4 ms il condensatore si scarica a partire da 0,865 V quindi, dopo due costanti di tempo, il valore è v(4 ms) = 0,135 v(2 ms) = 0,117 V. Tra 4 ms e 6 ms il condensatore si carica di nuovo; 1-v(6 ms) = 0,135(1- 0,117) = 0,12 V $\Rightarrow$ v(6 ms) = 0,88 V. Il grafico è riportato sotto.



7.14
Con riferimento alla figura seguente, il condensatore in basso costituisce, con il resistore, un circuito RC con un generatore di tensione costante v_{in}. Indicando con τ il prodotto RC, la tensione v_1 è

$$v_1(t) = v_{in}(1 - e^{-t/\tau})$$



Per il c.c. circuito virtuale, la corrente i vale v_1/R. Perciò, per la tensione v_2 possiamo scrivere

$$v_2(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(x)dx = \frac{1}{\tau}\int_0^t v_1(x)dx = \frac{v_{in}}{\tau}t + v_{in}(e^{-t/\tau} - 1)$$

La tensione di uscita è:

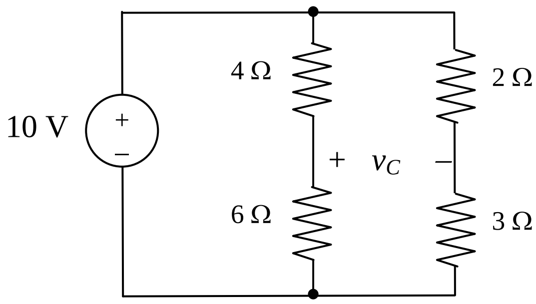
$$v_o(t) = v_2(t) + v_1(t) = \frac{v_{in}}{\tau}t = \frac{1}{\tau}\int_0^t v_{in}dx$$

7.15

Per $t = 0^-$ l'interruttore è chiuso e il condensatore è un c.a. La tensione v_C è uguale alla corrente di 1 mA per la resistenza equivalente 2k//6k = 1,5 kΩ, ovvero $v_C(0^-)$ = 1,5 V. Per t>0 la costante di tempo è τ = RC = 2kΩ×1μF = 2 ms = 1/500 s. Il valore finale di v_C è nullo perché il generatore non ha effetto sulla tensione del condensatore per t>0. Quindi $v_C(t) = (1{,}5 - 0)e^{-500t} + 0 = 1{,}5e^{-500t}$ V.

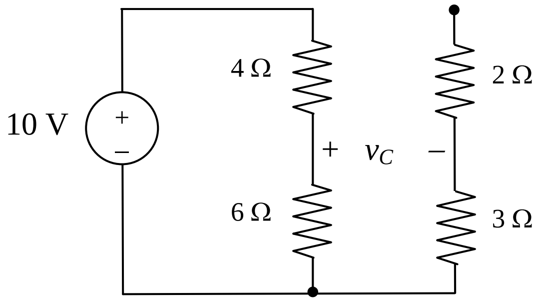
7.16

(1) Il circuito in $t = 0^-$ è mostrato nella figura seguente. La tensione $v_C(0^-)$ è nulla poiché il ponte è in equilibrio (4×3 = 2×6).



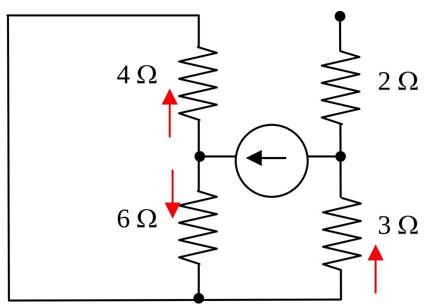
(2) Il circuito per t→∞ è mostrato nella figura seguente. I resistori in serie di 2 Ω e 3 Ω non sono percorsi da corrente, perciò la tensione v_C coincide con la tensione sul resistore da 6 Ω che vale

$$v_C(\infty) = 10\frac{6}{10} = 6 \text{ V}$$



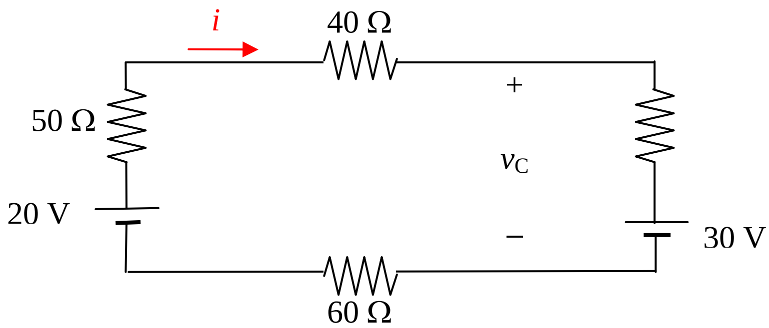
(3) La resistenza equivalente si ricava dallo schema seguente: R_{eq} = 4//6+3 = 5,4 Ω. La costante di tempo è τ = $R_{eq}C$ = 54 μs. Infine

$$v_C(t) = (0 - 6)e^{-t/\tau} + 6 \text{ V}$$



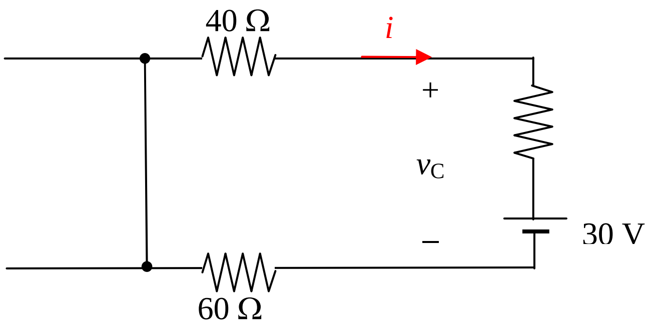
7.17

(1) Il circuito in $t = 0^-$ è mostrato nella figura seguente.



La corrente è $i = \dfrac{20-30}{200} = -0{,}05$ A. La tensione richiesta è $v_C(0^-) = 50i + 30 = 27{,}5\,\text{V}$.

(2) Il circuito per $t \to \infty$ è mostrato di seguito.



La corrente è $i = \dfrac{-30}{150} = -0{,}2$ A. La tensione richiesta è $v_C(0^-) = 50i + 30 = 20$ V.

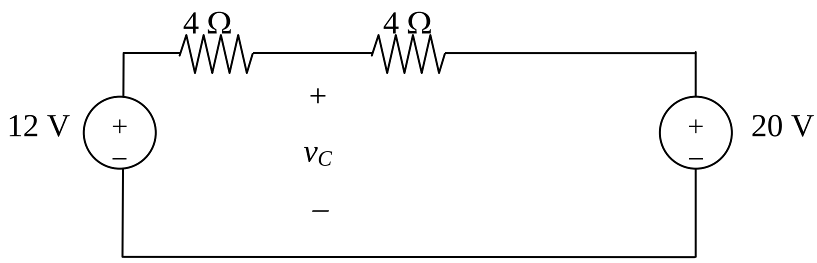
(3) La resistenza equivalente vista dal condensatore è R = 50//100 = 100/3 Ω. La costante di tempo è $\tau = RC = \dfrac{100}{3} 30 \times 10^{-9} = 10^{-6}\,\text{s}$ = 1 μs.

Infine $v_C(t) = 7{,}5e^{-t/\tau} + 20\,\text{V}$.

7.18

Conviene ricavare la tensione $v_C(t)$ e poi da questa la corrente i. Il circuito in $t = 0^-$ è mostrato nella figura seguente. La tensione $v_C(0^-)$ si ottiene con il teorema di Millman:

$$v_C(0^-) = \frac{\frac{12}{4} + \frac{20}{4}}{\frac{2}{4}} = 16\text{ V}$$



Per $t > 0$ si ha un semplice circuito RC con un generatore costante perciò:

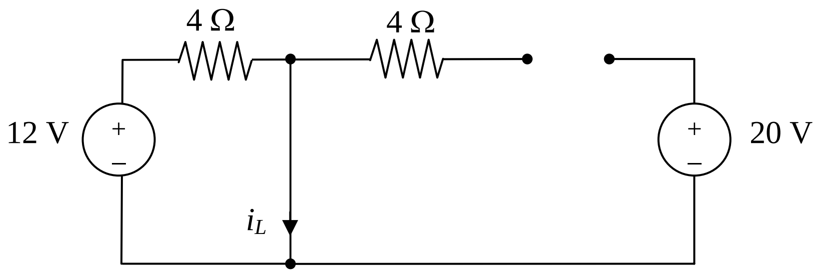
$$v_C(t) = (16 - 12)e^{-t/\tau} + 12$$

dove τ =RC = ½ s.

La corrente è $i(t) = C\dfrac{dv_C}{dt} = \dfrac{1}{8}4 \times (-2e^{-2t}) = -e^{-2t}$ A.

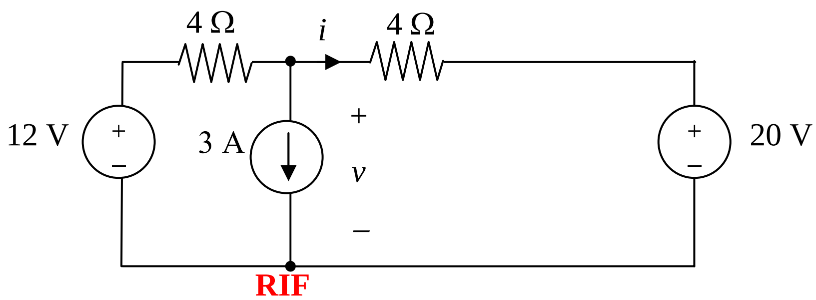
7.19

(1) La corrente richiesta non è continua in t=0 perciò conviene ricavare la corrente $i_L(0^-)$.



$i_L(0^-) = 3$ A

(2) Per la continuità della corrente i_L, in $t = 0^+$ abbiamo il circuito seguente.

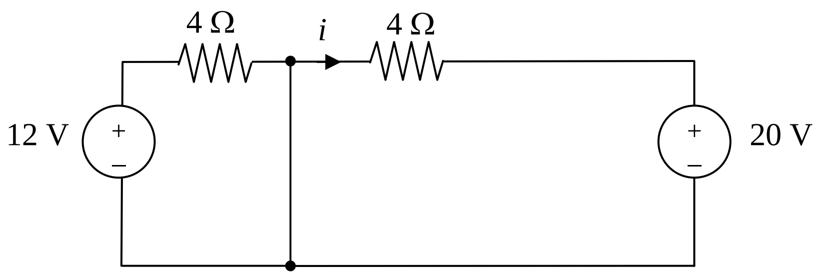


Analisi nodale:

$$\frac{v-12}{4} + \frac{v-20}{4} + 3 = 0 \qquad \Rightarrow \quad v = 10 \text{ V}$$

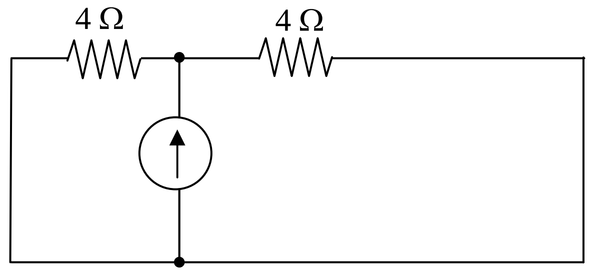
$$i(0^+) = \frac{v-20}{4} = -2{,}5 \text{ A}$$

(3) $t \to \infty$



$i(\infty)$ = -20/4 = - 5 A

(4) R_{eq} = 2 Ω ⇒ τ = 1 secondo

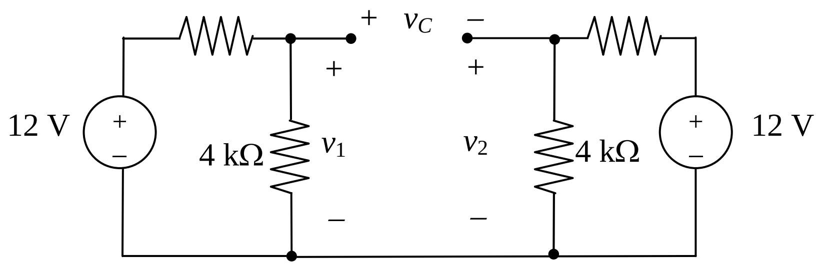


Soluzione: $i(t) = (-2{,}5 + 5)e^{-t} - 5\ \text{A}$

7.20

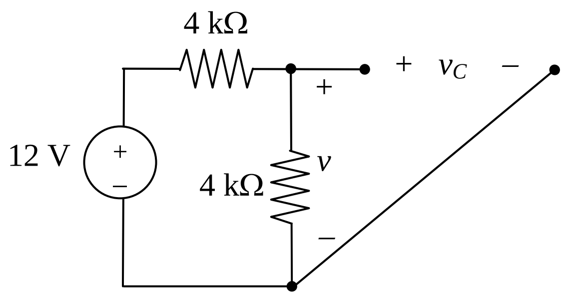
Per $t > 0$ la tensione v coincide con la tensione del condensatore. Quindi è sufficiente ricavare la $v_C(t)$.

(1) $t = 0^-$



$$v_C(0^-) = v_1 - v_2 = 12\frac{4}{8} - 12\frac{4}{16} = 3\,\text{V}$$

(2) $t \to \infty$



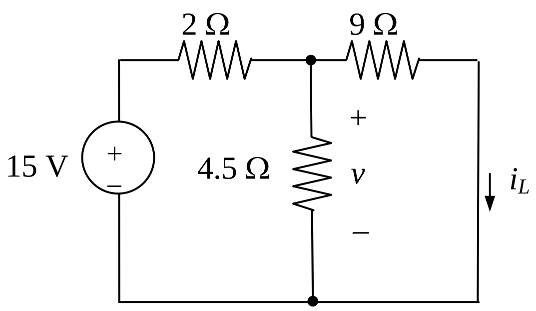
$$v_C(\infty) = 6\,\text{V}$$

(3) τ = 2 ms = 1/500 s

Soluzione: $v(t) = v_C(t) = (3-6)e^{-500t} + 6\ \text{V}$

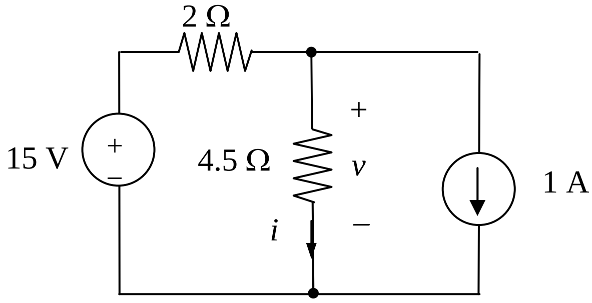
7.21

(1) $t = 0^-$



Con il teorema di Millman: $v = \dfrac{15 \times 0.5}{1/2 + 2/9 + 1/9} = 9\,\text{V}$, quindi $i_L(0^-)$ =9/9 = 1 A.

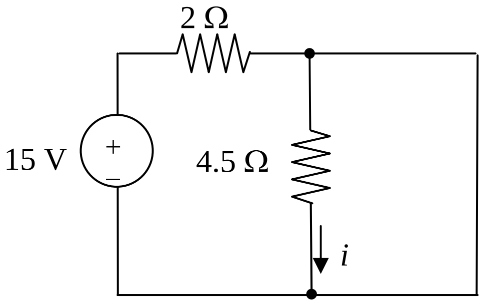
(2) $t = 0^+$

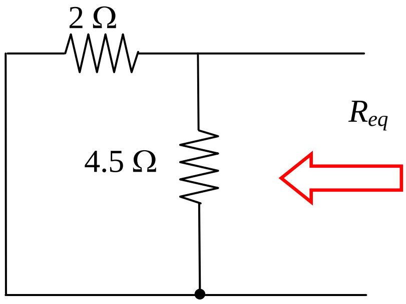


Analisi nodale:

$$\frac{v-15}{2} + \frac{v}{4{,}5} + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad v = 9\text{ V} \Rightarrow i(0^+) = 2\text{ A}$$

(3) $t \to \infty$





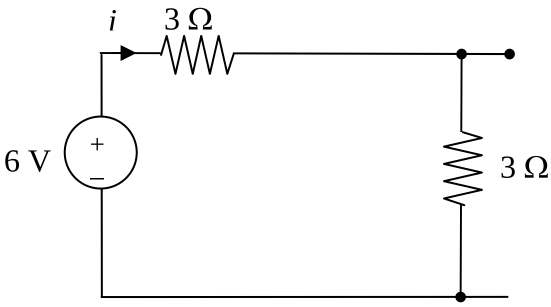
$i\,(\infty) = 0$ perché il resistore è cortocircuitato.

(4) R_{eq} = 4.5//2 = 9/6.5 Ω $\quad\Rightarrow\quad$ $\tau = L/\,R_{eq}$ =2×6.5/9 =13/9 s

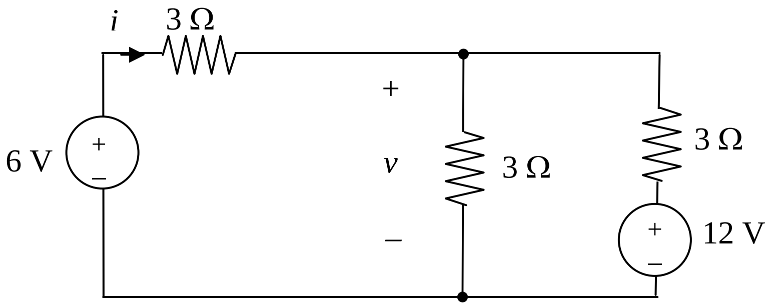
Infine $\quad i(t) = 2e^{-9t/13}\,\text{A}$

7.22

I due induttori in parallelo equivalgono ad un solo induttore di 2 H. Quindi la corrente richiesta coincide con la corrente dell'induttore equivalente (pertanto è continua in $t = 0$).
Il circuito in $t = 0^-$ è mostrato di seguito in (a). Si ricava i = 1 A.



(a)

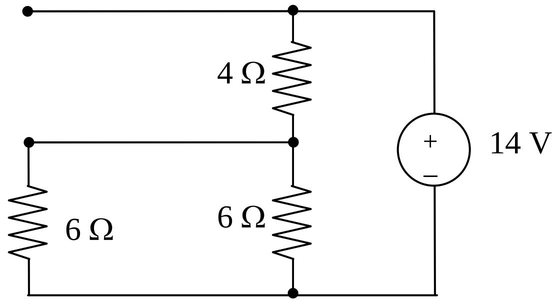


Il circuito per $t \to \infty$ è mostrato in (b). Con la formula di Millman si ricava $v = \dfrac{6/3 + 12/3}{1} = 6\,\text{V}$; quindi $i = 0$.

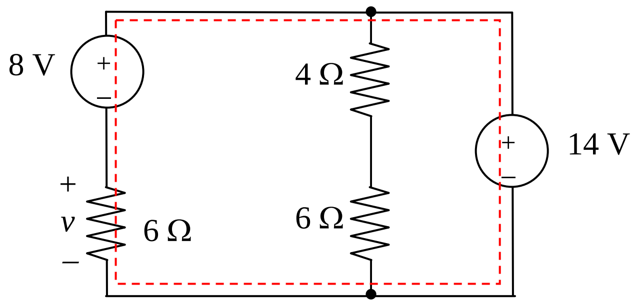
La resistenza equivalente vista dall'induttore si ricava spegnendo i generatori di tensione; essa vale R = 3+3//3 = 4,5 Ω ⇒ τ = 2/4,5 = 4/9 s. La soluzione è $i(t) = e^{-9t/4}$ A.

7.23

(1) Il circuito in t=0$^-$ è mostrato di seguito. La tensione del condensatore si ricava con il partitore di tensione: $v_C(0^-) = 14\dfrac{4}{4+3} = 8\,\text{V}$.



(2) Il circuito in t=0$^+$ è mostrato di seguito. Sostituendo il condensatore con un generatore da 8 V, e applicando la LKT al percorso indicato, si ricava: $v(0^+) = 14 - 8 = 6\,\text{V}$



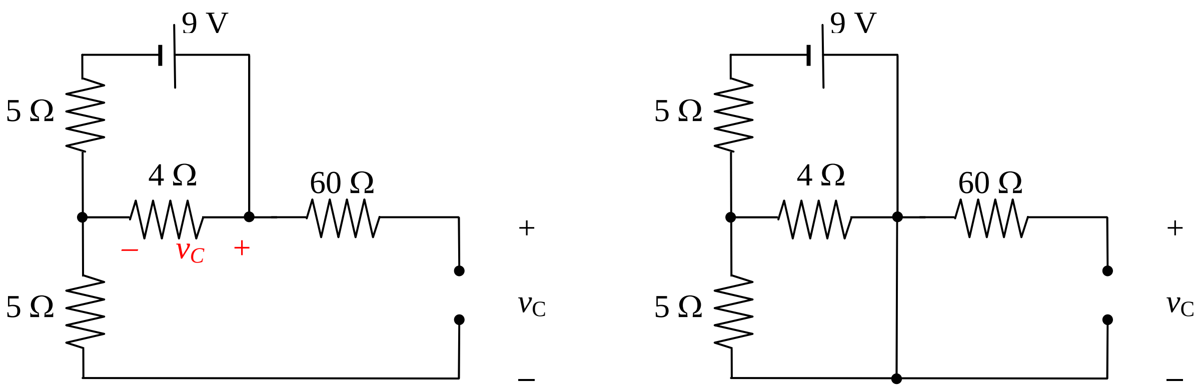
(3) $v(\infty) = 0$ perché l'interruttore è aperto, il condensatore è un c.a. quindi nel resistore non c'è corrente.

(4) La resistenza equivalente vista dal condensatore per t > 0 è 6 Ω (spegnendo il generatore da 14 V le resistenze da 6Ω e 4Ω in serie sono cortocircuitate). La costante di tempo è τ = 6 ms.

La soluzione è: $v(t) = 6e^{-t/\tau}$ V.

7.24

(1) In t = 0$^-$ la tensione v_C coincide con la tensione del resistore da 4 Ω, che vale 9×4/(5+4) = 4 V (figura a sinistra).

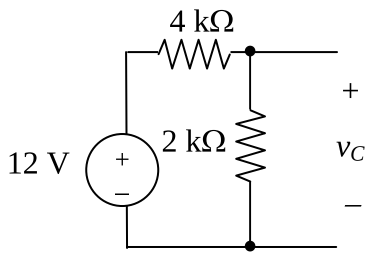


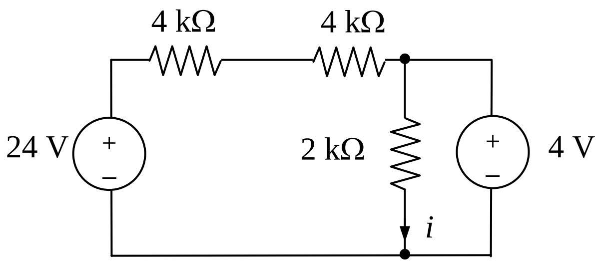
(2) Per $t \rightarrow \infty$ la tensione v_C è nulla (figura a destra).

(3) La resistenza equivalente coincide con la resistenza di 60 Ω (le altre non contano a causa del c.c.). La costante di tempo è $\tau = 60 \times 10 \times 10^{-9} = 0{,}6$ μs.
La soluzione è $v_C(t) = 4\, e^{-t/\tau}$ V.

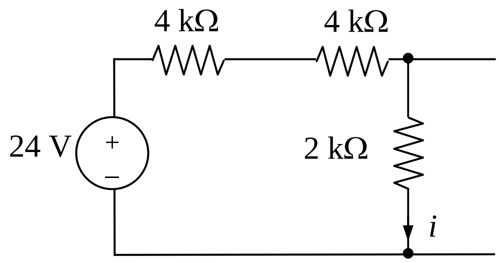
7.25
(1) In $t = 0^-$ ricaviamo la tensione v_C che vale 12×2/(2+4) = 4 V (figura sotto a sinistra).

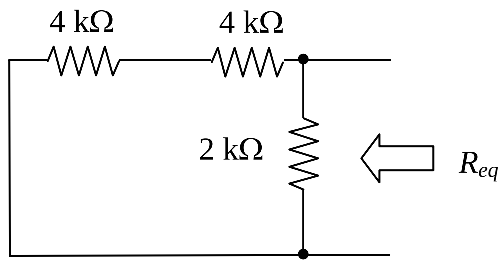
(2) In $t = 0^+$ ricaviamo la corrente i che vale 4/2kΩ = 2 mA (figura sotto a destra).





(3) Per $t \rightarrow \infty$ la corrente i è 24/10 kΩ = 2,4 mA (figura sotto a sinistra).
(4) R_{eq} = 2 kΩ//8 kΩ = 1,6 kΩ ⇒ $\tau = 1{,}6 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-6}$ = 8 ms = 1/125 s.

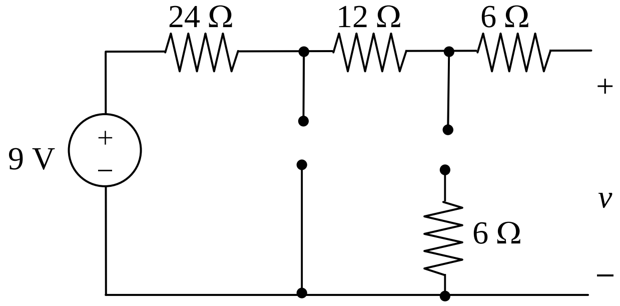




La soluzione è $i(t) = (2-2{,}4)\, e^{-125t} + 2{,}4$ mA.

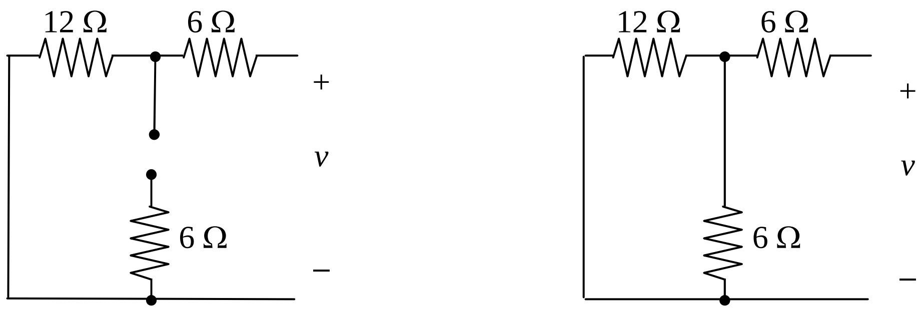
7.27
Per $t < 0$ S1 deve essere chiuso; altrimenti, indipendentemente dallo stato di S2, la tensione sul condensatore (in condizioni di regime costante) sarebbe di 100 V. Per $0<t<1$ ms la tensione cresce e tende verosimilmente al valore di 100 V; inoltre dopo 1 ms vale 63 V quindi la costante di tempo è proprio 1 ms. Poiché la capacità vale 0,5 μF, la resistenza equivalente deve essere 2 kΩ; pertanto S1 sarà aperto così come S2. Per t >1 ms la costante di tempo è minore (la curva ha pendenza maggiore) mentre tende sempre a 100 V. Quindi S1 deve rimanere aperto mentre S2 è chiuso; in questo modo la costante di tempo diventa 0,5 ms.

7.28
Il circuito in $t = 0^-$ è mostrato di seguito. Non circolano correnti quindi la tensione v è pari alla tensione del generatore (9 V).



$0 < t < 18$ ms

Il generatore di tensione e la resistenza di 24 Ω non hanno effetto per via del c.c. provocato dal primo interruttore. La risposta è un esponenziale; il valore asintotico e la costante di tempo si possono ricavare considerando il secondo interruttore aperto (figura sotto a sinistra). Abbiamo $v(\infty) = 0$, $R_{eq} = 18\ \Omega$, $\tau = 18$ ms. La soluzione è $v(t) = 9e^{-t/\tau}$ V.



$t > 18$ ms

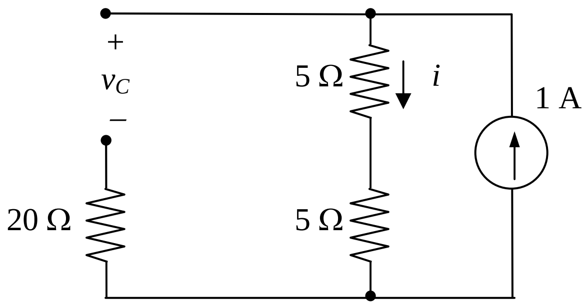
La risposta è ancora un esponenziale; il valore iniziale si ottiene dall'espressione precedente:

$v(18\ \text{ms}) = 9e^{-1} \cong 3{,}31$ V.

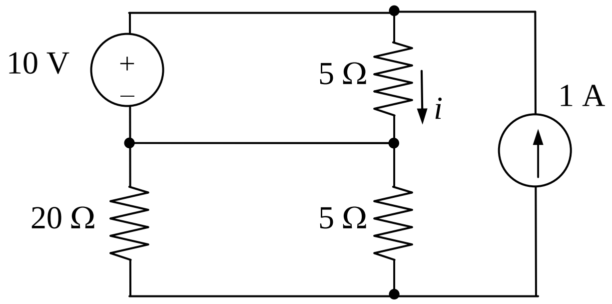
Il valore asintotico e la costante di tempo si ricavano considerando il secondo interruttore chiuso (figura sopra a destra). Abbiamo $v(\infty) = 0$, $R_{eq} = 6+12//6 = 10\ \Omega$, $\tau_1 = 10$ ms $= 1/100$ s. La soluzione sarebbe $v(t) = 3{,}31e^{-100t}$ V se l'istante iniziale fosse 0. Poiché in realtà questa soluzione vale per t >18 ms, abbiamo $v(t) = 3{,}31e^{-100(t-\tau)}$ V, dove τ=18 ms.

7.29

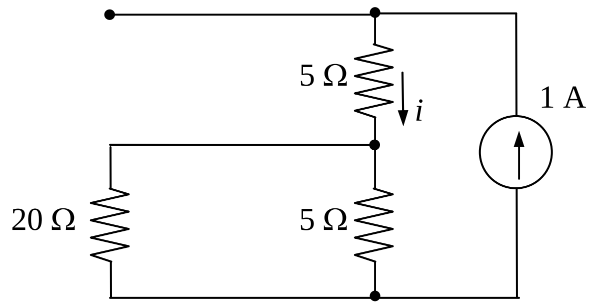
(1) In $t=0^-$ la tensione del condensatore coincide con la tensione ai capi della serie 5 Ω-5 Ω, che è percorsa dalla corrente di 1 A. Quindi $v_C(0^-)=10$ V.



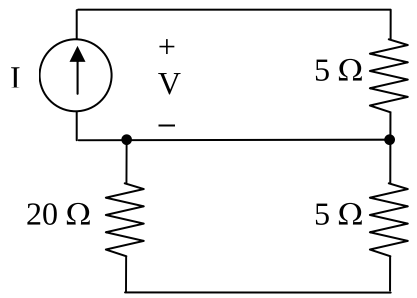
(2) Sostituendo il condensatore con un generatore di tensione si ottiene lo schema per $t=0^+$. La corrente i è pari a 10/5 = 2 A.



(3) Per $t \to \infty$ la corrente i coincide con la corrente del generatore: i=1 A.



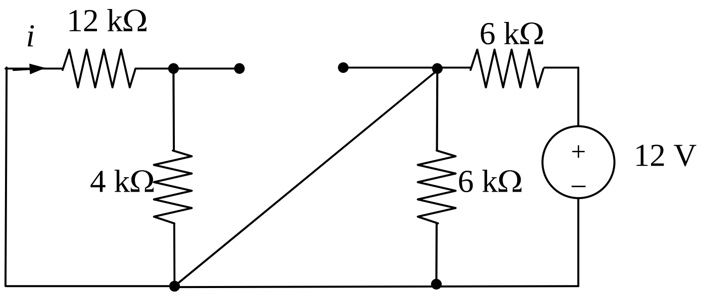
(4) La resistenza equivalente si deduce dallo schema seguente: R_{eq} =V/I = 5 Ω. Si noti che la serie 20Ω- 5Ω è cortocircuitata, quindi non ha corrente. La costante di tempo è τ = 5 ms = 1/200 s.



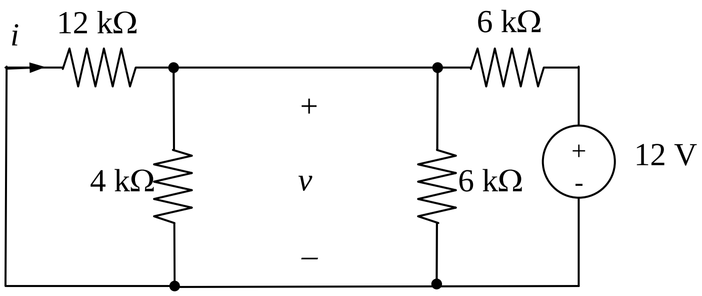
Infine: $i(t) = (2-1)e^{-200t} + 1\,\text{A}$.
Dalla figura del punto (1) si deduce $i(0^-)$ = 1 A. Poiché $i(0^+)$ vale 2 A la corrente è discontinua in t=0.

7.30

(1) In $t=0^-$ è facile verificare che le resistenze da 12 e 4 kΩ non sono percorse da corrente. Quindi la tensione v_C è nulla (è nulla anche la corrente i).

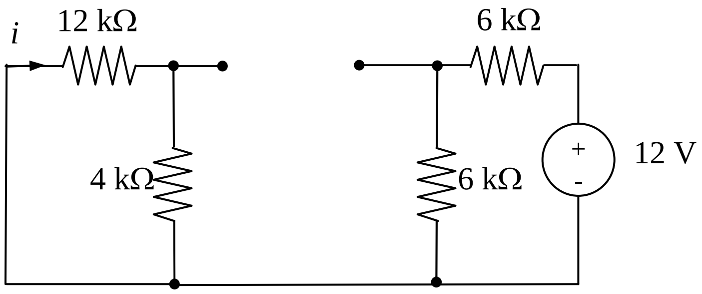


(2) In $t=0^+$ il condensatore equivale ad un cortocircuito, essendo la tensione nulla.



Abbiamo 6k//4k//12k = 2 kΩ. Quindi la tensione è $v = 12\dfrac{2}{2+6} = 3\,\mathrm{V}$ e la corrente *i* = -*v*/12k = -0,25 mA.

(3) Per t→∞ il condensatore è un c.a. di conseguenza la corrente *i* è nulla.

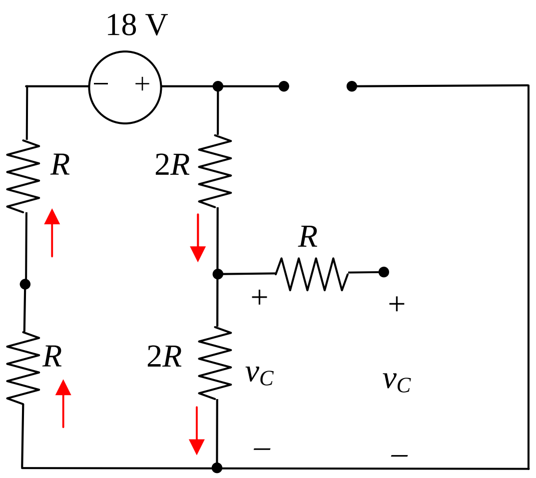


(4) La resistenza equivalente vista dal condensatore si deduce facilmente dallo schema precedente, spegnendo il generatore: R_{eq} = 12k//4k+6k//6k = 3k+3k = 6 kΩ. Quindi τ =1,8 s = 9/5 s.

Infine: $i(t) = -0{,}25e^{-5t/9}$ mA.

7.31

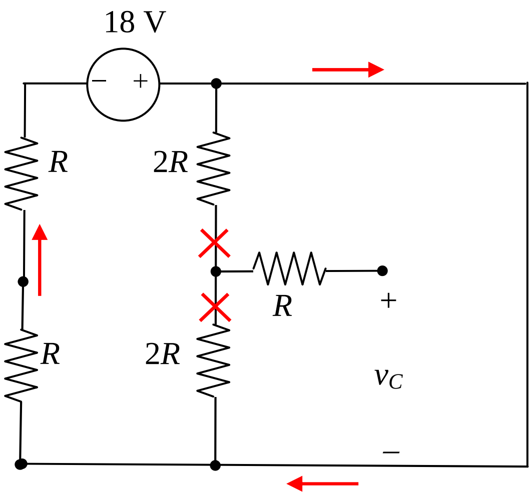
I due condensatori sono in parallelo, quindi hanno la stessa tensione ed equivalgono ad un solo condensatore di capacità 2C. In 0^- si ha lo schema seguente.

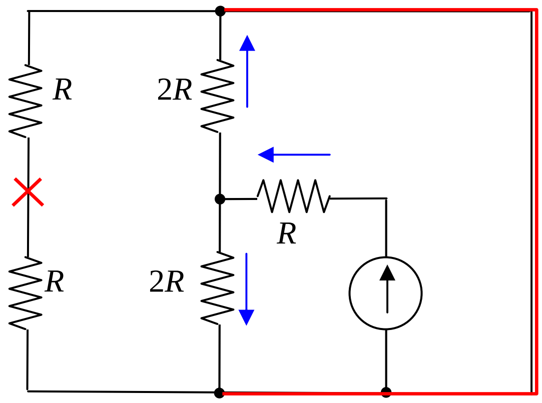


La tensione v_C si ricava considerando il partitore di tensione formato dalle resistenze in serie di valore 2R e 4R:

$$v_C(0^-) = 18\frac{2R}{6R} = 6 \text{ V}$$

Per $t \to \infty$ si ha lo schema sotto a sinistra. Le resistenze di valore $2R$ sono in serie e cortocircuitate, quindi non hanno corrente: $v_C(\infty) = 0$ V.



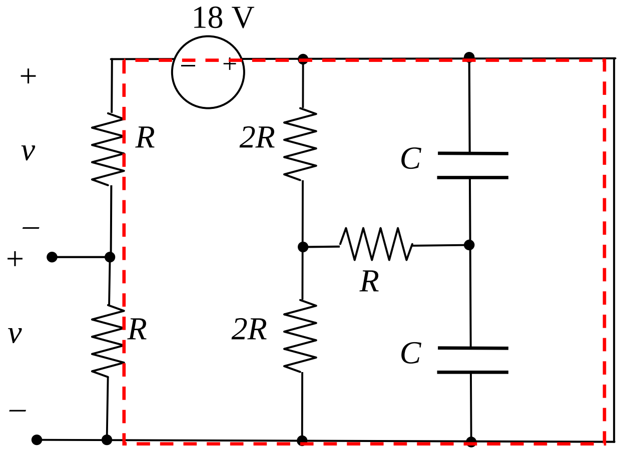


Lo schema sopra a destra permette di ricavare la resistenza equivalente. Le resistenze di valore R sono in serie e cortocircuitate, quindi non hanno corrente; le resistenze $2R$ sono in parallelo:

$$R_{eq} = R + 2R//2R = 2R \qquad \tau = 2R \times 2C = 4RC$$

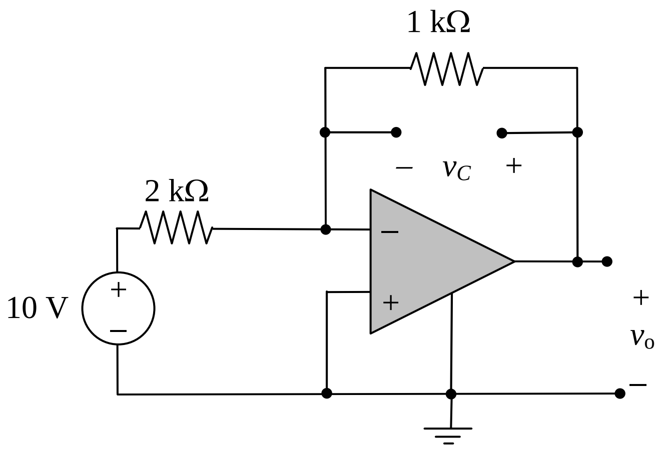
Infine $v_C(t) = 6e^{-t/(4RC)}$ V.

Per t>0 si ha il circuito seguente. Le resistenze di valore R sono in serie quindi hanno la stessa tensione. Applicando la LKT alla linea chiusa tratteggiata si ricava v = -18/2 = -9 V.

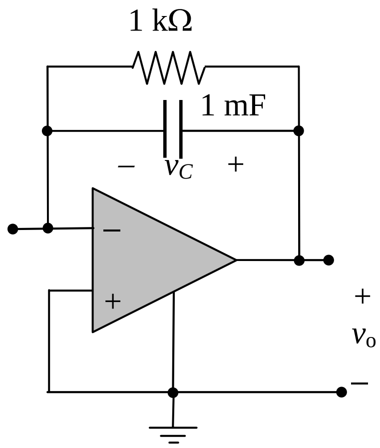


7.34

Per il c.c. virtuale all'ingresso dell'operazionale, la tensione v_o coincide con la tensione del condensatore. Il valore in $t = 0^-$ è dato (zero). Se l'interruttore non commutasse di nuovo, per $t \to \infty$ il circuito sarebbe in regime costante come mostrato nella figura seguente: $v_C(\infty) = v_o$ = -10(1/2) = -5 V. La resistenza equivalente vista dal condensatore è la resistenza di 1 kΩ (spegnendo il generatore la resistenza di 2 kΩ risulta cortocircuitata); pertanto la costante di tempo è 1 secondo. Per 0<t<1 s, la soluzione è $v_o(t) = v_C(t) = (0{+}5)e^{-t}$-5 = 5($e^{-t}$ – 1) V.

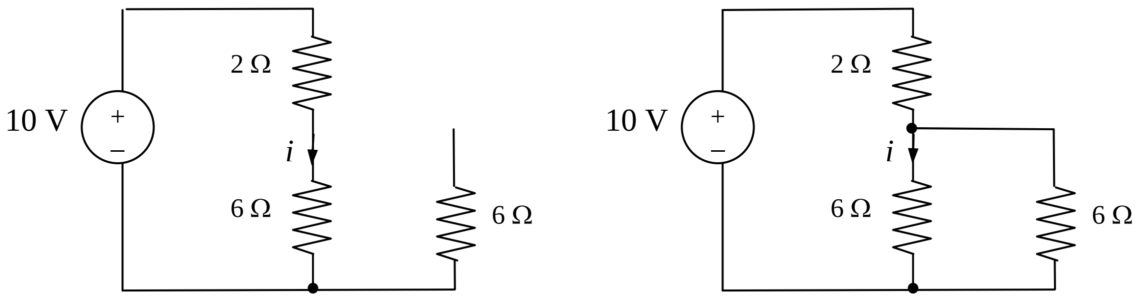


Per t > 1 s l'interruttore è aperto, perciò il circuito equivale a quello mostrato nella figura seguente. A causa del c.a. virtuale, il condensatore si scarica attraverso la resistenza di 1 kΩ, perciò $v_o(t) = v_C(t) = v_C(1)\, e^{-(t-1)}$ V. Il valore $v_C(1)$ si ricava dalla soluzione precedente: $v_C(1) = 5(e^{-1} - 1) = -3.16$ V.



7.35

Si verifica facilmente che in 0^- la corrente dell'induttore è nulla. Perciò in 0^+ l'induttore si comporta come un circuito aperto (figura sotto a sinistra). Quindi $i(0^+)$ = 10/8 = 1,25 A.

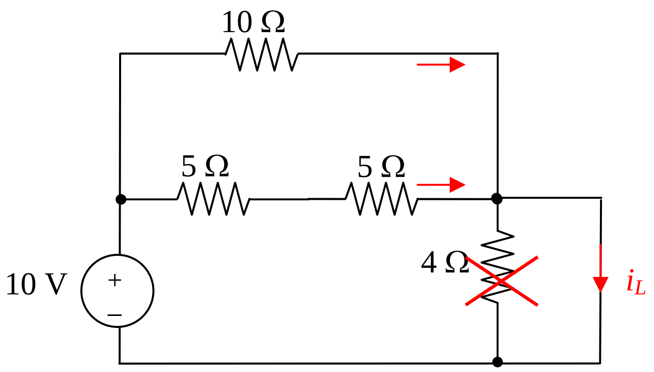


Per $t\to\infty$ l'induttore è un c.c. Dalla figura sopra a destra, considerando il partitore di corrente, si ricava: $i(\infty) = \frac{10}{2+3} \times \frac{1}{2} = 1$ A. La resistenza equivalente vista dall'induttore è 6+2//6 = 6+1,5 = 7,5 Ω

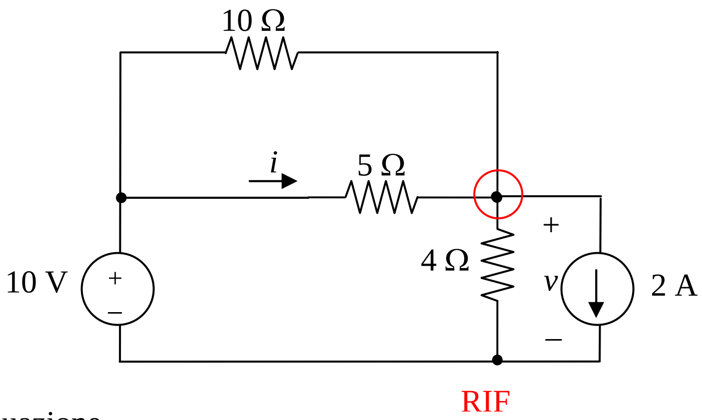
$\Rightarrow \tau$= 4 ms = $\frac{1}{250}$ s $\Rightarrow$ $i(t) = \frac{1}{4}\, e^{-250\,t} + 1$ A.

7.36

(1) In 0^- ricaviamo la corrente i_L: $i_L(0^-) = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} = 2$ A



(2) In 0^+ abbiamo il circuito seguente.

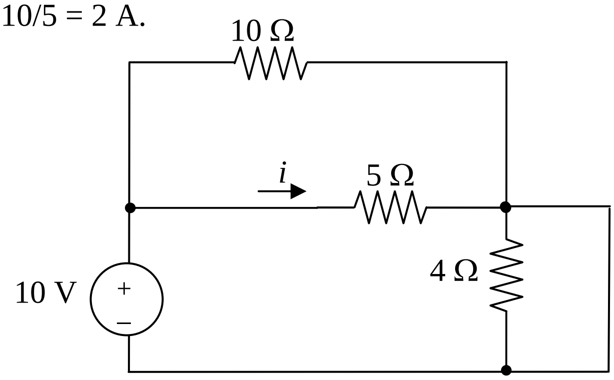


Con la LKC si scrive l'equazione

$$\frac{10-v}{5}+\frac{10-v}{10}=\frac{v}{4}+2 \qquad \Rightarrow \qquad v = 20/11 \text{ V.}$$

Quindi $i = (10\text{-}v)/5 = 18/11$ A.

(3) Per $t\rightarrow\infty$ si ricava $i = 10/5 = 2$ A.

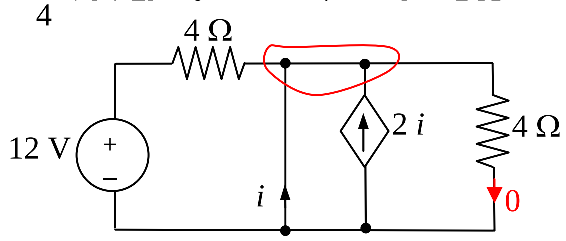


(4) Spegnendo il generatore di tensione si ricava la resistenza equivalente vista dall'induttore che vale $R_{eq} = 10//5//4 = 20/11\ \Omega \Rightarrow \tau = 11/10$ s; $i(t) = -\frac{4}{11}e^{-10t/11} + 2$ A.

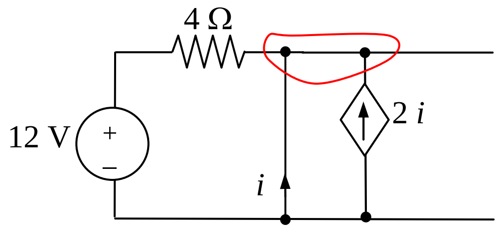
7.37

Il circuito in t=0^- è mostrato di seguito. Applicando la LKC alla linea chiusa si scrive (il resistore a destra è cortocircuitato quindi non ha corrente):

$$\frac{12}{4}+i+2i=0 \qquad \Rightarrow \qquad i = \text{-}1 \text{ A}$$



Per $t \to \infty$ si ha lo schema seguente. La corrente i è la stessa del caso precedente. Poiché $i(0) = i(\infty)$ la corrente rimane costante al valore -1 A per ogni $t > 0$.



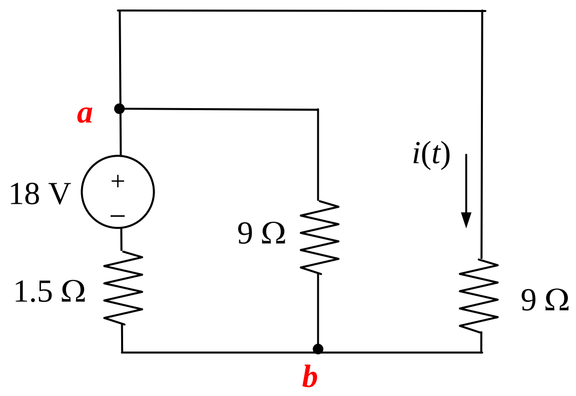
7.38

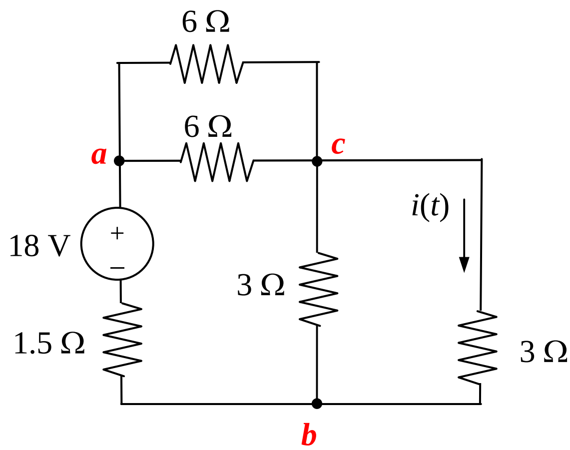
Il circuito equivalente in $t=0^-$ è mostrato sotto a sinistra. La tensione tra a e b vale:

$$v_{ab} = 18\frac{4{,}5}{4{,}5+1{,}5} = 13{,}5 \text{ V}$$

quindi

$$i(0^-) = \frac{13{,}5}{9} = 1{,}5 \text{ A}$$





Il circuito equivalente per $t \to \infty$ è mostrato sopra a destra. La resistenza equivalente tra i nodi a e b è ancora 4,5 Ω, quindi la tensione tra a e b è la stessa ricavata sopra (13,5 V). La tensione tra c e b si ottiene considerando il partitore di tensione:

$$v_{cb} = 13{,}5\frac{1{,}5}{1{,}5+3} = 4{,}5 \text{ V}$$

quindi

$$i(\infty) = \frac{4{,}5}{3} = 1{,}5 \text{ A}$$

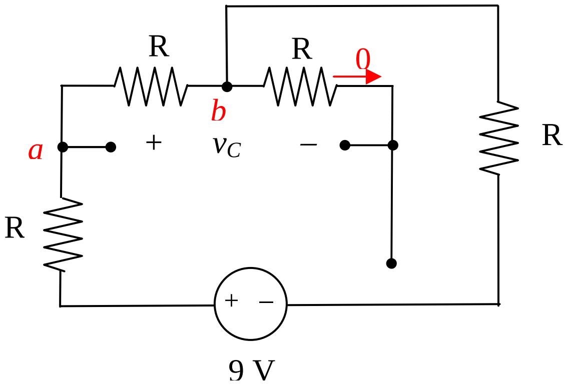
Poiché $i(0^-) = i(0^+) = i(\infty)$,

la corrente dell'induttore rimane costante per $t>0$.

7.39

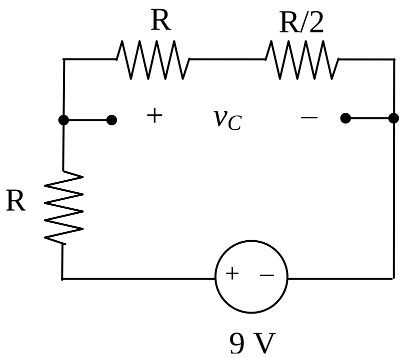
In $t=0^-$ il circuito equivale al seguente.

$$v_C(0^-) = v_{ab} = 9\frac{R}{3R} = 3\ \text{V}$$



Per $t \to \infty$ il circuito equivale al seguente.

$$v_C(0^-) = 9\frac{R + R/2}{R + R + R/2} = \frac{27}{5} = 5{,}4\ \text{V}$$



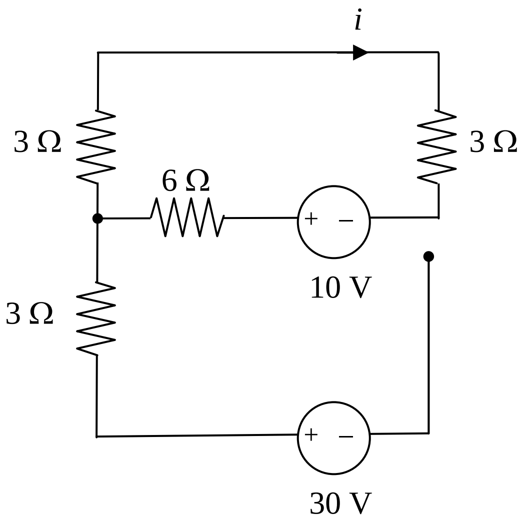
Dallo schema sopra, spegnendo il generatore, si ricava la resistenza equivalente vista dal condensatore:

$$R_{eq} = R//(R + R/2) = (3/5)\ R$$
$$\tau = R_{eq}C = (3/5)RC = 3/5\ \text{s}$$
$$v_C(t) = (3 - 5{,}4)e^{-5t/3} + 5{,}4\ \text{V}$$

7.40

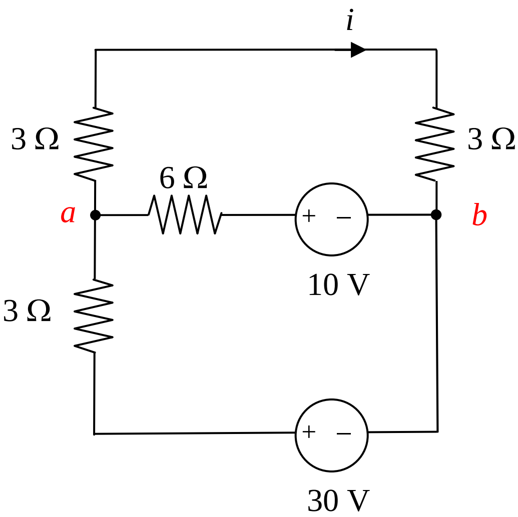
In $t = 0^-$ il circuito equivale al seguente.

$$i(0^-) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}\text{A}$$



Per $t \to \infty$ il circuito equivale al seguente. Con il teorema di Millman si ricava

$$v_{ab} = \frac{10\frac{1}{6} + 30\frac{1}{3}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}} = \frac{35}{2}\text{V} \quad \Rightarrow \quad i(\infty) = \frac{v_{ab}}{6} = \frac{35}{12}\text{A}$$



Inoltre:

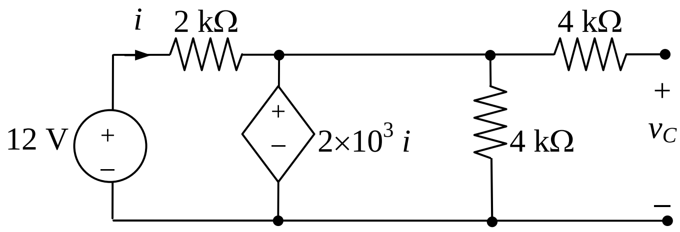
$$R_{eq} = 3//6 + 6 = 8\,\Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{1}{24}\,\text{s}$$

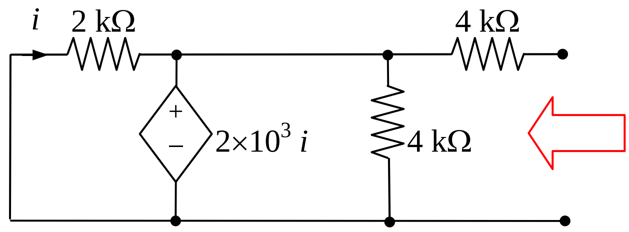
$$i(t) = \left(\frac{5}{6} - \frac{35}{12}\right)e^{-24t} + \frac{35}{12} = \frac{35}{12} - \frac{25}{12}e^{-24t}\ \text{A}$$

7.41

La condizione iniziale è nota ($v_C(0) = 0$). Il circuito per $t \to \infty$ è mostrato di seguito. La tensione v_C coincide con la tensione del generatore controllato. Applicando la LKT alla maglia di sinistra si scrive $2\times10^3 i + 2\times10^3 i = 12 \Rightarrow i = 3$ mA. Quindi $v_C(\infty) = 2\times10^3 i = 6\,\text{V}$.



La resistenza equivalente si ricava dallo schema seguente.

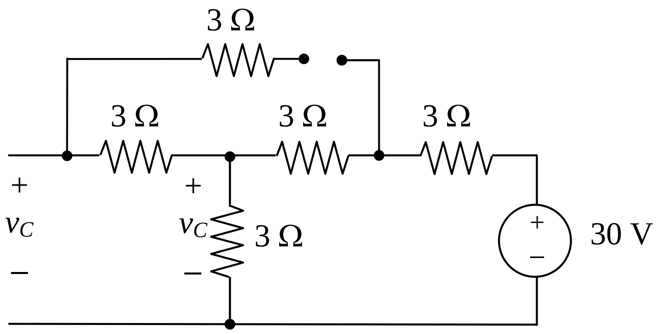


Applicando la LKT alla maglia di sinistra si scrive $2\times10^3 i + 2\times10^3 i = 0 \Rightarrow$ $i = 0$. Quindi il resistore verticale da 4 kΩ è cortocircuitato. La resistenza vista dal condensatore è la sola resistenza da 4 kΩ in serie $\Rightarrow \tau = 4$ s. Infine: $v_C(t) = 6\,(1 - e^{-t/4})$ V.

7.42

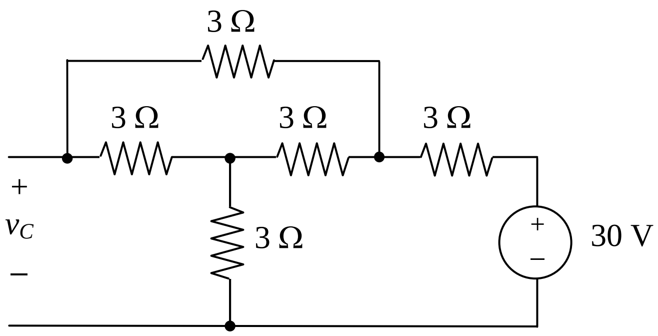
In $t=0^-$ il circuito equivale al seguente. Con la formula del partitore di tensione:

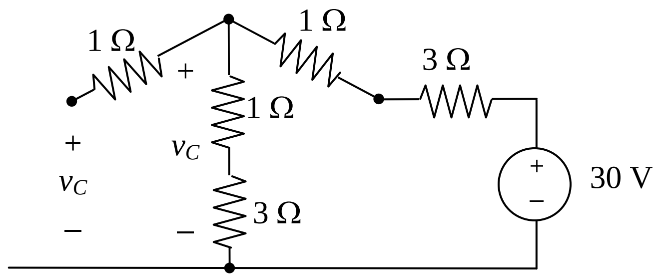
$$v_C(0^-) = 30\frac{3}{9} = 10\,\text{V}$$



Per $t \to \infty$ si ha lo schema sotto a sinistra al quale si applica la trasformazione triangolo-stella:

$$v_C(\infty) = 30/2 = 15\,\text{V}$$





Dallo schema precedente, spegnendo il generatore, si ricava la resistenza equivalente:

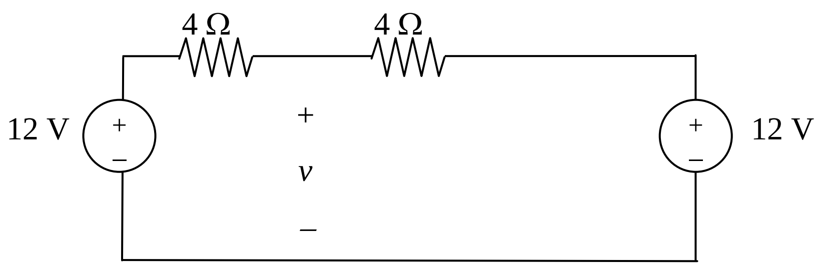
$$R_{eq} = 1 + 4 // 4 = 3\,\Omega$$

$$\tau = 1\,\text{s}$$

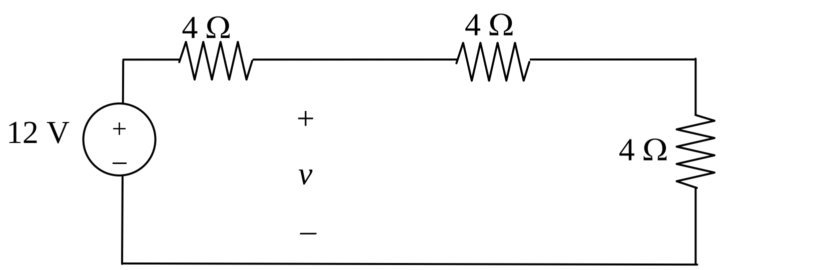
$$v_C(t) = -5e^{-t} + 15\,\text{V}$$

7.43

In 0^- si ha lo schema seguente. Si verifica facilmente che v = 12 V (nella maglia non scorre corrente).



Per $t \to \infty$ si ha lo schema seguente, dal quale si ricava v = 12×8/12= 8 V.

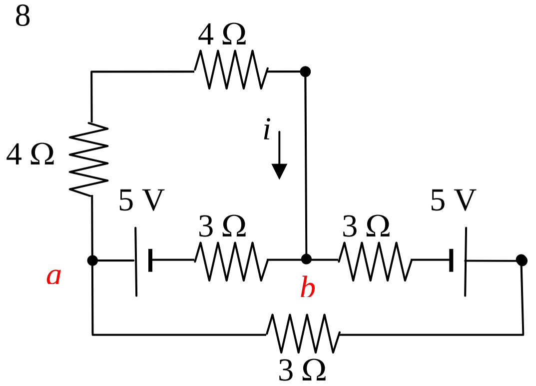


La resistenza equivalente vista dal condensatore è 8//4 = 8/3 Ω. La costante di tempo è 1/3 s. La soluzione è $v(t)=4e^{-3t}+8\,\text{V}$. La tensione v(t) vale 10 V quando $4e^{-3t}=2 \Rightarrow$ $e^{3t}=2 \Rightarrow$ $3t=\ln 2 \Rightarrow$ $t=\frac{1}{3}\ln 2$.

7.44

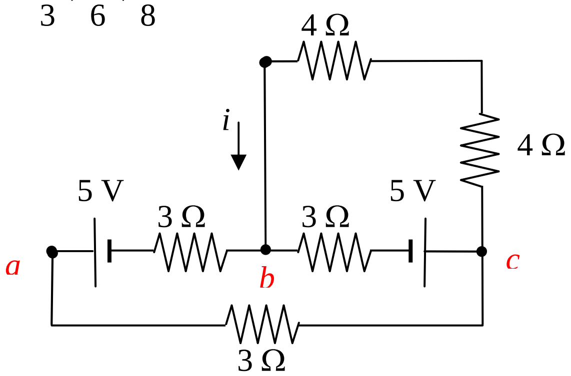
In t=0$^-$ il circuito equivale al seguente. Con il teorema di Millman abbiamo:

$$v_{ab}=\frac{5\frac{1}{3}+5\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}}=4\text{ V} \qquad \Rightarrow \qquad i(0^-)=\frac{4}{8}=0{,}5\text{ A}$$



Per $t \to \infty$ lo schema è il seguente. Con il teorema di Millman si ricava, come prima:

$$v_{cb}=\frac{5\frac{1}{3}+5\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}}=4\text{ V} \Rightarrow \qquad i(\infty)=0{,}5\text{ A}$$

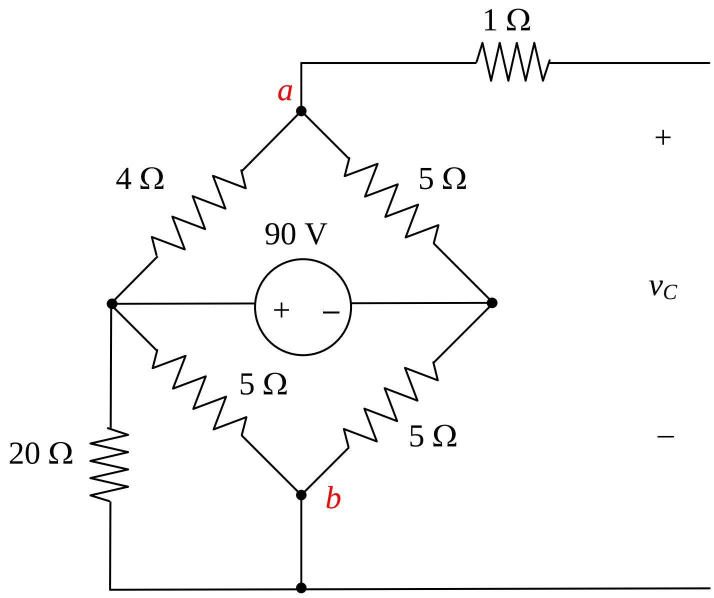


Poiché $i(0^-)=i(0^+)=i(\infty)$, la corrente dell'induttore rimane costante per t>0.

7.45

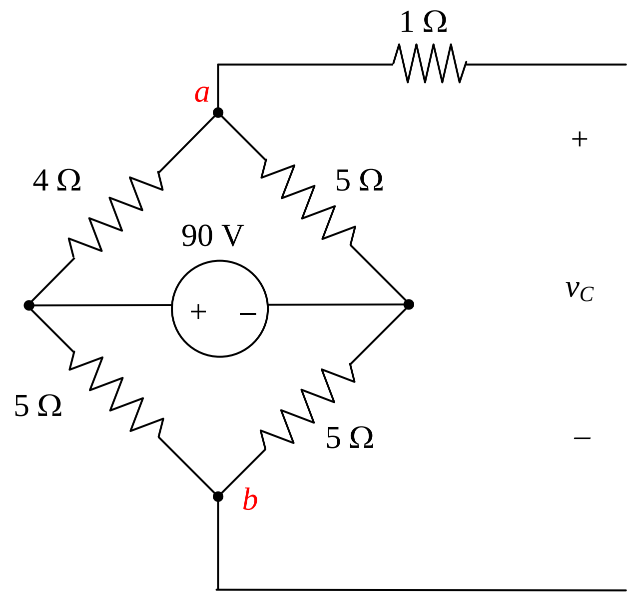
In t=0$^-$ il circuito equivale al seguente. Poiché 20 Ω//5 Ω = 4 Ω, il ponte è in equilibrio quindi

$$v_C(0^-)=v_{ab}=0\text{ V}$$



Per $t \to \infty$ lo schema è il seguente. Con la formula del ponte abbiamo:

$$v_C(\infty) = v_{ab} = 90\left(\frac{5}{9} - \frac{5}{10}\right) = 5\,\mathrm{V}$$



Dallo schema precedente, spegnendo il generatore, si ricava la resistenza equivalente:

$$R_{eq} = 1 + 4//5 + 5//5 = 1 + \frac{20}{9} + \frac{5}{2} \cong 5{,}72\ \Omega$$

$\tau \cong 11{,}44$ ms

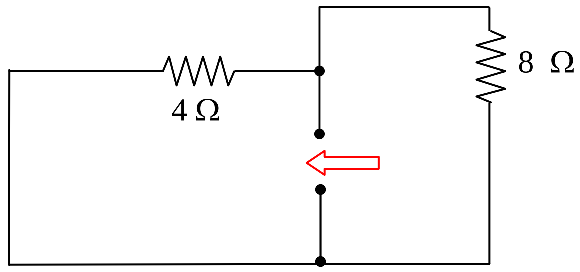
$v_C(t) = 5\,(1 - \exp(-t/\tau))$ V

7.46

Effetto della condizione iniziale. La tensione iniziale è 1 V mentre i generatori sono spenti. Perciò il valore finale è certamente nullo. Non rimane che calcolare la costante di tempo (figura seguente):

$$R_{eq} = 4//8 = \frac{8}{3}\,\Omega \qquad \Rightarrow \qquad \tau = 16\ \mu\mathrm{s}$$

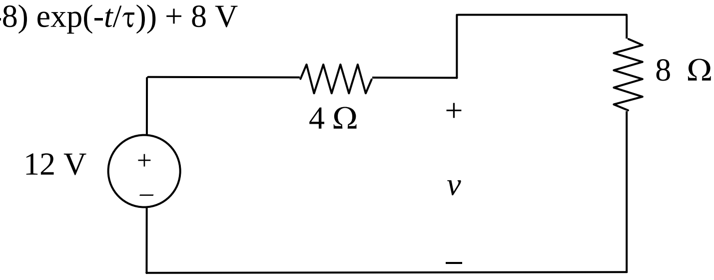
$v(t) = \exp(-t/\tau)$ V



Effetto del generatore di 12 V. La condizione iniziale è nulla. Il generatore di 30 V è spento. Il circuito equivalente per $t \to\infty$ è il seguente. La costante di tempo è invariata.

$$v(\infty) = 12\frac{8}{12} = 8\,\text{V}$$

$v(t)$ = (0-8) exp(-t/τ)) + 8 V



Effetto del generatore di 30 V. Procedendo come nel caso precedente si ricava

$$v(\infty) = 30\frac{4}{12} = 10\,\text{V}$$

$v(t)$ = (0-10) exp(-t/τ)) + 10 V

Sommando i tre contributi abbiamo

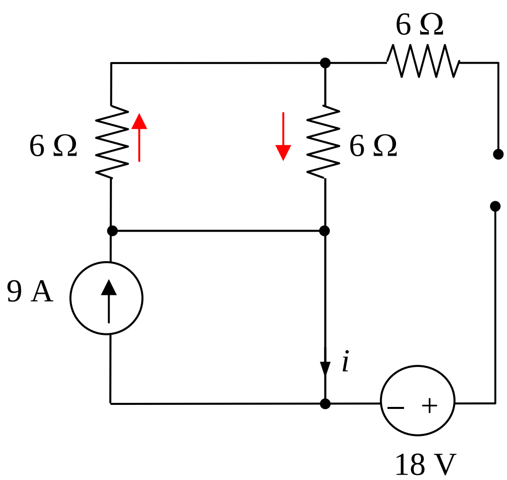
$v(t)$ = exp(-t/τ) -8 exp(-t/τ) + 8 -10 exp(-t/τ) + 10 = 18 -17 exp(-t/τ) V

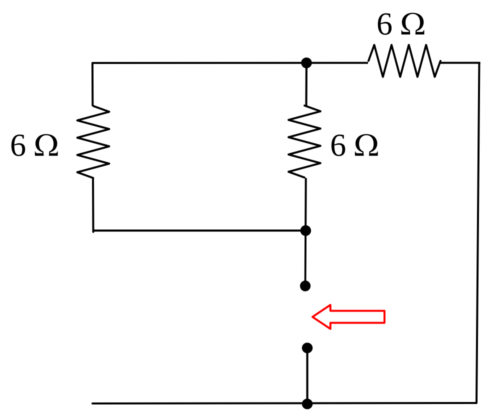
7.47

Effetto della condizione iniziale. La condizione iniziale si ricava dallo seguente a sinistra. Con la LKT si verifica che i due resistori da 6 Ω in parallelo non sono percorsi da corrente. Pertanto $i(0^-)$ = 9 A. Assumendo i *generatori spenti*, la corrente tende a zero per $t\to\infty$. La resistenza equivalente vista dall'induttore si ricava dallo schema sotto a destra:

$$R_{eq} = 6 + 6 // 6 = 9\,\Omega \;\Rightarrow \qquad \tau = 0{,}1/9 = 1/90 \text{ ms}$$

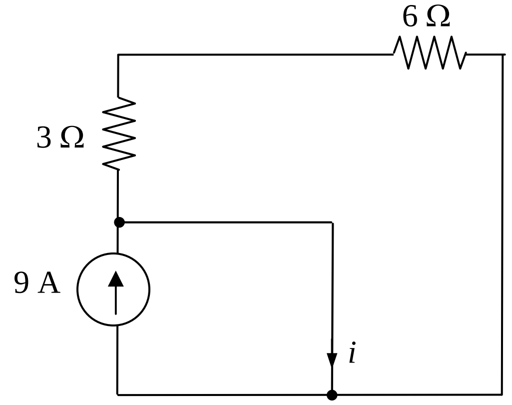
$$i(t) = 9e^{-t/\tau}\,\text{A}$$





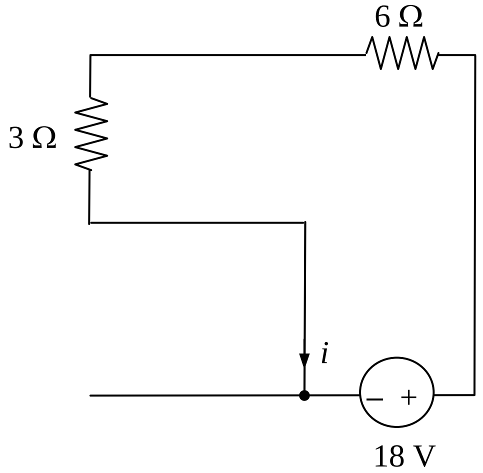
Effetto del generatore di corrente. La condizione iniziale è nulla. Il valore finale si ricava dal circuito seguente.

$$i(\infty) = 9\ \text{A}$$
$$i(t) = -9e^{-t/\tau} + 9\ \text{A}$$



Effetto del generatore di tensione. La condizione iniziale è nulla. Il valore finale si ricava dal circuito seguente.

$$i(\infty) = 2\ \text{A}$$
$$i(t) = -2e^{-t/\tau} + 2\ \text{A}$$

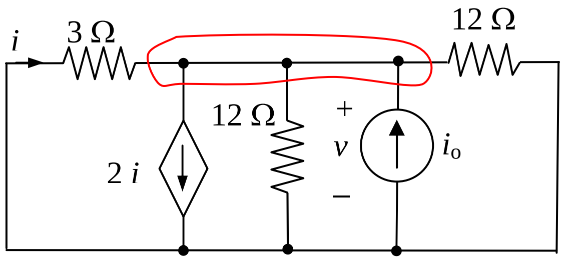


Sommando i tre contributi si ottiene:

$$i(t) = 9e^{-t/\tau} - 9e^{-t/\tau} + 9 - 2e^{-t/\tau} + 2 = 11 - 2e^{-t/\tau}\ \text{A}$$

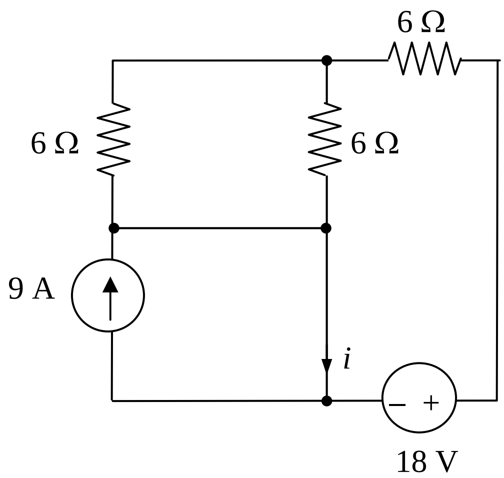
7.48

Per verificare la stabilità dobbiamo ricavare la resistenza equivalente vista dal condensatore per t>0 (figura seguente).



LKC $$\frac{v}{3} + 2\left(-\frac{v}{3}\right) + \frac{v}{12} + \frac{v}{12} = i_o$$

soluzione $$v = -6i_o$$



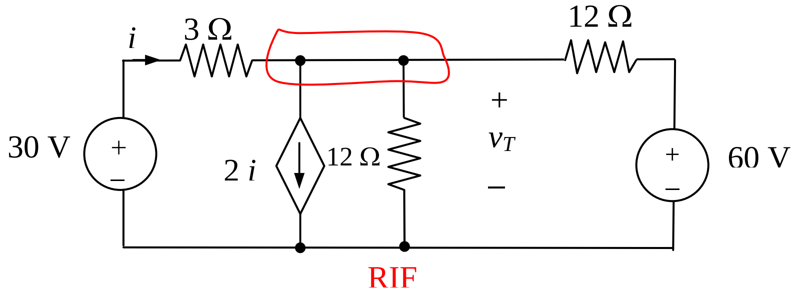
Pertanto la resistenza equivalente è R_{eq} = -6 Ω < 0: il circuito è instabile. La costante di tempo è τ = - 18 ms. La soluzione di un circuito autonomo instabile del primo ordine ha l'espressione:

$$v(t) = \left(v(0) - v_T\right)e^{-t/\tau} + v_T$$

dove v_T è la tensione a vuoto ai capi del condensatore.
La condizione iniziale si ricava facilmente con l'interruttore aperto e vale

$$v(0^-) = 60 \text{ V}$$

Per ricavare la tensione a vuoto si considera il circuito seguente.



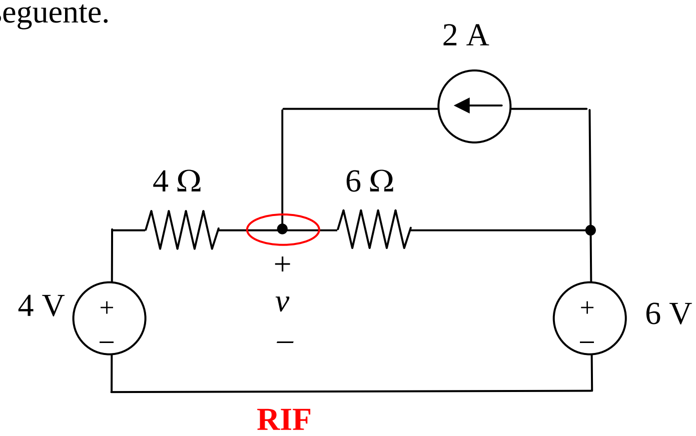
LKC $$\frac{30 - v_T}{3} = 2\left(\frac{30 - v_T}{3}\right) + \frac{v_T}{12} + \frac{v_T - 60}{12}$$

soluzione $$v_T = 30 \text{ V}$$

Infine: $$v(t) = (60 - 30)e^{t/|\tau|} + 30 = 30 + 30e^{t/|\tau|} \text{ V}$$

7.50

In t=0$^-$ il circuito equivale al seguente.

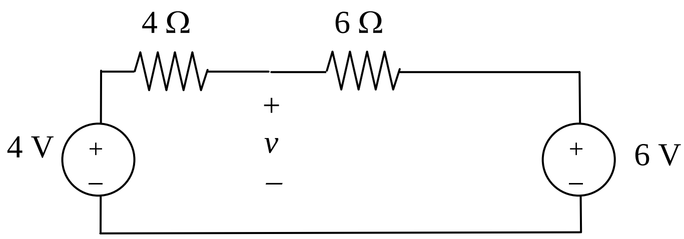


LKC: $$\frac{4-v}{4}+2+\frac{6-v}{6}=0$$

$$v = 9{,}6\ \text{V} = v(0^-)$$

Per $t\to\infty$ il circuito è il seguente. Con la formula di Millman si ricava

$$v=\frac{4/4+6/6}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}=4{,}8\ \text{V}$$



Dallo schema precedente, spegnendo i generatori, si ricava la resistenza equivalente: R_{eq} = 4//6 = 2,4 Ω. La costante di tempo è 12 ms. Infine: $v(t)=(9{,}6-4{,}8)e^{-t/\tau}+4{,}8=\ 4{,}8(1+e^{-t/\tau})$ V.

7.51

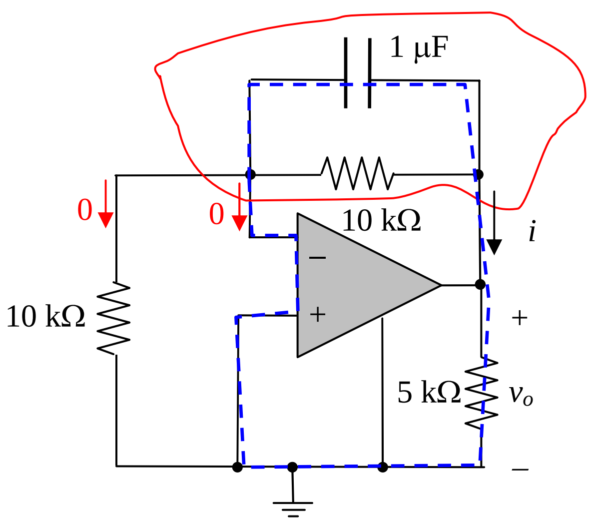
La costante di tempo è τ = 2 ms.
Per 0<t< 4 ms il valore iniziale è zero, il valore finale è 2 V.
La risposta è $v_C(t)=2(1-e^{-t/\tau})$ V. Il valore per t = 4 ms è $2(1-e^{-2})\cong 1{,}73$ V

Per 4 ms<t< 8 ms il valore iniziale è 1,73 V, il valore finale è 0.
La risposta è $v_C(t)=1{,}73e^{-(t-2\tau)/\tau}$ V. Il valore per t = 8 ms è $1{,}73e^{-2}\cong 0{,}234$ V

Per t> 8 ms il valore iniziale è 0,234 V, il valore finale è 2 V.
La risposta è $v_C(t)=(0{,}234-2)e^{-(t-4\tau)/\tau}+2$ V. Il valore per t = 10 ms è $-1{,}766e^{-1}+2\cong 1{,}35$ V.

7.52

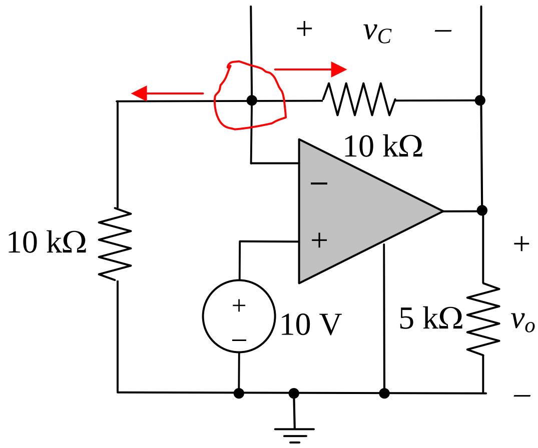
0 < t < 5 ms



La corrente i è nulla (LKC per la linea chiusa rossa). Quindi il condensatore rimane scarico e v_o = 0 (LKT per il percorso tratteggiato).

5 ms < t < 10 ms

La condizione iniziale del condensatore è nulla. Consideriamo il circuito a regime ($t \to \infty$) mostrato sotto.



Applicando la LKC al nodo cerchiato e tenendo conto del c.c. virtuale si ottiene:

$$\frac{10}{10}+\frac{10-v_o}{10}=0 \Rightarrow v_o = 20 \text{ V} \Rightarrow v_C(\infty)=10-v_o=-10 \text{ V}$$

Inoltre

$$R_{eq} = 10 \text{ k}\Omega \quad \Rightarrow \quad \tau = 10 \text{ ms}$$

$$v_C(t)=10e^{-(t-T)/\tau}-10 \text{ V}$$

$$v_o(t)=10-v_C(t)= 20-10e^{-(t-T)/\tau} \text{ V}$$

$$v_C(10ms)=10e^{-1/2}-10 \cong -3{,}93 \text{ V}$$

t > 10 ms

Il circuito è lo stesso della prima figura. La corrente *i* è nulla quindi il condensatore si scarica sulla resistenza da 1 kΩ in parallelo. La tensione iniziale è -3,93 V, quindi

$$v_C(t)=-3{,}93e^{-(t-2T)/\tau} \text{ V}$$

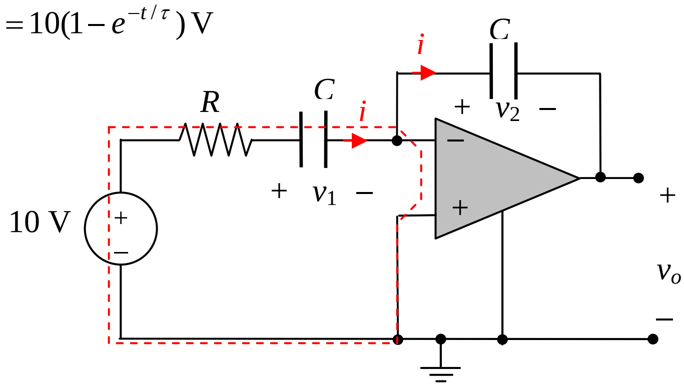
$$v_o=-v_C$$

7.53

A causa del c.c. virtuale, il generatore di tensione, il resistore e il condensatore in serie costituiscono un circuito RC autonomo, perciò la tensione v_1 è un esponenziale con valore iniziale nullo e valore finale 10 V:

$$v_1(t)=10(1-e^{-t/\tau}) \text{ V}$$

dove τ = RC.



La corrente è

$$i(t) = C\frac{dv_1}{dt} = \frac{10}{R}e^{-t/\tau}\ \text{A}$$

quindi

$$v_2(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(x)dx = -10e^{-t/\tau} + 10\ \text{V}$$

$$v_o(t) = -v_2(t) = 10(e^{-t/\tau} - 1)\ \text{V}$$