11.1

In un circuito trifase con carico equilibrato a stella le correnti di linea si ricavano con le formule (11.11) del libro.

In questo caso l'impedenza è 20+j10 = $\sqrt{500}\angle 26{,}56°$; sostituendo si ricava:

$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z_L} \cong 9{,}84$ A; gli angoli sono -26.56°, -146.56°, 93.44°.

11.2

Il modulo dell'impedenza è 220/2,95 = 74,57 Ω; l'angolo è 57,5°. Pertanto **Z** = 74,57 cos(57,5°) + j 74,57 sen(57,5°) = 40 + j 62,9 Ω.

11.3

La resistenza di linea è in serie all'impedenza di carico che diventa 4+j10 = 10,77∠68° Ω. Quindi $\mathbf{I}_a$ = 20,42∠-68° A rms, $\mathbf{I}_b$ = 20,42∠172° A rms, $\mathbf{I}_a$ = 20,42∠52° A rms.

11.5

L'impedenza di carico è 10+j5 = 11,18∠26,56° Ω. Le correnti di linea sono il triplo di quelle che si avrebbero con il carico a stella, quindi:

$$I_{rms} = 3\frac{V_{rms}}{Z_L} \cong 33{,}5 \text{ A}; \quad \text{gli angoli sono gli stessi -26.56°, -146.56°, 93.44°.}$$

11.7

Con la trasformazione triangolo-stella si ottiene una stella di impedenza 10 – j10 Ω. L'impedenza di linea è in serie, quindi l'impedenza complessiva è 11–j9 = 14,2∠-39,3° Ω. Il valore efficace delle tensioni di fase è 380/$\sqrt{3}$ = 219,4 V. Quindi

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z_L} \cong 15{,}45 \text{ A}; \quad \text{gli angoli sono 39.3°, -80.7°, 159.3°.}$$

11.8

Con la trasformazione triangolo-stella si ottiene una stella di impedenza 1+j Ω. L'impedenza di linea è in serie, quindi l'impedenza complessiva è 2+j = $\sqrt{5}\angle 26{,}56°$ Ω. Il valore efficace delle tensioni di fase è 380/$\sqrt{3}$ = 219,4 V. Quindi

$$I_{rms} = \frac{219{,}4}{\sqrt{5}}; \qquad P = 3\ I_{rms}^2 = 28{,}9 \text{ kW}$$

11.9

Trasformando il triangolo in stella, e collegando le stelle in parallelo, si ottiene una stella equivalente di impedenza (5/3)//(10+j10):

$$\mathbf{Z}_L = \frac{\frac{50}{3}(1+j)}{\frac{5}{3}+10+j10} = \frac{10(1+j)}{7+j6} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{85}}\angle 45°–40{,}6° = 1{,}533\angle 4{,}4° \ \Omega$$

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z_L} \cong 143{,}5 \text{ A}; \qquad \text{gli angoli sono -4.4°, -124.4°, 115.6°.}$$

11.10

Trasformando il triangolo in stella si ottiene un carico a stella con impedenza **Z** = (8+j10π)/3 Ω. Aggiungendo la resistenza di linea in serie si ottiene una stella di impedenza **Z**' = (14+j10π)/3 Ω. Il modulo di **Z**' è 11,46; l'angolo è circa 66°. Con le formule (11.11) del libro si ottiene:

$\mathbf{I}_a = \dfrac{220}{11{,}46}\angle\text{-}66° = 19.2\ \angle\text{-}66°$ A rms, $\mathbf{I}_b = 19.2\ \angle 174°$ A rms, $\mathbf{I}_c = 19.2\ \angle 54°$ A rms]

11.13

Poiché le stelle sono equilibrate, i centri stella sono allo stesso potenziale, quindi le impedenze sono in parallelo: $\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_1 // \mathbf{Z}_2 = 7{,}184\angle 55{,}2°\ \Omega$.

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z_L} \cong 30{,}62 \text{ A}; \qquad \text{gli angoli sono -55.2°, -175.2°, 64.8°.}$$

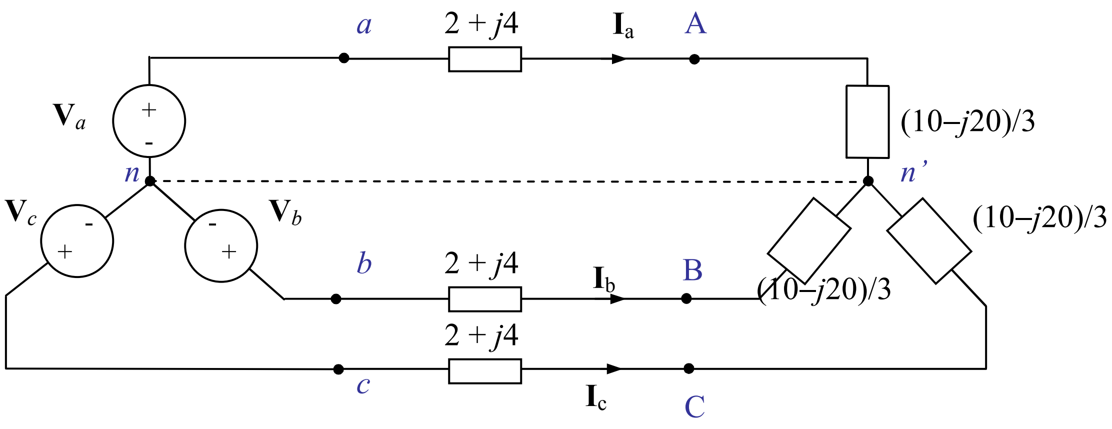
11.14

Alla linea sono collegati una stella ed un triangolo equilibrati. Conviene trasformare il triangolo in stella, con impedenza equivalente $1+j5\ \Omega$. Combinando le stelle in parallelo abbiamo $\mathbf{Z}_L = (1+j5)//(1-j) = 1{,}61\angle{-29{,}74°}\ \Omega$.

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z_L} \cong 136{,}6 \text{ A}; \qquad \text{gli angoli sono 29.74°, -90.26°, 149.74°.}$$

11.15

Le tensioni richieste si ricavano facilmente trasformando il triangolo in stella (figura seguente).



$$\mathbf{I}_a = \frac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_\mathrm{L}} \qquad \mathbf{I}_b = \frac{\mathbf{V}_b}{\mathbf{Z}_\mathrm{L}} \qquad \mathbf{I}_c = \frac{\mathbf{V}_c}{\mathbf{Z}_\mathrm{L}}$$

dove $\mathbf{Z}_\mathrm{L} = 8(2-j)/3\ \Omega$ è la somma delle due impedenze in serie.

La tensione $\mathbf{V}_{AB}$ è

$$\mathbf{V}_{AB} = \frac{10-j20}{3}(\mathbf{I}_a - \mathbf{I}_b) = \mathbf{H}(\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b) = \mathbf{H}\mathbf{V}_{ab}$$

dove $\mathbf{H} = \dfrac{5-j10}{4(2-j)} = \dfrac{5}{4}\angle -36{,}87°$.

Sostituendo l'espressione di $\mathbf{V}_{ab}$ si ricava

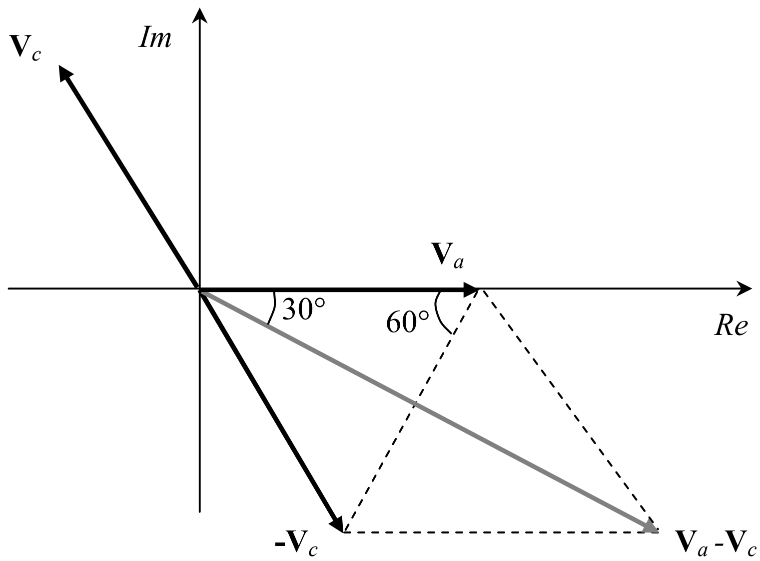
$$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{H}\ \mathbf{V}_{ab} = \frac{5}{4}\sqrt{3} \times 220\angle\ \text{-}36{,}87°+30° \cong 476\angle\text{-}6{,}8° \text{ V } rms$$

Analogamente si ricavano le altre due tensioni.

11.16

Consideriamo ad esempio la corrente $\mathbf{I}_a$; per la LKC abbiamo $\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_{ab} - \mathbf{I}_{ca} = \dfrac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_L} - \dfrac{\mathbf{V}_c}{\mathbf{Z}_L} = \dfrac{\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_c}{\mathbf{Z}_L}$.

Il fasore $\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_c$ può essere ricavato facilmente per via grafica (figura seguente).



Indicando con V_m il modulo dei vettori $\mathbf{V}_a$ e $\mathbf{V}_c$, abbiamo: $\left|\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_c\right| = 2V_m sen(60°) = V_m\sqrt{3}$. Quindi $I_m = \sqrt{3}\dfrac{V_m}{Z_L}$.

11.18

Si usa la formula P = $\sqrt{3}\ V_\ell\ I_\ell$ cos φ. Sostituendo i valori dati abbiamo $I_\ell = \dfrac{20\times10^3}{0{,}7\times250\sqrt{3}} \cong 66$ A.

11.20

$\mathbf{Z}_L = 4 + j10 = 10{,}77\angle 68{,}2°\ \Omega$. I valori efficaci della tensione e della corrente di ogni bipolo sono legati dalla relazione V_f=10,77 I_f, inoltre cos φ = cos (68,2°)= 0,37. La potenza media è

$$P = 3\ V_f I_f\ \cos\varphi = 11{,}95\ I_f^2 = 8\text{ kW} \Rightarrow I_f = 25{,}87\text{ A.}$$

Nel carico a stella $I_\ell = I_f$, mentre $V_\ell = V_f\sqrt{3} = 10{,}77\times25{,}87\times\sqrt{3} = 482{,}6$ V.

11.22

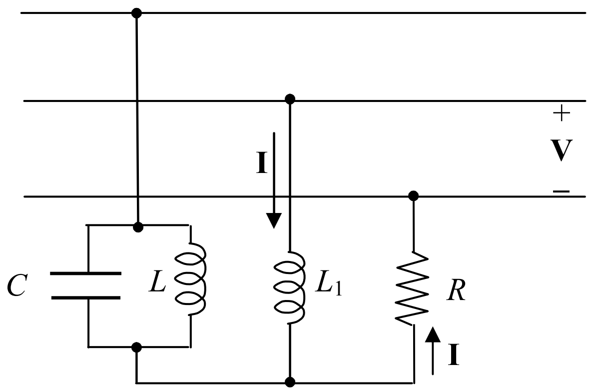
La potenza assorbita dal carico è P = $\sqrt{3}\ V_\ell\ I_\ell$ cos φ ; sostituendo i valori dati si ricava I_ℓ = 168,8 A. La potenza dissipata sulla linea è $3\times0{,}8\times I_\ell^2 = 68{,}4$ kW.

11.23

Il bipolo L//C è in risonanza alla pulsazione di 400 rad/s perciò equivale ad un c. aperto. La corrente **I** è uguale a **V**/(R+$j\omega L_1$); sostituendo i valori dati si ricava

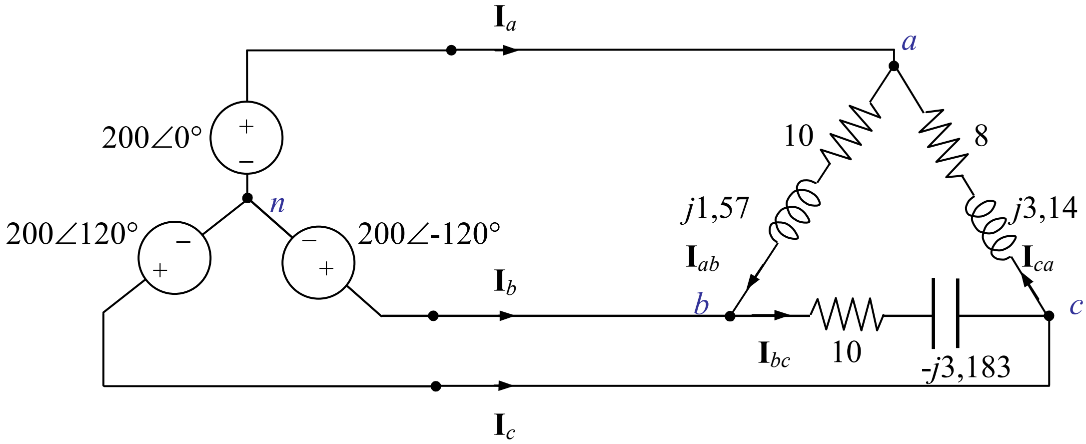
$$I_{rms} = \frac{250}{\sqrt{160^2 + 400^2}} = 0{,}58\text{ A}$$

$$P = RI_{rms}^2 = 53{,}9\text{ W}$$



11.24

Circuito simbolico.



Utilizzando le formule (11.7) del libro si ricavano facilmente le correnti di fase:

$$\mathbf{I}_{ab} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{10 + j1{,}57} = \frac{220\sqrt{3}e^{j30°}}{10 + j1{,}57} = 37{,}64\angle 21° \text{ A rms}$$

$$\mathbf{I}_{bc} = \frac{\mathbf{V}_{bc}}{10 - j3{,}183} = \frac{220\sqrt{3}e^{-j90°}}{10 - j3{,}183} = 36{,}31\angle\text{-}72{,}34° \text{ A rms}$$

$$\mathbf{I}_{ca} = \frac{\mathbf{V}_{ca}}{8 + j3{,}14} = \frac{220\sqrt{3}e^{j150°}}{8 + j3{,}14} = 44{,}34\angle 128{,}57° \text{ A rms}$$

Quindi le correnti di linea si ricavano con la LKC:

$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_{ab} - \mathbf{I}_{ca}$ = 37,64 cos(21°) – 44,34 cos(21°) + j[37,64 sen(21°) – 44,34 sen(128,57°)]
= 62,78 - j 21,18 = 66,25∠-18,64° A rms

$\mathbf{I}_b = \mathbf{I}_{bc} - \mathbf{I}_{ab}$ = 36,31 cos(-72,34°) – 37,64 cos(21°) + j[36,31 sen(-72,34°) – 37,64 sen(21°)]
= -24,12 - j 48 = 53,7∠-116,7° A rms

$\mathbf{I}_c = \mathbf{I}_{ca} - \mathbf{I}_{bc}$ = 44,34 cos(128,57°) – 36,31 cos(-72,34°) + j[44,34 sen(128,57°) – 36,31 sen(-72,34°)]
= -38,66 + j 69,26 = 79,3∠119,2° A rms

11.25

Le correnti di linea si ricavano facilmente con la legge di Ohm:

$$\mathbf{I}_a = \frac{\mathbf{V}_a}{1-j} = \frac{220}{1-j} = 110(1+j)$$

$$\mathbf{I}_b = \frac{\mathbf{V}_b}{2+j4} = \frac{220e^{-j120°}}{2+j4} = \frac{220}{10}(1-j2)\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{110}{10}(1-j2)(1+j\sqrt{3})$$

$$\mathbf{I}_c = \frac{\mathbf{V}_c}{3+j6} = \frac{220e^{j120°}}{3+j6} = \frac{220}{15}(1-j2)\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{110}{15}(1-j2)(1-j\sqrt{3})$$

Infine con la LKC si ottiene:

$$\mathbf{I}_n = -(\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c) \cong 161\angle\text{-}119° \text{ A rms}$$

11.26

La capacità di rifasamento per una stella di condensatori si ricava con la formula (11.39a) del libro:

$$C_S = \frac{P_u(\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2)}{\omega V_\ell^2}$$

Abbiamo: $\tan\varphi_1 = Q/P_u = 0{,}8$; $\varphi_2 = \cos^{-1}(0{,}9) = 25{,}84° \Rightarrow \tan\varphi_2 = 0{,}484$:

$$C_S = \frac{10^4(0{,}8-0{,}484)}{100\pi 380^2} = 69{,}6\ \mu\text{F}$$

Nel caso del triangolo la capacità è un terzo di C_S.