9.8

Con la LKT si scrive l'equazione seguente:

$$L\frac{di}{dt} + Ri = \cos(100t) \qquad (1)$$

La costante di tempo è $\tau = L/R = 2ms = 1/500s$; la soluzione della (1) è

$$i(t) = Ke^{-500t} + A\cos(100t + \theta) \qquad (2)$$

Sia $\mathbf{I} = A\ \angle\theta$ il fasore corrispondente alla risposta permanente $A\cos(100t+\theta)$. Nel dominio dei fasori l'equazione (1) diventa

$$j100 \times 6 \times 10^{-3}\mathbf{I} + 3\mathbf{I} = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{I} = \frac{1}{3 + j0{,}6} = 0{,}327\angle\ \text{-}11{,}3°$$

Sostituendo nella (2)

$$i(t) = \mathrm{K}\,e^{-500t} + 0{,}327\cos(100t - 11{,}3°)$$

Per $t<0$, $i(t) = 0$; essendo la corrente dell'induttore continua, abbiamo la condizione $i(0)=0$, pertanto

$$\mathrm{K} = -\,0{,}327\cos(-11{,}3°) = -\,0{,}32$$

9.9

Con la LKT si scrive l'equazione seguente:

$$RC\frac{dv_C}{dt} + v_C = V_m\cos(\omega t) \qquad (*)$$

La soluzione generale è

$$v_C(t) = Ke^{-t/\tau} + A\cos(\omega t + \theta)$$

dove $\tau=RC$.

Sia $\mathbf{V}_C = A\ \angle\theta$ il fasore corrispondente alla risposta permanente $A\cos(\omega t+\theta)$. Nel dominio dei fasori l'equazione (*) diventa

$$\tau\ j\omega\mathbf{V}_C + \mathbf{V}_C = V_m \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{V}_C = \frac{V_m}{1 + j\omega\tau}$$

Se la risposta transitoria è assente abbiamo

$$v_C(t) = \frac{V_m}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}\cos(\omega t - \tan^{-1}(\omega\,\tau))$$

perciò

$$v_C(0) = \frac{V_m}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}\cos(\tan^{-1}(\omega\,\tau))$$

Questo è anche il valore $v_C(0^-)$ per la continuità della tensione v_C.

9.11

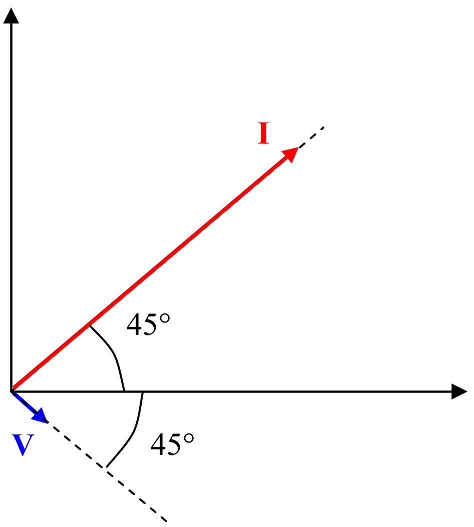
L'impedenza del condensatore è

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j100\pi 0{,}25} = \frac{1}{j25\pi}\,\Omega$$

Con la legge di Ohm ricaviamo il fasore della corrente:

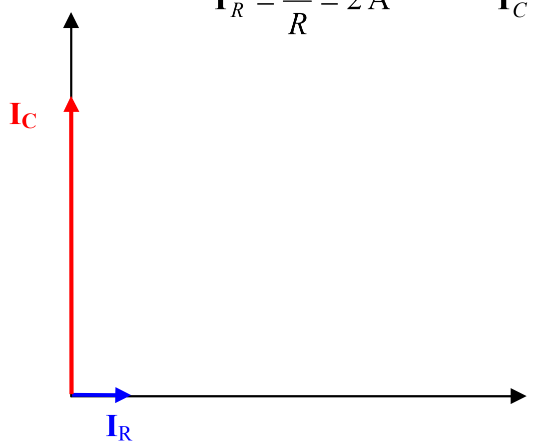
$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = j25\pi 2e^{-j\pi/4} = 50\pi\,e^{j(-\pi/4+\pi/2)}\,\mathrm{A}$$

quindi $i(t) = 50\pi \cos(100\pi t + 45°)$ A. Il grafico è mostrato sotto.



9.14
Con la legge di Ohm abbiamo

$$\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{V}}{R} = 2\ \text{A} \qquad \mathbf{I}_C = j\omega C V = j10^4 10^{-4} 10 = j10\ \text{A}$$



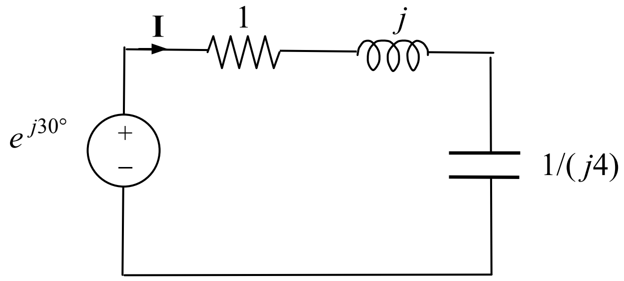
9.15

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}}{2} \qquad \Rightarrow \mathbf{Z} = 2 \qquad \Rightarrow \qquad \text{resistore di resistenza } 2\ \Omega$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}}{2} e^{-j\pi/2} = \frac{\mathbf{V}}{j2} \quad \Rightarrow \mathbf{Z} = 2j \Rightarrow \quad \text{induttore di induttanza } 2/5 = 0{,}4\ \text{H}$$

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{V} e^{j\pi/2} = \mathbf{V}j \quad \Rightarrow \mathbf{Z} = \frac{1}{j} \Rightarrow \quad \text{condensatore di capacità } 1/5 = 0{,}2\ \text{F}$$

9.17
Circuito simbolico.



$$\mathbf{I}=\frac{e^{j30°}}{1+j-j0{,}25}=\frac{e^{j30°}}{1+j0{,}75}=\frac{1}{\sqrt{1+0{,}75^2}}e^{j(30°-36{,}87°)}=0{,}8\ e^{-j6{,}87°}$$

$$i(\mathrm{t}) = 0.8\cos(10^3 t - 6{,}87°)\ \mathrm{A}$$

9.20

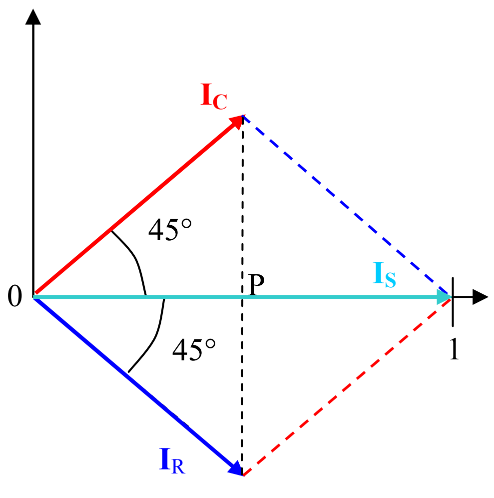
Il fasore del generatore è unitario. Con le formule del partitore di corrente si ricava:

$$\mathbf{I}_R=\frac{-j10}{10-j10}=\frac{-j}{1-j}=\frac{-j(1+j)}{2}=\frac{1-j}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j45°}$$

$$\mathbf{I}_C=\frac{10}{10-j10}=\frac{1}{1-j}=\frac{1+j}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{j45°}$$

$$i_R(\mathrm{t})=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(10^5 t-45°)\ \mathrm{A}$$

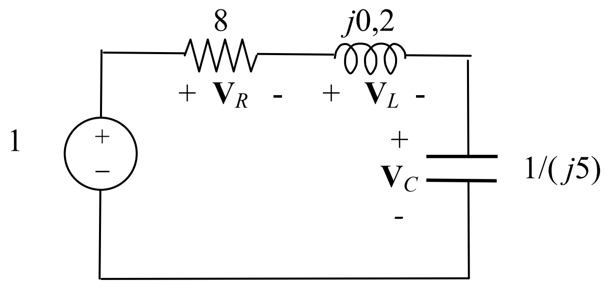
$$i_C(\mathrm{t})=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(10^5 t+45°)\ \mathrm{A}$$



$$OP=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(45°)=\frac{1}{2}$$

9.21

Circuito simbolico.



Con la formula del partitore di tensione :

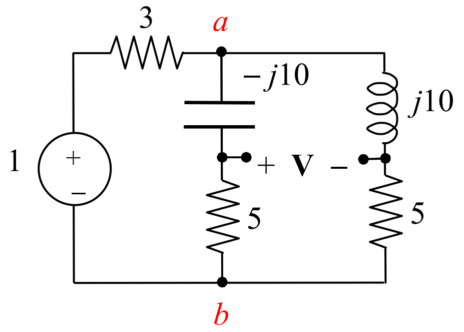
$$\mathbf{V}_R = \frac{8}{8 + j0{,}2 - j0{,}2} = 1$$

$$\mathbf{V}_L = \frac{j0{,}2}{8 + j0{,}2 - j0{,}2} = j0{,}2$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{-j0{,}2}{8 + j0{,}2 - j0{,}2} = -j0{,}2$$

9.23

Circuito simbolico.



Ricaviamo l'impedenza dei due rami in parallelo :

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{5 - j10} + \frac{1}{5 + j10} = \frac{10}{125} \Rightarrow \qquad \mathbf{Z} = 12{,}5$$

Con la formula del partitore di tensione :

$$\mathbf{V}_{ab} = \frac{12{,}5}{12{,}5 + 3} = 0{,}8$$

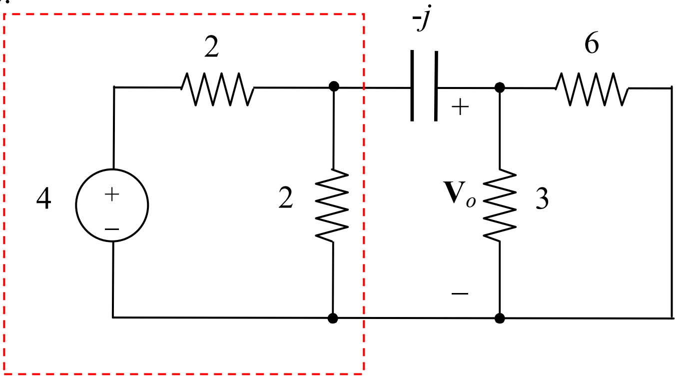
Con la formula del ponte:

$$\mathbf{V} = 0{,}8\left(\frac{5}{5 - j10} - \frac{5}{5 + j10}\right) = \frac{j80}{125} \cong j\,0{,}64$$

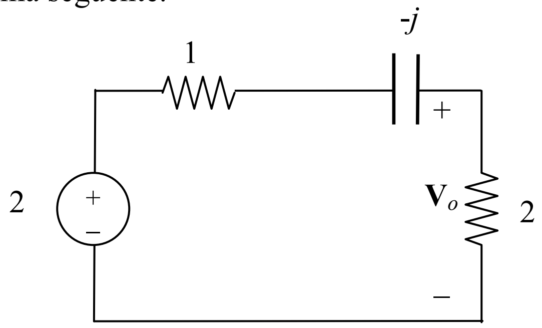
$$v(t) = -\,0.64 \text{ sen } (100t\,) \text{ V}$$

9.24

Circuito simbolico.



Applicando il teorema di Thevenin al bipolo racchiuso nel riquadro, e combinando le resistenze da 3 e 6 ohm, abbiamo lo schema seguente.

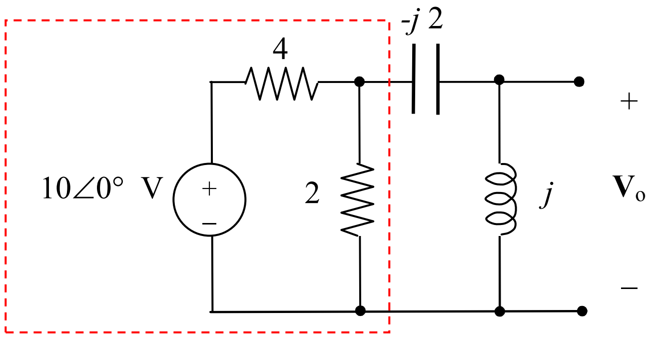


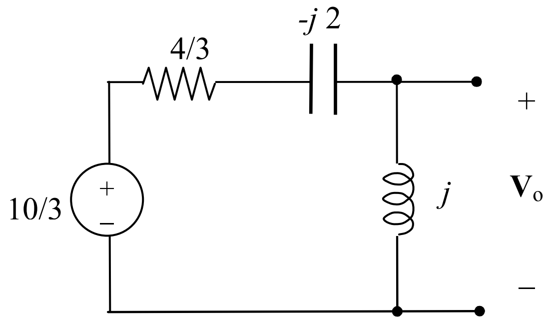
Applicando la formula del partitore di tensione:

$$\mathbf{V}_o = 2\frac{2}{3-j}$$

Il modulo è $\frac{4}{\sqrt{10}} \cong 1.26$, l'argomento è $-\tan^{-1}(-1/3) = \tan^{-1}(1/3) \cong 18.4°$.
Infine $v_o(t) = 1.26 \cos(10^3 t + 18.4°)$.

9.25
Per il principio di sostituzione possiamo considerare il circuito simbolico mostrato sotto a sinistra. Applicando il teorema di Thevenin al bipolo racchiuso nel riquadro abbiamo lo schema sotto a destra.





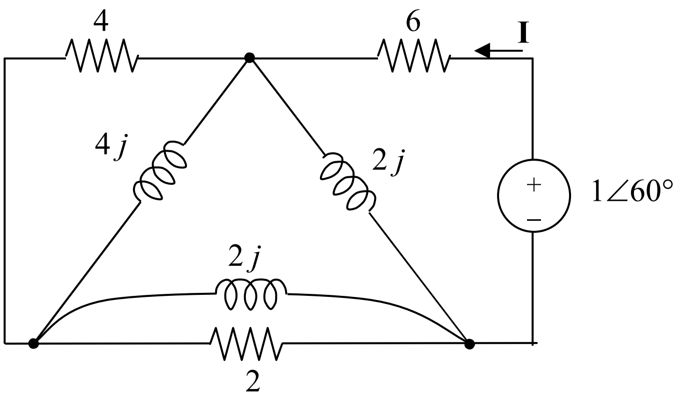
Con la formula del partitore di tensione si ricava:

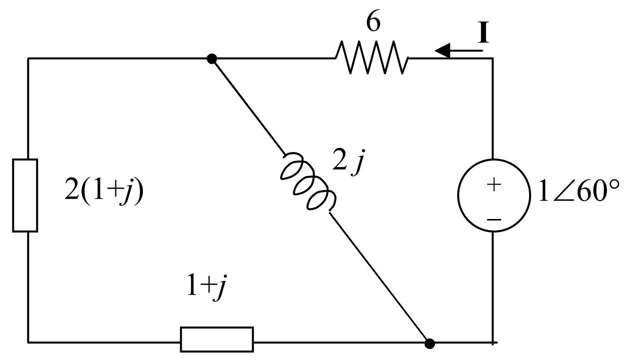
$$\mathbf{V}_o = \frac{10}{3}\;\frac{j}{j - j2 + 4/3} = \frac{j10}{4-j3} = \frac{10}{\sqrt{16+9}}\angle(90°+36{,}87°) \cong 2\angle 127°$$

9.26
Con la trasformazione stella –triangolo si ottiene lo schema sotto a sinistra. Le formule sono:

$$\mathbf{Y}_a = \frac{\mathbf{Y}_1\mathbf{Y}_3}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3} = \frac{(-j)(-j)}{-4j} = \frac{1}{4j}$$

$$\mathbf{Y}_b = \mathbf{Y}_c = \frac{(-j)(-2j)}{-4j} = \frac{1}{2j}$$





Combinando le impedenze dei bipoli in parallelo abbiamo:

$$\mathbf{Z}_{p1} = \frac{4\times 4j}{4+4j} = \frac{4j}{1+j} = \frac{4j(1-j)}{2} = 2(1+j)$$

$$\mathbf{Z}_{p2} = \frac{2\times 2j}{2+2j} = \frac{2j}{1+j} = \frac{2j(1-j)}{2} = 1+j$$

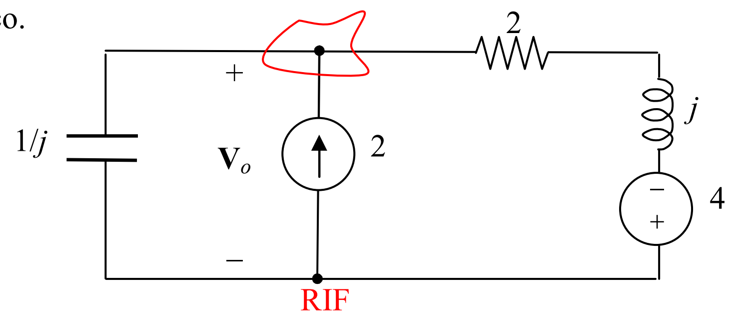
Lo schema risultante è mostrato sopra a destra. Infine, calcolando l'impedenza vista dal generatore:

$$\mathbf{Z}_{eq} = 6+[3(1+j)//2j] = 6+\frac{(1+j)6j}{3+5j} = \frac{12(1+3j)}{3+5j}$$

$$\mathbf{I} = \frac{e^{j60°}}{\mathbf{Z}_{eq}} = e^{j60°}\frac{3+5j}{12(1+3j)} = \frac{\sqrt{34}}{12\sqrt{10}}\angle \tan^{-1}(5/3) - \tan^{-1}(3) + 60° \cong 0{,}153\angle 47{,}5° \text{ A}$$

9.27

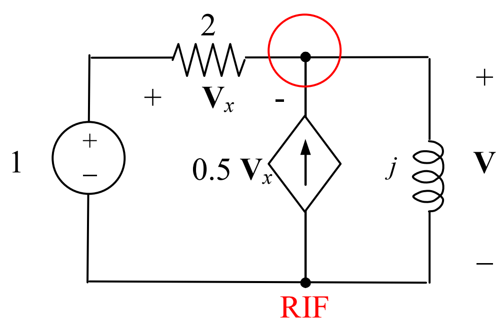
Circuito simbolico.



LKC : $\quad jV_o + \dfrac{V_o+4}{2+j} = 2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V}_o = 1 \Rightarrow v_o(t) = \cos(t)$ V

9.28

Applicando il *principio di sostituzione* il circuito simbolico si riduce al seguente.

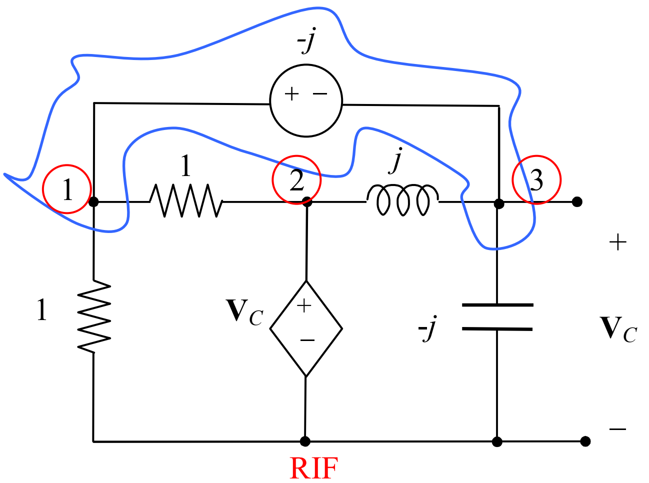


LKC: $$\frac{1-\mathbf{V}}{2}+0{,}5(1-\mathbf{V})=\frac{\mathbf{V}}{j}$$

Soluzione : $$\mathbf{V}=\frac{1}{1-j}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle 45° \Rightarrow \qquad v(\mathrm{t})=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos(5t+45°)\ \mathrm{V}$$

9.29

Il circuito simbolico è mostrato di seguito, con il super-nodo.



LKC super-nodo: $$\mathbf{V}_1+\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2+\frac{\mathbf{V}_3-\mathbf{V}_2}{j}+j\mathbf{V}_3=0$$

vincolo: $$\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_3=-j$$

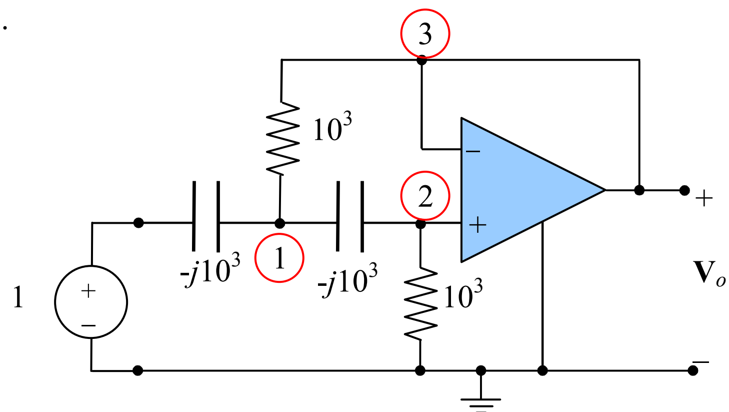
Inoltre $\mathbf{V}_2$=$\mathbf{V}_3$=$\mathbf{V}_C$. Sostituendo nella prima equazione:

$$2\mathbf{V}_C-2j-\mathbf{V}_C+j\mathbf{V}_C=0$$

Soluzione: $$\mathbf{V}_C=\frac{2j}{1+j}=\sqrt{2}\angle 90°\text{- }45° \;\Rightarrow\; v_{\mathrm{C}}(\mathrm{t})=\sqrt{2}\cos(10t+45°)\ \mathrm{V}$$

9.30

Circuito simbolico.



Analisi nodale. E' sufficiente scrivere le equazioni LKC per i nodi 1 e 2.

nodo 1: $$\frac{(\mathbf{V}_1-1)j}{10^3}+\frac{j(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)}{10^3}+\frac{\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_3}{10^3}=0$$

nodo 2: $$\frac{j(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)}{10^3}=\frac{\mathbf{V}_2}{10^3}$$

Inoltre $\mathbf{V}_3$=$\mathbf{V}_2$ =$\mathbf{V}_o$. Sostituendo:

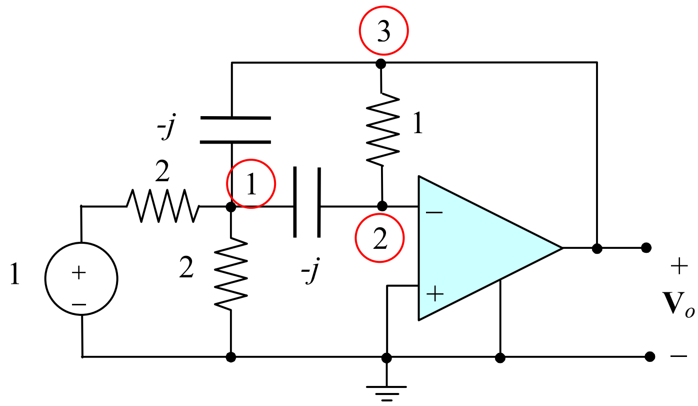
$$\begin{bmatrix}1+2j & -1-j\\ j & -1-j\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{V}_1\\ \mathbf{V}_o\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}j\\ 0\end{bmatrix}$$

Soluzione: $$\mathbf{V}_o=\frac{\begin{vmatrix}1+2j & j\\ j & 0\end{vmatrix}}{-2j}=\frac{j}{2}=0{,}5\ \angle 90°$$

$$v_o(t)=-\,0{,}5\ \mathrm{sen}\ (10^3\ t\ )\ \mathrm{V}$$

9.31

Circuito simbolico.



Analisi nodale. E' sufficiente scrivere le equazioni LKC per i nodi 1 e 2.

nodo 1: $$\frac{\mathbf{V}_1-1}{2}+\frac{\mathbf{V}_1}{2}+j(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)+j(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_3)=0$$

nodo 2: $$j(\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2)=\mathbf{V}_2-\mathbf{V}_3$$

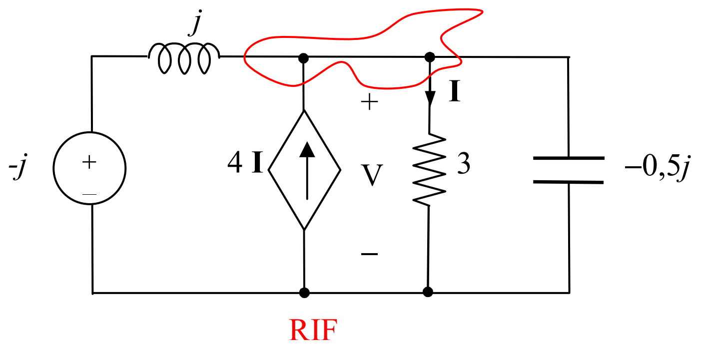
Inoltre $\mathbf{V}_3$=$\mathbf{V}_o$ e $\mathbf{V}_2$=0. Sostituendo:

$$\begin{bmatrix}2+4j & -2j\\ j & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{V}_1\\ \mathbf{V}_o\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}$$

Soluzione: $$\mathbf{V}_o = \frac{\begin{vmatrix} 2+4j & 1 \\ j & 0 \end{vmatrix}}{4j} = -\frac{1}{4} = 0{,}25\ \angle 180°$$

$$v_0(t) = -\ 0{,}25\cos(t)\ \text{V}$$

9.32
Circuito simbolico.

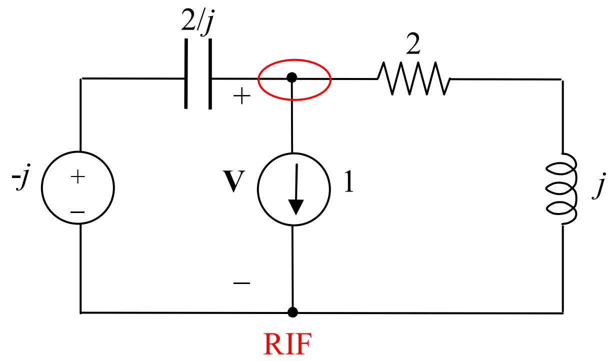


Equazione LKC: $$\frac{\mathbf{V}+j}{j} + \frac{\mathbf{V}}{3} + 2j\mathbf{V} = 4\frac{\mathbf{V}}{3}$$

Soluzione: $$\mathbf{V} = \frac{j}{1+j} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{3} = \frac{j}{3(1+j)} = \frac{1}{3\sqrt{2}}\angle 90° - 45°$$

$$i(\text{t}) = \frac{1}{3\sqrt{2}}\cos(10\,t + 45°)\ \text{A}$$

9.34
Circuito simbolico.



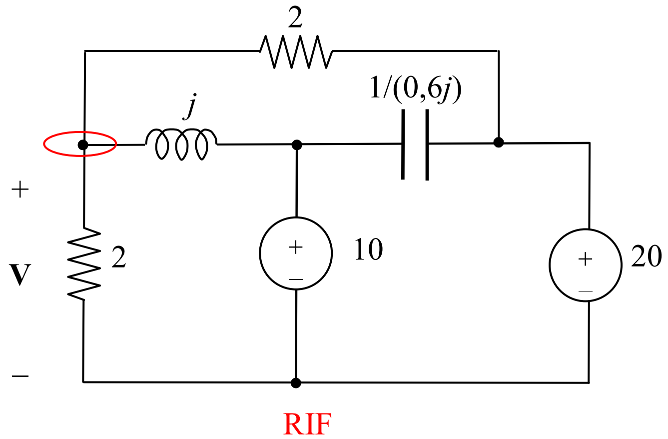
Equazione LKC:

$$\frac{(\mathbf{V}+j)j}{2} + \frac{\mathbf{V}}{2+j} + 1 = 0$$

Soluzione: $$\mathbf{V} = -\frac{2+j}{1+j2} = 1\angle\tan^{-1}(\tfrac{1}{2}) - \tan^{-1}(2) + 180° = 1\angle 143°\ \text{V}$$

$$v(t) = \cos(2\times 10^3\ t + 143°)\ \text{V}$$

9.35
Circuito simbolico.

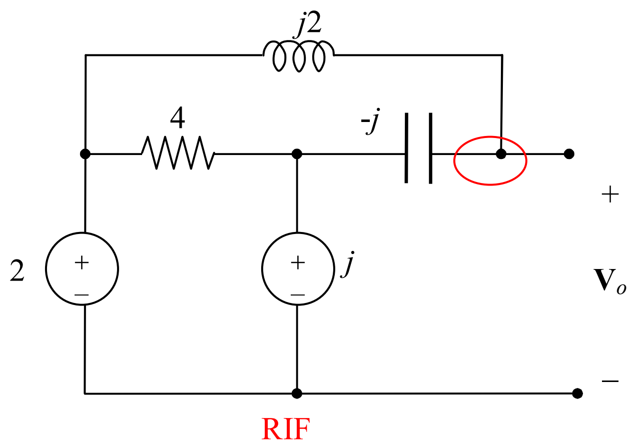


Equazione LKC:

$$\frac{\mathbf{V}}{2}+\frac{\mathbf{V}-10}{j}+\frac{\mathbf{V}-20}{2}=0$$

Soluzione: $\mathbf{V}=10 \quad \Rightarrow \quad v(\mathrm{t}) = 10\cos(10^3\, t)$ V

9.36
Circuito simbolico.



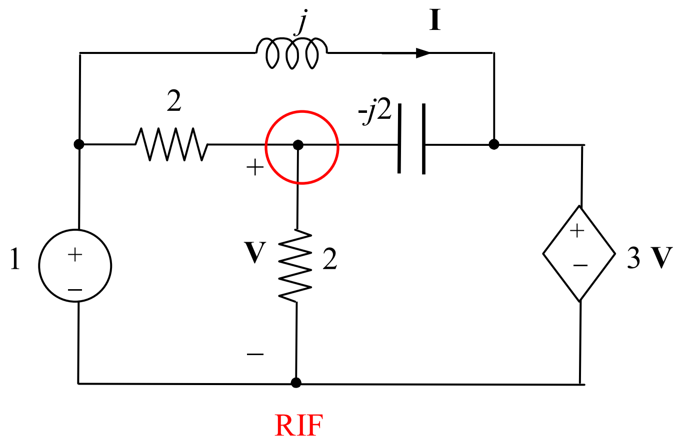
Equazione LKC:

$$\frac{\mathbf{V}_o - j}{-j}+\frac{\mathbf{V}_o - 2}{j2}=0$$

Soluzione: $\mathbf{V}_o = -2(1-j) = 2\sqrt{2}\,\angle 180° \text{- } 45° \quad \Rightarrow \quad v(t) = 2\sqrt{2}\,\cos(10^3\, t + 135°)$ V

9.37

Circuito simbolico.



Equazione LKC:

$$\frac{\mathbf{V}-1}{2}+\frac{\mathbf{V}}{2}+\frac{j(\mathbf{V}-3\mathbf{V})}{2}=0$$

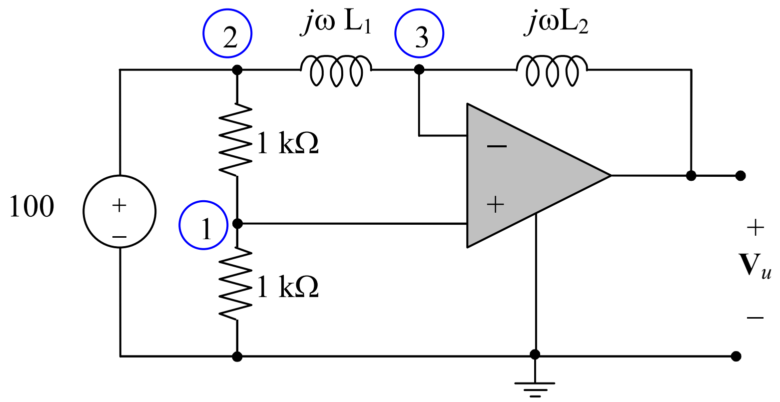
Soluzione: $\mathbf{V}=\dfrac{1}{2(1-j)}$

$$\mathbf{I}=\frac{1-3\mathbf{V}}{j}=\frac{-(1+2j)}{2(1+j)}=\sqrt{\frac{5}{8}}\angle\tan^{-1}(2)+180-\tan^{-1}(1)=\sqrt{\frac{5}{8}}\angle 198{,}4°$$

$$i(t)=\sqrt{5/8}\cos(10^3\,t+198.4°)\text{ A}$$

9.38

Circuito simbolico.



I due resistori da 1 kΩ costituiscono un partitore di tensione (hanno la stessa corrente); inoltre $\mathbf{V}_2$ = 100. Tenendo conto del c.c. virtuale abbiamo: $\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_3$ = 50. La LKC al nodo 3 fornisce

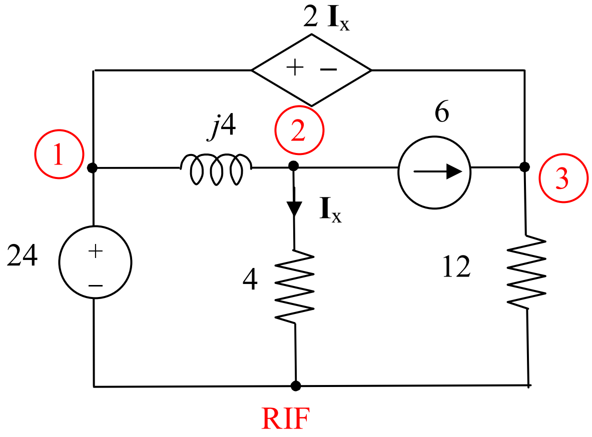
$$(100-50)/(j\omega L_1) = (50-\mathbf{V}_u)/(j\omega L_2)$$

da cui

$$\mathbf{V}_u = 50\,(L_1 - L_2)/L_1$$

Pertanto la tensione è nulla in ogni istante se $L_1 = L_2$.

9.39
Circuito simbolico.



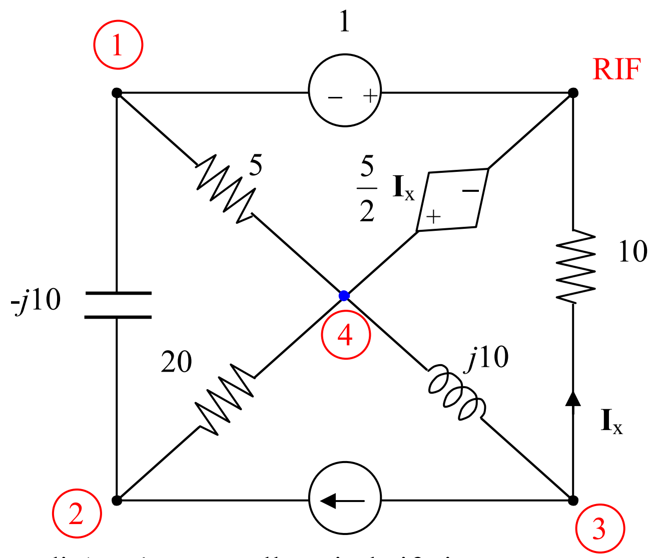
Analisi nodale. Il nodo 1 è collegato al riferimento attraverso il generatore di tensione. Il nodo 3 è collegato al riferimento attraverso la serie di due generatori di tensione. Pertanto, è sufficiente scrivere l'equazione LKC per il nodo 2:

$$\frac{\mathbf{V}_2 - 24}{j4} + \frac{\mathbf{V}_2}{4} + 6 = 0$$

Il vincolo del generatore controllato non è necessario perché l'equazione LKC ha una sola incognita. La soluzione è

$$\mathbf{V}_2 = \frac{24(1-j)}{1+j} \qquad \Rightarrow \mathbf{I}_x = \frac{\mathbf{V}_2}{4} = 6\angle\text{-}90° \Rightarrow \qquad i_x(t) = 6\ \text{sen}(\omega t)\ \text{A}$$

9.40
Circuito simbolico.



Analisi nodale. I nodi 1 e 4 sono collegati al riferimento attraverso generatori di tensione, quindi scriviamo le equazioni LKC solo per i nodi 2 e 3.

nodo 2 $$\frac{\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_4}{20} + \frac{\mathbf{V}_2 - 1}{-j10} = 1$$

nodo 3 $$\frac{\mathbf{V}_3}{10}+\frac{\mathbf{V}_3-\mathbf{V}_4}{j10}=-1$$

vincolo $$\mathbf{V}_4=\frac{5}{2}\mathbf{I}_x=\frac{5}{2}\frac{\mathbf{V}_3}{10}=\frac{\mathbf{V}_3}{4}$$

Sostituendo il vincolo nell'equazione del nodo 3 si ottiene l'equazione seguente

$$\frac{\mathbf{V}_3}{10}+\frac{\mathbf{V}_3}{j10}-\frac{\mathbf{V}_3}{j40}=-1$$

da cui si ricava

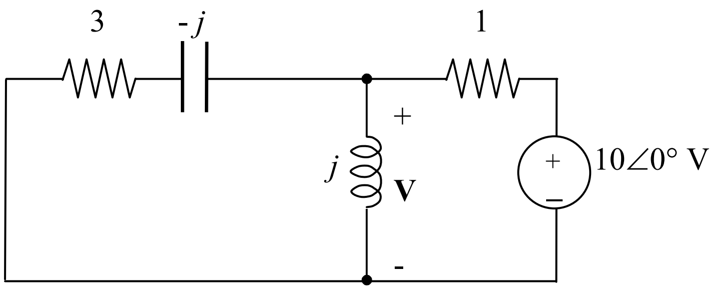
$$\mathbf{V}_3=\frac{-j40}{3+j4} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_x=\frac{\mathbf{V}_3}{10}=\frac{-j4}{3+j4}=\frac{4}{5}\angle -90°-\tan^{-1}(4/3)\cong\frac{4}{5}\angle -143°$$

$$i_x(t) = (4/5)\cos(10t - 143°)\ \text{A}$$

9.41

Si lascia in funzione un generatore alla volta.

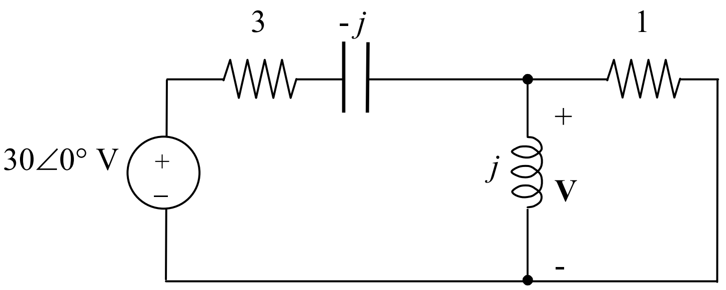
(1)



$$\mathbf{Z}=j//(3-j)=\frac{1+j3}{3}$$

$$\mathbf{V}=10\frac{\mathbf{Z}}{\mathbf{Z}+1}=10\frac{1+j3}{4+j3}$$

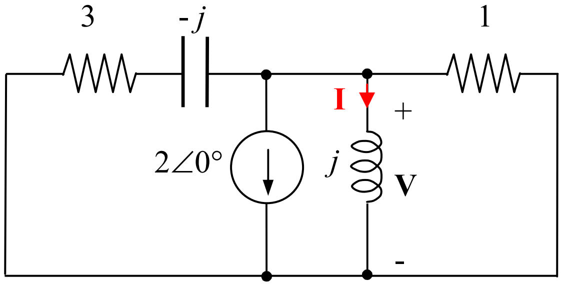
(2)



$$\mathbf{Z}=j//1=\frac{j}{1+j}$$

$$\mathbf{V}=30\frac{\mathbf{Z}}{\mathbf{Z}+3-j}=\frac{30j}{4+j3}$$

(3)



$$\mathbf{I} = -2\frac{\frac{1}{j}}{\frac{1}{j}+1+\frac{1}{3-j}} = -2\frac{3-j}{4+j3} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V} = j\mathbf{I} = -2\frac{1+j3}{4+j3}$$

Sommando i tre fasori :

$$\mathbf{V} = 10\frac{1+j3}{4+j3}+\frac{30j}{4+j3}-2\frac{1+j3}{4+j3}=\frac{8+j54}{4+j3}=\frac{\sqrt{64+54^2}}{5}\angle \tan^{-1}(54/8) - \tan^{-1}(3/4) = 10{,}92 \angle 44{,}7°$$

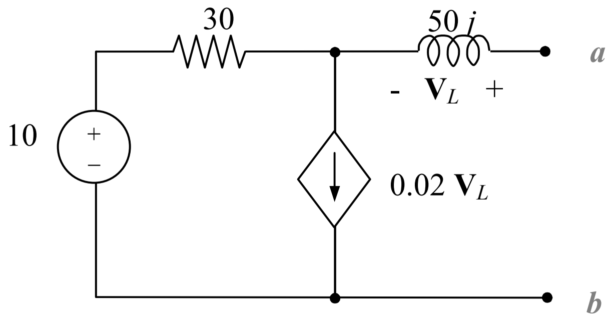
9.42

Il resistore e il condensatore in parallelo equivalgono ad un bipolo di impedenza $\mathbf{Z}_p = \frac{-8j}{1-j} = 4 - j4\,\Omega$; il bipolo non è percorso da corrente pertanto ha tensione nulla. La tensione a vuoto è la tensione del resistore da 20 Ω: $\mathbf{V}_T = 5{\times}20/25 = 4$ V.

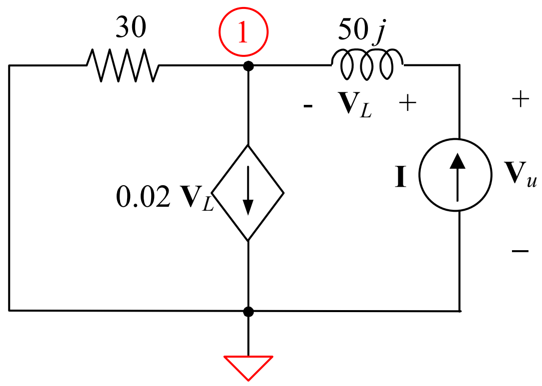
L'impedenza di Thevenin è: $\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_p + 5 // 20 = 4 - j4 + 4 = 8 - j4\,\Omega$.

9.43

Tensione a vuoto. I morsetti sono aperti quindi $\mathbf{V}_L = 0$, ed è nulla la corrente del generatore controllato. Per la LKC è nulla anche la corrente nel resistore: $\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{V}_T = 10$ V.



Impedenza equivalente. Il circuito è mostrato di seguito. La tensione $\mathbf{V}_L$ è uguale a $50j\mathbf{I}$.

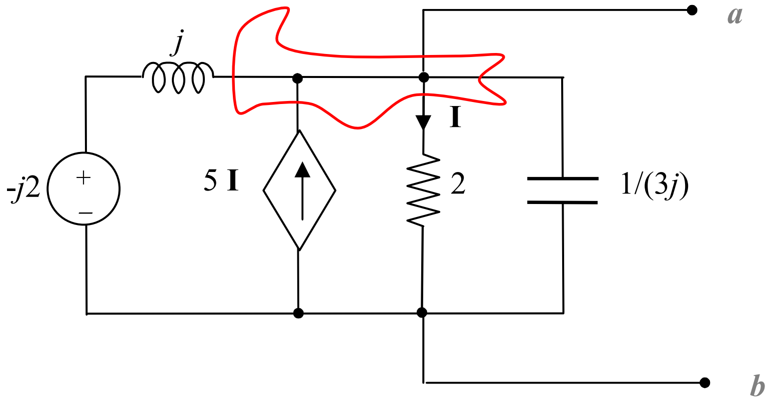


LKC nodo 1: $\frac{\mathbf{V}_1}{30} + 0{,}02 \times 50\,j\mathbf{I} = \mathbf{I} \;\Rightarrow\; \mathbf{V}_1 = (30 - j30)\mathbf{I}$

$$\mathbf{V}_u = 50\,j\mathbf{I} + \mathbf{V}_1 = (30 + j20)\mathbf{I} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{Z}_\mathrm{T} = 30 + j20\ \Omega$$

9.44

Tensione a vuoto. Circuito simbolico con i morsetti aperti.

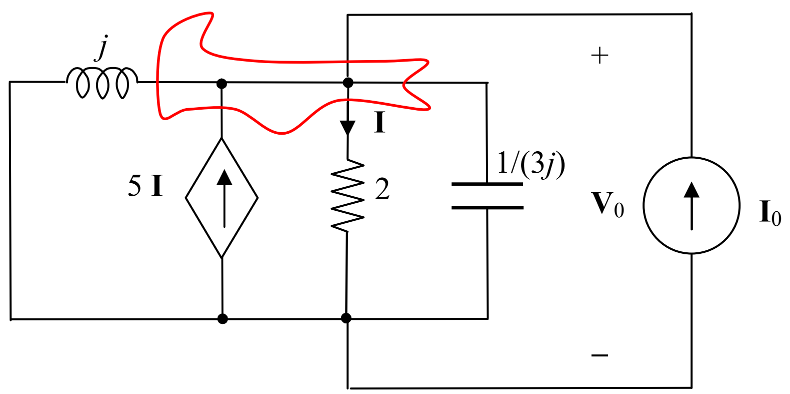


Applicando la LKC alla linea chiusa si scrive l'equazione:

$$\frac{\mathbf{V}_{ab} + j2}{j} + \frac{\mathbf{V}_{ab}}{2} + j3\mathbf{V}_{ab} = 5\frac{\mathbf{V}_{ab}}{2}$$

Soluzione: $\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{V}_T = \frac{j}{1+j} = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle 45°$

Impedenza equivalente. IL circuito simbolico è mostrato di seguito.



Applicando la LKC alla linea chiusa si scrive l'equazione:

$$\frac{\mathbf{V}_0}{j} + \frac{\mathbf{V}_0}{2} + j3\mathbf{V}_0 = 5\frac{\mathbf{V}_0}{2} + \mathbf{I}_0$$

Soluzione: $\mathbf{V}_0 = -\frac{1+j}{4}\mathbf{I}_0 \;\Rightarrow \mathbf{Z}_T = -\frac{1+j}{4}$

9.46

L'impedenza del bipolo ha la seguente espressione:

$$\mathbf{Z} = R + j\omega L // \frac{1}{j\omega C} + R = 2R + \frac{j\omega L \dfrac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}} = 2R + \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}$$

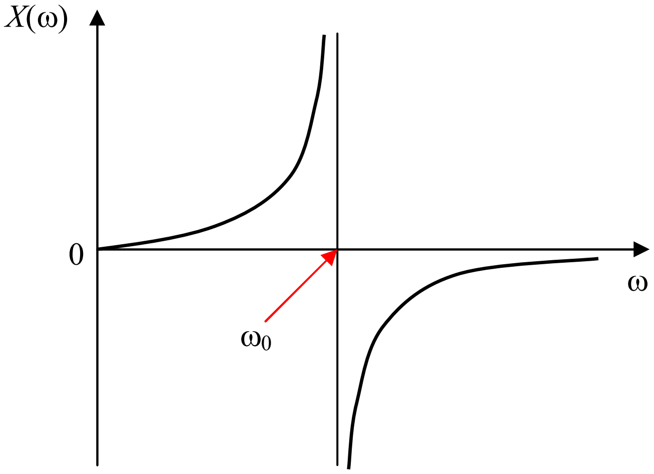
La reattanza è la parte immaginaria:

$$X(\omega) = \frac{\omega L}{1-\omega^2 LC}$$

Si annulla per $\omega=0$ e per $\omega\to\infty$; ha un asintoto verticale in $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, valore per cui il denominatore si annulla. Per $\omega < \omega_0$, X>0, per $\omega > \omega_0$, X<0. La differenza di fase $\theta_V - \theta_I$ è pari all'angolo dell'impedenza

$$\angle Z = \tan^{-1}\frac{X(\omega)}{2R}$$

La corrente è in anticipo sulla tensione se $\theta_V < \theta_I$ ovvero se $X(\omega) < 0$, quindi per $\omega>\omega_0$. Per tali frequenze il bipolo è di tipo capacitivo.



9.48

La corrente **I** è in fase con la tensione del generatore se il bipolo collegato al generatore è di tipo resistivo, ovvero ha impedenza reale. Poiché i bipoli sono in parallelo conviene considerare l'ammettenza, che dovrà essere anch'essa reale:

$$\mathbf{Y} = j\omega C + \frac{1}{8+j10} = j\omega C + \frac{8-j10}{164}$$

La parte immaginaria si annulla se

$$\omega C = \frac{10}{164} \qquad \Rightarrow \qquad C = \frac{10}{164\times 2\pi 50} = 0{,}194 \text{ mF}$$

9.50

L'impedenza è

$$\mathbf{Z} = (2 // j0{,}1) + \frac{1}{j} = \frac{0{,}2j(2-j0{,}1)}{4+0{,}01} - j \cong 0{,}005 - j0{,}9$$

La parte immaginaria è negativa quindi il bipolo è capacitivo.

9.52

L'impedenza vista dal generatore è $\mathbf{Z} = 8 + \frac{1}{\mathbf{Y}_p}$ Ω, dove

$$\mathbf{Y}_p = j100\pi C + \frac{1}{20 + j10\pi} = j100\pi C + \frac{20 - j10\pi}{400 + 100\pi^2}$$

La parte immaginaria si deve annullare affinché v_s ed i siano in fase:

$$100\pi C = \frac{10\pi}{400 + 100\pi^2} \Rightarrow \qquad C = \frac{1}{4 + \pi^2}\ \text{mF} \cong 72\ \mu\text{F}$$

9.53

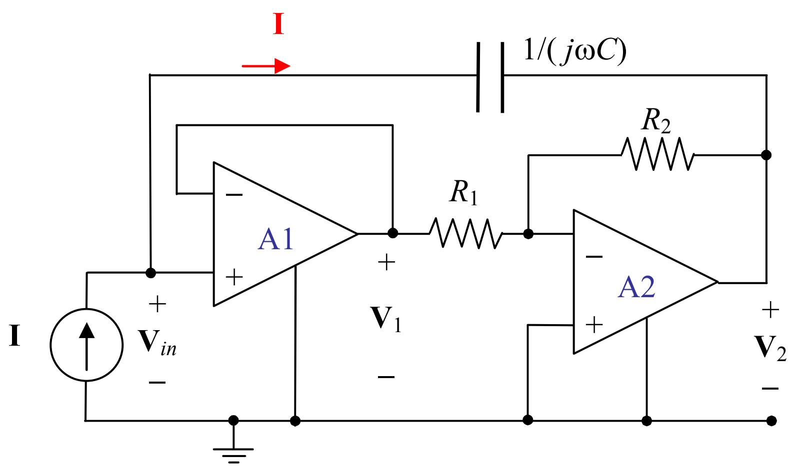
I due bipoli in parallelo hanno la stessa tensione, quindi avranno la stessa ampiezza della corrente solo se le impedenze hanno lo stesso modulo. Poiché le impedenze hanno la stessa parte reale, i moduli coincidono se sono uguali le reattanze in valore assoluto:

$$4\omega = \frac{10^6}{\omega} \qquad \Rightarrow \qquad \omega = \frac{10^3}{2} = 500\ \text{rad/s}$$

Si noti che le due correnti non possono essere uguali perché le due reattanze hanno segno opposto.

9.55

Il circuito simbolico per determinare l'impedenza equivalente è mostrato di seguito.



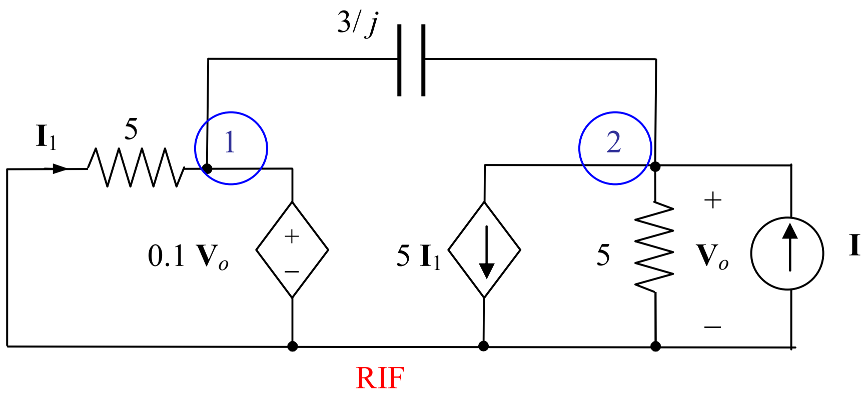
Per la proprietà di c.a. virtuale, la corrente **I** scorre nel condensatore. Il primo operazionale funziona da *inseguitore*, quindi $\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{in}$. Il secondo operazionale con le resistenze costituisce un *amplificatore invertente*, quindi $\mathbf{V}_2 = -(R_2/R_1)\,\mathbf{V}_{in}$. La tensione ai capi del condensatore è $\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_{in} - \mathbf{V}_2$. Utilizzando queste proprietà si ricava:

$$\mathbf{I} = j\omega C(\mathbf{V}_{in} - \mathbf{V}_2) = j\omega C\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\mathbf{V}_{in}$$

Questa è la relazione caratteristica in regime sinusoidale di un condensatore di capacità $C(1+R_2/R_1)$.

9.56

Si spegne il generatore indipendente di tensione e si applica un generatore indipendente di corrente ai morsetti A,B.



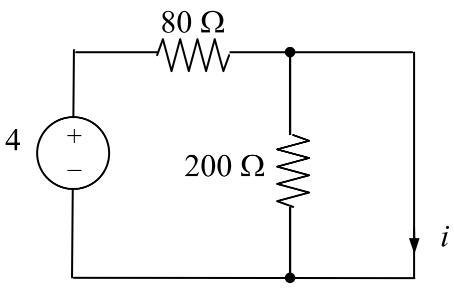
LKC nodo 2 $\quad 5\mathbf{I}_1 + \dfrac{\mathbf{V}_o}{5} + (\mathbf{V}_o - 0.1\mathbf{V}_o)\dfrac{j}{3} = \mathbf{I}$

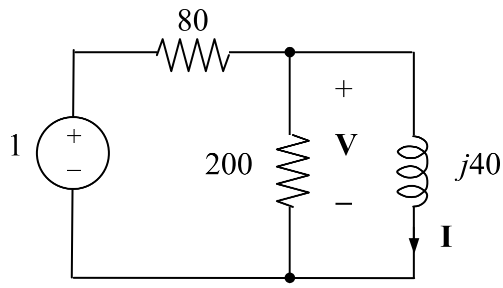
dove $\quad \mathbf{I}_1 = (-0.1\mathbf{V}_o)/5$

Soluzione: $\quad \mathbf{V}_o = \mathbf{I}(1 - j3) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{Z} = 1 - j3\ \Omega$

9.57

Il generatore ha due componenti, una costante e l'altra sinusoidale. Sotto sono mostrati il circuito equivalente in regime costante e il circuito simbolico in regime sinusoidale (ω=10^3 rad/s).





Dal primo si ricava i = 4/80 = 0,05 A. Dal secondo, con il teorema di Millman, si ricava:

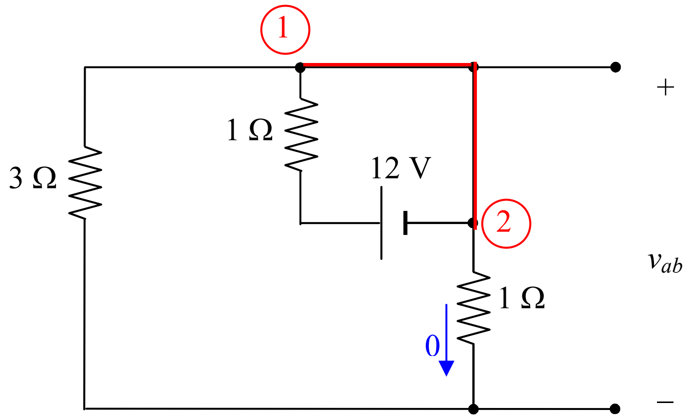
$$\mathbf{V} = \frac{1/80}{\dfrac{1}{80} + \dfrac{1}{200} + \dfrac{1}{j40}} = \frac{j5}{10 + j7} \Rightarrow \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{j40} = \frac{1}{8(10 + j7)}$$

$$|\mathbf{I}| \cong 0{,}01\ \text{A} \qquad \angle\mathbf{I} \cong -35°$$

Infine $i(t) = 0.05 + 0.01\cos(10^3\, t - 35°)$ A.

9.58

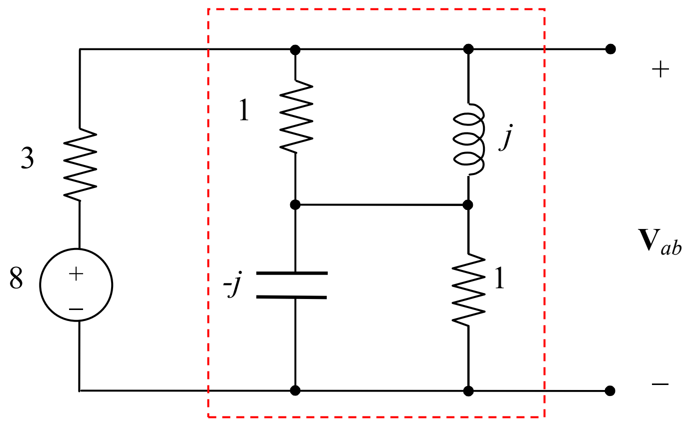
Sovrapposizione di un regime costante e di un regime sinusoidale (ω = 100 rad/s). Il circuito in regime costante è mostrato di seguito. I nodi 1 e 2 hanno lo stesso potenziale; la serie dei resistori da 1 Ω e 3 Ω è cortocircuitata quindi non hanno corrente. Pertanto $v_{ab} = 0$.



Il circuito simbolico per ω = 100 è mostrato di seguito. Possiamo combinare le quattro impedenze nel riquadro ottenendo l'impedenza equivalente:

$$\mathbf{Z} = (1 // j) + (1 // -j) = \frac{j}{1+j} - \frac{j}{1-j} = 1\ \Omega$$

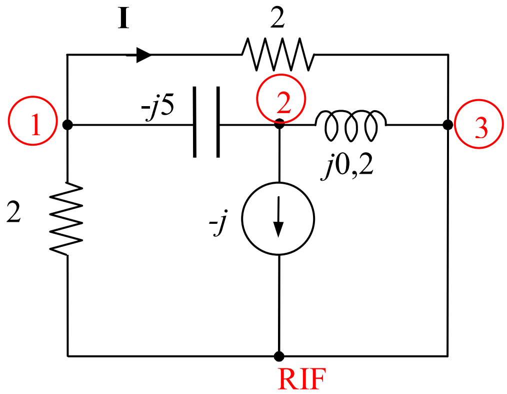
Quindi $\mathbf{V}_{ab} = 8\frac{1}{3+1} = 2$. La soluzione è $v_{ab}(t) = 2\cos(100t)\,\mathrm{V}$.



9.59

Abbiamo due regimi sinusoidali: ω = 200 rad/s, ω=10^3 rad/s.

ω = 200 rad/s. Il circuito simbolico è riportato accanto.



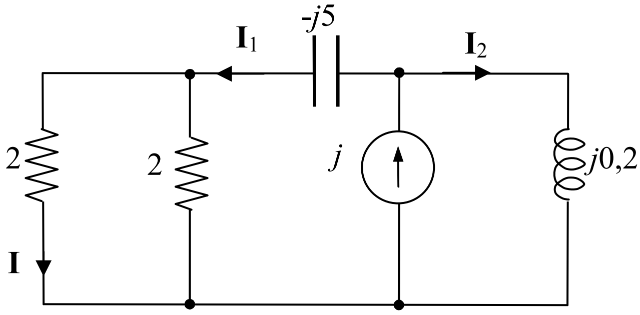
Il nodo 3 ha il potenziale di riferimento. Si scrivono le equazioni LKC per gli altri due nodi:

nodo 1 $$\frac{V_1}{2} + \frac{(V_1 - V_2)j}{5} + \frac{V_1}{2} = 0$$

nodo 2 $\qquad \frac{(V_1 - V_2)j}{5} = \frac{V_2}{j0{,}2} - j$

Si ricava $\mathbf{V}_1 = \frac{-1}{5 - j24} \Rightarrow \mathbf{I} = \mathbf{V}_1/2 = \frac{-1}{10 - j48}$.

Altro metodo. Il circuito equivale al seguente.



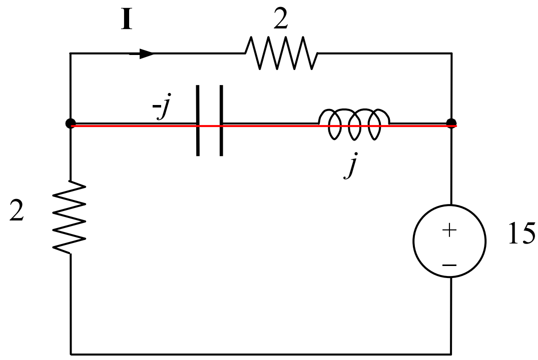
Con la formula del partitore di corrente si ricava:

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2}\mathbf{I}_1 = \frac{1}{2}j\frac{j0{,}2}{j0{,}2 + 1 - j5} = \frac{-1}{10 - j48} = 0{,}02\angle\tan^{-1}(4{,}8)\pm 180°$$

$$i(t) = 0{,}02\cos(200\,t - 101{,}7°)\ \text{A}$$

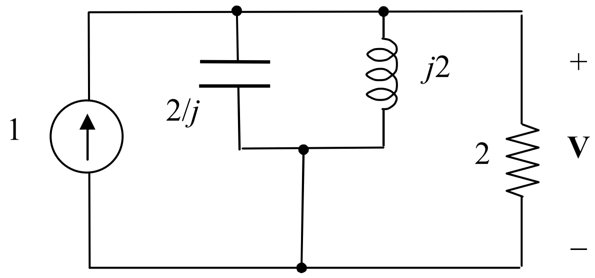
$\omega = 10^3$ rad/s.

La serie L-C ha impedenza *j-j* = 0, ovvero equivale ad un corto circuito; pertanto la corrente nel resistore in alto è nulla. La risposta a regime richiesta è data dall'espressione precedente.



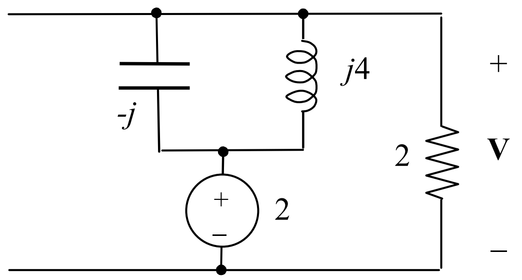
9.60

- Circuito simbolico per ω = 500 rad/s.



Il parallelo L//C ha ammettenza $\mathbf{Y} = \frac{j}{2} + \frac{1}{j2} = 0$ perciò equivale ad un circuito aperto. La corrente nel resistore è 1 quindi **V**=2 e $v(t) = 2\cos(500\,t)$ V.

- Circuito simbolico per $\omega = 10^3$ rad/s.



Ponendo $\mathbf{Z} = (-j)//j4$, con la formula del partitore di tensione si ricava

$$\mathbf{V} = 2\frac{2}{2+\mathbf{Z}} = \frac{12j}{6j+4} = \frac{12}{\sqrt{52}}\angle 90° - \tan^{-1}(3/2) \cong 1{,}66\angle\, 33{,}7°$$

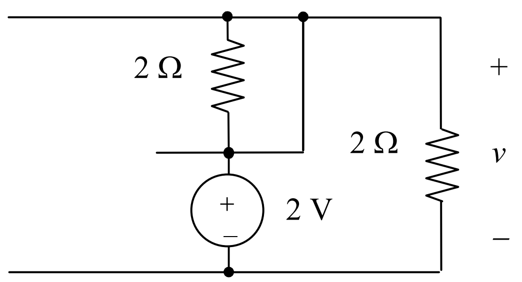
$$v(t) = 1.66 \cos\left(10^3 t + 33.7°\right) \text{ V}$$

La soluzione a regime è la somma delle due componenti sinusoidali.

9.61

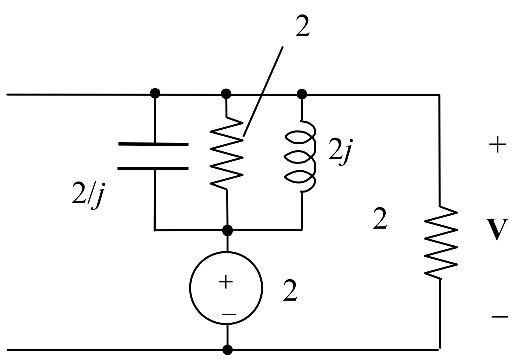
Nel circuito abbiamo tre pulsazioni differenti: 0, 500 e 1000 rad/secondo. Infatti il generatore di tensione può essere visto come la serie di un generatore sinusoidale di pulsazione 500 rad/s e di un generatore costante di 2 V. Pertanto la risposta a regime v(t) consiste di tre contributi.

$\omega = 0$



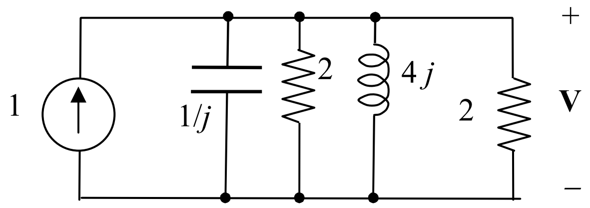
Poiché il resistore in alto è cortocircuitato si ha $v = 2$ V.

$\omega = 500$ rad/s



Considerando l'ammettenza equivalente del parallelo *RLC* si ottiene $\mathbf{Y} = j/2 - j/2 + ½ = ½$ S. Il parallelo equivale al solo resistore di 2 Ω. Quindi con la formula del partitore di tensione: $\mathbf{V} = 1 \Rightarrow v(t) = \cos(500\, t)$ V.

ω = 1000 rad/s



L'ammettenza equivalente del parallelo è

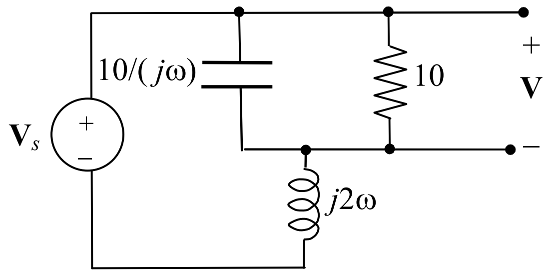
$$\mathbf{Y} = j - 0.25\,j + ½ + ½ = 1 + j0.75 \ \ \text{S}$$

Quindi $\mathbf{V} = 1/\,\mathbf{Y} = \dfrac{1}{1 + j0.75} = \dfrac{4}{4 + j3} \ \Rightarrow \ \ v(t) = \dfrac{4}{5}\cos(1000\,t - \tan^{-1} ¾)$

Infine, la tensione a regime risultante è: $v(t) = 2 + \cos(500\,t) + \dfrac{4}{5}\cos(1000\,t - \tan^{-1} ¾)$ V.

9.62

Per semplificare i calcoli possiamo ricavare il fasore **V** in funzione del fasore $\mathbf{V}_s$ e della pulsazione ω. Sostituendo i valori numerici si ricaveranno i tre contributi. Il circuito simbolico in funzione di ω è mostrato di seguito.



L'impedenza del parallelo R//C è $\mathbf{Z} = \dfrac{10}{1 + j\omega}$. Il fasore della tensione richiesta è:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_s \frac{\mathbf{Z}}{\mathbf{Z} + j2\omega} = \mathbf{V}_s \frac{10}{10 + j2\omega - 2\omega^2}$$

Per ω = 0, $\mathbf{V}_s = 4 \Rightarrow \mathbf{V} = \mathbf{V}_s = 4$ V.

Per ω = 2, $\mathbf{V}_s = \sqrt{5} \Rightarrow \ \mathbf{V} = \sqrt{5}\dfrac{10}{2 + j4} = 5\angle -63{,}4°$.

Per ω = 3, $\mathbf{V}_s = -1 \Rightarrow \ \mathbf{V} = \dfrac{-10}{-8 + j6} = 1\angle 36{,}9°$.

Sommando i tre risultati :

$$v(t) = 4 + 5\cos(2t - 63{,}4°) + \cos(3t + 36{,}9°) \text{ V}$$