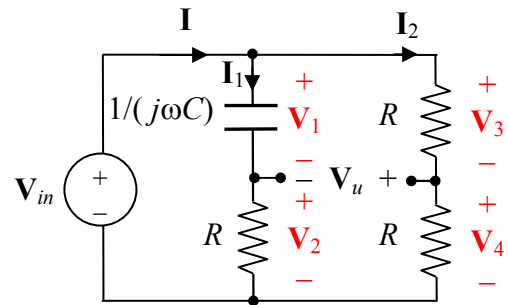


13.1

Il circuito è un ponte; la soluzione può essere ricavata considerando i due partitori di tensione (R-R e R-C):

$$\mathbf{V}_u = \mathbf{V}_4 - \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_{in} \left(\frac{R}{2R} - \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \right)$$

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_u}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{1}{2} - \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$



13.2

Oltre alla funzione ricavata nell'esercizio precedente, abbiamo altre sette funzioni di rete:

$$\mathbf{H}_1(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad \mathbf{H}_2(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$\mathbf{H}_3 = \frac{\mathbf{V}_3}{\mathbf{V}_{in}} = \mathbf{H}_4 = \frac{\mathbf{V}_4}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{1}{2}$$

$$\mathbf{Y}_1(j\omega) = \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega C}{1 + j\omega RC} \quad \mathbf{Y}_2 = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{1}{2R}$$

$$\mathbf{Y}_{in}(j\omega) = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{2R} = \frac{1 + j\omega 3RC}{2R(1 + j\omega RC)}$$

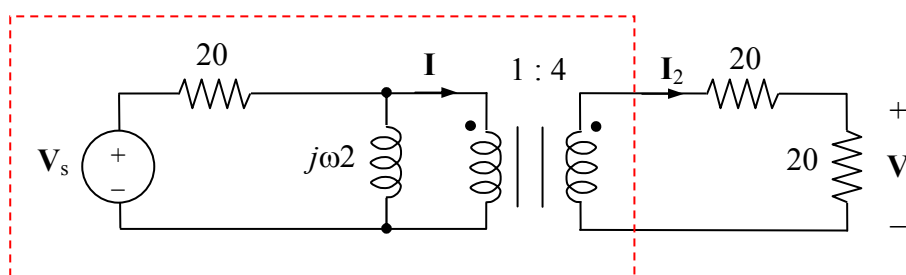
13.4

Considerando il partitore di corrente si ricava la corrente \mathbf{I} nella resistenza R :

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_s \frac{2R}{2R + R + \frac{1}{j\omega C}} \Rightarrow \mathbf{Z}(j\omega) = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}_s} = \frac{R\mathbf{I}}{\mathbf{I}_s} = \frac{2R^2 C j\omega}{1 + j\omega 3RC}$$

13.5

Si applica il teorema di Thevenin al bipolo nel riquadro.



$$\mathbf{V}_T = 4\mathbf{V}_s \frac{j\omega 2}{20 + j\omega 2} = \mathbf{V}_s \frac{j4\omega}{10 + j\omega} \quad \mathbf{Z}_T = 16 \frac{20j\omega 2}{20 + j\omega 2} = 320 \frac{j\omega}{10 + j\omega}$$

Dal circuito riportato al secondario si ricava:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_T \frac{20}{20 + 20 + \mathbf{Z}_T} = \mathbf{V}_s \frac{j\omega 2}{10 + j\omega 9}$$

13.6

Con riferimento all'esercizio precedente, la corrente del secondario è $\mathbf{I}_2 = \mathbf{V}/20$ quindi:

$$\mathbf{I} = 4\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}}{5} = \mathbf{V}_s \frac{j\omega 0,4}{10 + j\omega 9}$$

13.8

Il circuito ha lo schema di un *amplificatore invertente*, pertanto possiamo ricavare la funzione di trasferimento con la relazione seguente:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_s} = -\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1}$$

dove \mathbf{Z}_2 è l'impedenza del parallelo $R//C_2$ e \mathbf{Z}_1 è l'impedenza di C_1 . Si ottiene:

$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{\frac{R}{1 + j\omega RC_2}}{\frac{1}{j\omega C_1}} = -\frac{j\omega RC_1}{1 + j\omega RC_2}$$

13.9

Il resistore in serie al generatore non ha effetto poiché non è percorso da corrente. Pertanto il circuito ha lo schema di un *amplificatore non invertente* dove $\mathbf{Z}_1 = R$ e \mathbf{Z}_2 è l'impedenza del parallelo $R//C$:

$$\mathbf{H}(j\omega) = 1 + \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1} = 1 + \frac{\frac{R}{1 + j\omega RC}}{R} = \frac{2 + j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

13.10

La condizione di equilibrio del ponte può essere espressa nella seguente forma:

$$R_2 \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) = R_1 \left(\frac{R}{1 + j\omega RC} \right)$$

ovvero

$$R_2 R - j \frac{R_2}{\omega C} = \frac{R_1 R (1 - j\omega RC)}{1 + (\omega RC)^2} = \frac{R_1 R}{1 + (\omega RC)^2} - j \frac{\omega R_1 R^2 C}{1 + (\omega RC)^2}$$

La relazione precedente si scompone in due equazioni, una per la parte reale e l'altra per la parte immaginaria:

$$R_2 = \frac{R_1}{1 + (\omega RC)^2} \Rightarrow R_1 = R_2 (1 + (\omega RC)^2) \quad (*)$$

$$\frac{R_2}{\omega C} = \frac{\omega R_1 R^2 C}{1 + (\omega RC)^2} \quad (**)$$

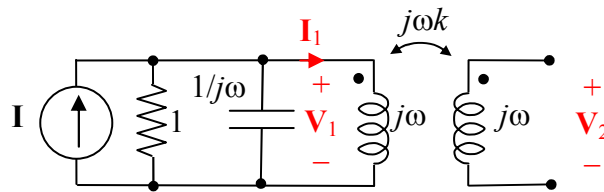
Sostituendo l'espressione (*) nella (**) si ottiene

$$\frac{R_2}{\omega C} = \omega R_2 R^2 C \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC}$$

Sostituendo l'espressione di ω nella (*) si ricava infine $R_1 = 2R_2$.

13.11

Destinato a solutori pazienti. Conviene applicare il teorema di Thevenin al bipolo nella figura seguente.

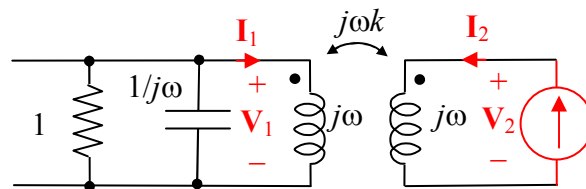


Ricavando la tensione a vuoto, l'induttore di destra non è percorso da corrente quindi l'induttore di sinistra non risente dell'accoppiamento (si comporta come un induttore non accoppiato). Indicando con \mathbf{Y} l'ammettenza del parallelo RLC si ottiene:

$$\mathbf{V}_1 = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{Y}} = \mathbf{I} \frac{1}{1 + j\omega + \frac{1}{j\omega}} = \mathbf{I} \frac{j\omega}{1 + j\omega + (j\omega)^2}$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{j\omega} = \mathbf{I} \frac{1}{1 + j\omega + (j\omega)^2} \Rightarrow \mathbf{V}_T = \mathbf{V}_2 = j\omega k \mathbf{I}_1 = \mathbf{I} \frac{j\omega k}{1 + j\omega + (j\omega)^2}$$

Per l'impedenza di Thevenin si utilizza lo schema seguente.



Indichiamo con \mathbf{Z}_p l'impedenza del parallelo RC . Le relazioni degli induttori accoppiati sono:

$$\mathbf{V}_1 = j\omega \mathbf{I}_1 + j\omega k \mathbf{I}_2 = -\mathbf{Z}_p \mathbf{I}_1$$

$$\mathbf{V}_2 = j\omega \mathbf{I}_2 + j\omega k \mathbf{I}_1$$

Ricavando \mathbf{I}_1 dalla prima equazione si ottiene

$$\mathbf{I}_1 = \frac{-j\omega k}{\mathbf{Z}_p + j\omega} \mathbf{I}_2$$

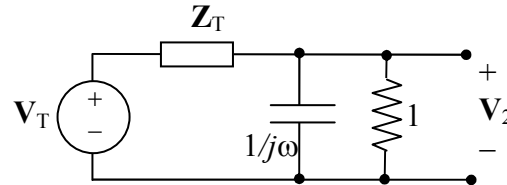
e sostituendo nella seconda,

$$\mathbf{V}_2 = j\omega \mathbf{I}_2 + \frac{(\omega k)^2}{\mathbf{Z}_p + j\omega} \mathbf{I}_2$$

Quindi

$$\mathbf{Z}_T = j\omega + \frac{(\omega k)^2}{\mathbf{Z}_p + j\omega}.$$

Sostituendo il bipolo equivalente di Thevenin nel circuito originale si ottiene lo schema seguente.



Con la formula del partitore di tensione si ha:

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_T \frac{\mathbf{Z}_p}{\mathbf{Z}_p + \mathbf{Z}_T} = \mathbf{I} \frac{j\omega k}{1 + j\omega + (j\omega)^2} \frac{\mathbf{Z}_p}{\mathbf{Z}_p + j\omega + \frac{(\omega k)^2}{\mathbf{Z}_p + j\omega}}$$

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}} = \frac{j\omega k}{1 + j\omega + (j\omega)^2} \frac{\mathbf{Z}_p (\mathbf{Z}_p + j\omega)}{\mathbf{Z}_p^2 + 2j\omega \mathbf{Z}_p + (j\omega)^2 + (\omega k)^2}$$

$$\mathbf{Z}_p = \frac{1}{1 + j\omega} \quad \mathbf{Z}_p + j\omega = \frac{1 + j\omega + (j\omega)^2}{1 + j\omega} \quad \mathbf{Z}_p^2 = \frac{1}{(1 + j\omega)^2}$$

Sostituendo queste espressioni nella relazione precedente si ottiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \frac{j\omega k}{1 + j\omega + (j\omega)^2} \frac{\frac{1 + j\omega + (j\omega)^2}{(1 + j\omega)^2}}{\frac{1}{(1 + j\omega)^2} + \frac{2j\omega}{1 + j\omega} + (j\omega)^2 + (\omega k)^2} \\ &= \frac{j\omega k}{1 + 2j\omega(1 + j\omega) + (j\omega)^2(1 + j\omega)^2 + (\omega k)^2(1 + j\omega)^2} \quad (k = 1/3) \\ &= \frac{3j\omega}{8(j\omega)^4 + 16(j\omega)^3 + 26(j\omega)^2 + 18j\omega + 9}. \end{aligned}$$

13.13

La funzione di trasferimento è

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{R + \frac{1}{j\omega C}}{2R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1 + j\omega RC}{1 + j\omega 2RC}$$

Modulo.

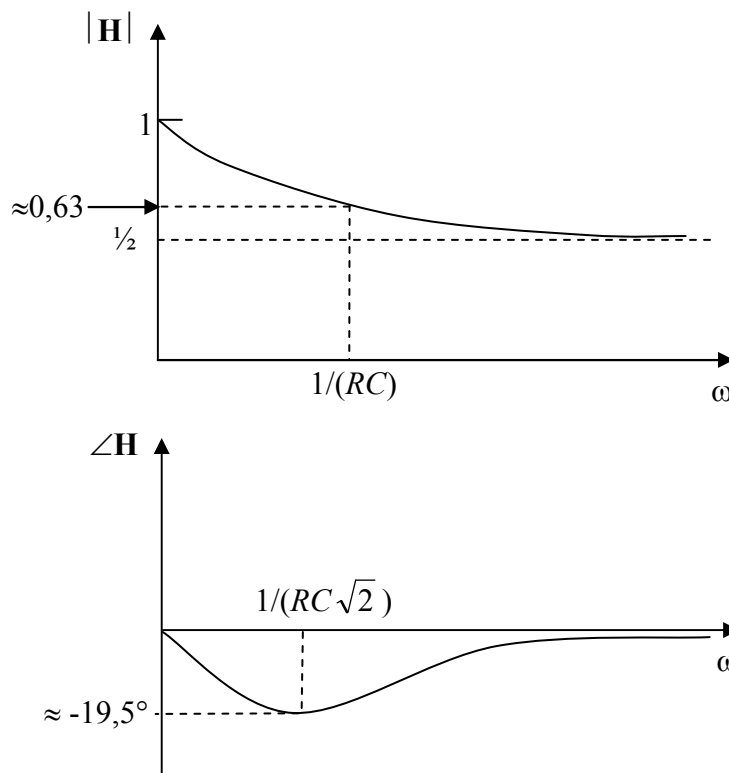
$$|\mathbf{H}(j\omega)| = \frac{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}{\sqrt{1 + 4(\omega RC)^2}} \quad |\mathbf{H}(0)| = 1 \quad |\mathbf{H}(j\omega)| \rightarrow \frac{1}{2} \quad \omega \rightarrow \infty$$

La derivata del denominatore è maggiore della derivata del numeratore per ogni ω quindi il modulo è una funzione monotona decrescente (figura seguente).

Angolo.

$$\angle \mathbf{H}(j\omega) = \tan^{-1}(\omega RC) - \tan^{-1}(2\omega RC)$$

L'arcotangente è una funzione monotona crescente. Il primo termine è minore del secondo per ogni ω ; quindi l'angolo di \mathbf{H} è sempre negativo. Inoltre $\angle \mathbf{H}(0) = 0$ e $\angle \mathbf{H}(j\omega) \rightarrow 0$ per $\omega \rightarrow \infty$. Studiando la derivata di $\angle \mathbf{H}(j\omega)$ si trova un minimo in $\omega = 1/(RC\sqrt{2})$ (figura seguente).



13.15

Sfruttando l'analogia con l'amplificatore invertente, possiamo ricavare la funzione di trasferimento:

$$\mathbf{H}(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = -\frac{j\omega R_2 C}{1 + j\omega R_1 C}$$

Il modulo è

$$|\mathbf{H}(j\omega)| = \frac{\omega R_2 C}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C)^2}}$$

Il valore massimo della risposta in ampiezza si ha per $\omega \rightarrow \infty$ e vale R_2/R_1 . La pulsazione di taglio si ricava imponendo che

$$\frac{\omega R_2 C}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C)^2}} = \frac{R_2}{R_1 \sqrt{2}}$$

Quindi

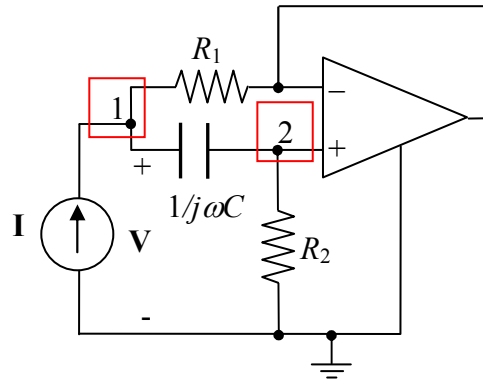
$$\frac{(\omega R_2 C)^2}{1 + (\omega R_1 C)^2} = \frac{R_2^2}{2R_1^2} \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{R_1 C}$$

13.16

(a) Applicando l'analisi nodale al circuito simbolico si scrivono le equazioni seguenti:

$$\text{nodo 1: } \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V} - \mathbf{V}_2}{R_1} + (\mathbf{V} - \mathbf{V}_2)j\omega C$$

$$\text{nodo 2: } (\mathbf{V} - \mathbf{V}_2)j\omega C = \frac{\mathbf{V}_2}{R_2}$$



Eliminando \mathbf{V}_2 si ottiene

$$\mathbf{I} = \mathbf{V} \frac{1 + j\omega R_1 C}{R_1(1 + j\omega R_2 C)}$$

quindi

$$\mathbf{Z} = R_1 \frac{1 + j\omega R_2 C}{1 + j\omega R_1 C}$$

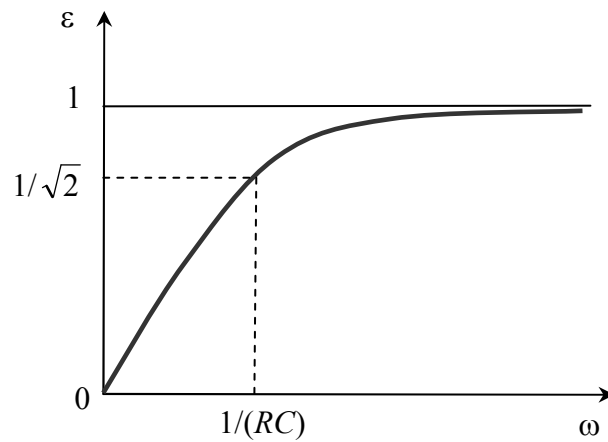
(b) Dalla espressione precedente possiamo verificare che per $R_1 = R_2 = R$ si ha $\mathbf{Z}(j\omega) = R \forall \omega$. Sostituendo $R_1 = R$, $R_2 = R + \Delta R$ si ottiene:

$$\mathbf{Z} = R \frac{1 + j\omega(R + \Delta R)C}{1 + j\omega RC} = R + \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \Delta R$$

quindi

$$\varepsilon = \frac{|\mathbf{Z} - R|}{|\Delta R|} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Il grafico è mostrato nella figura seguente (è simile alla risposta in ampiezza di un filtro RC passa alto).



La funzione è monotona crescente; poiché $1/\sqrt{2} \cong 0,7$ la risposta all'ultimo quesito è $\omega < 1/(RC)$.

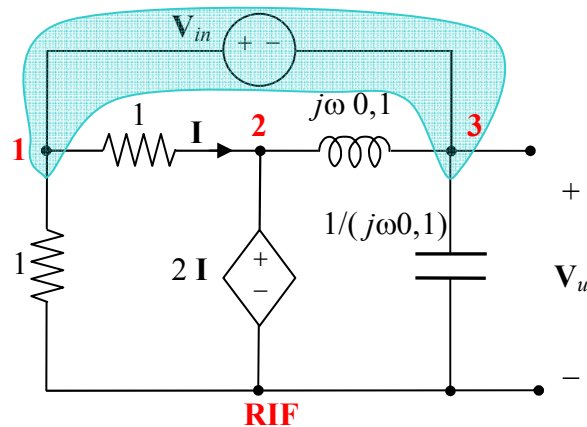
13.17

Con riferimento alla figura seguente si scrive l'equazione del super-nodo:

$$\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_3 j\omega 0,1 + \frac{\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_2}{j\omega 0,1} = 0 \quad (*)$$

I vincoli dei generatori sono:

$$\mathbf{V}_2 = 2\mathbf{I} = 2(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) \qquad \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_{in}$$



Sostituendo \mathbf{V}_1 e \mathbf{V}_2 nella (*) si ricava $\mathbf{V}_u = \mathbf{V}_3$ in funzione di \mathbf{V}_{in} quindi:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_u}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{-40j\omega + 200}{3(j\omega)^2 + 40j\omega + 100}$$

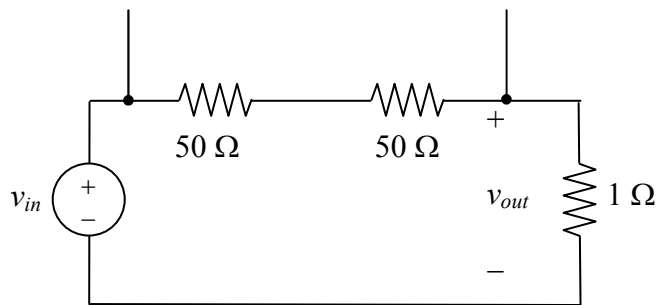
(b) Le tensioni $v_u(t)$ e $v_{in}(t)$ sono in opposizione di fase e con la stessa ampiezza se $\mathbf{H}(j\omega) = -1$; quindi dalla espressione di $\mathbf{H}(j\omega)$ si ricava l'equazione

$$3(j\omega)^2 + 40j\omega + 100 = 40j\omega - 200$$

che ha come soluzione $\omega = 10$.

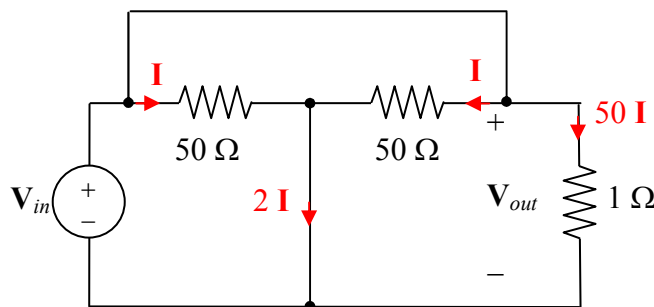
13.22

Per $\omega = 0$ si ha il circuito seguente in cui $v_{out} = v_{in}/101$, quindi $\mathbf{H}(j0) \cong 0,01$.



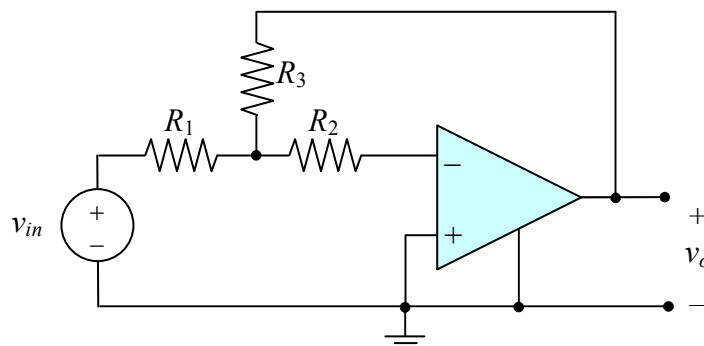
Per $\omega \rightarrow \infty$ si ha il circuito seguente; il c.c. in alto impone che $V_{out} = V_{in}$ quindi $\mathbf{H}(j\infty) = 1$. Possiamo considerare il circuito un filtro passa alto.

Nella figura sono indicate le correnti, dove $\mathbf{I} = V_{in}/50$.

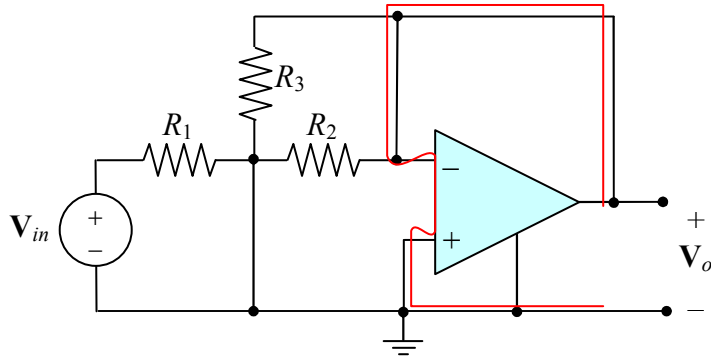


13.23

Per $\omega = 0$ si ha lo schema seguente, che rappresenta un amplificatore invertente poiché la resistenza R_2 non è percorsa da corrente. Quindi $\mathbf{H}(j0) = -R_3/R_1$.



Per $\omega \rightarrow \infty$ si ottiene lo schema seguente; i terminali di uscita sono cortocircuitati quindi $\mathbf{H}(j\infty) = 0$. Il circuito è un filtro passa basso.



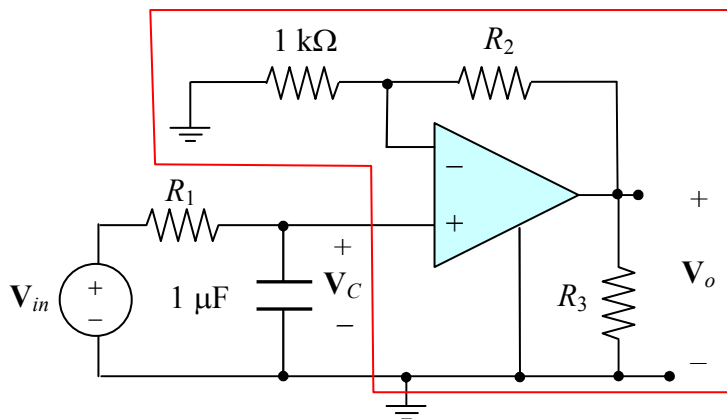
13.24

Poiché l'ingresso dell'op-amp non assorbe corrente, il condensatore con il resistore R_1 rappresenta un filtro RC passa basso. L'operazionale, con gli altri resistori, costituisce un amplificatore non invertente, che amplifica la tensione del condensatore (il resistore R_3 non ha effetto nell'op-amp ideale). Pertanto:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega R_1 C} \left(1 + \frac{R_2}{10^3} \right)$$

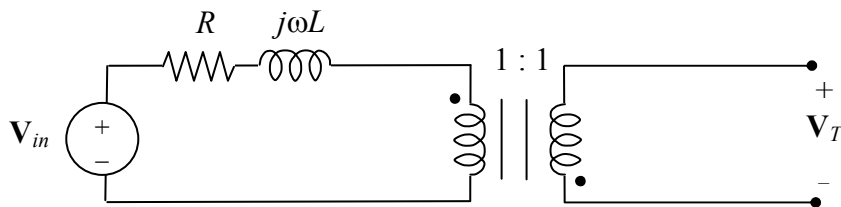
Affinché sia $\mathbf{H}(j0) = 3$ deve essere $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$.

La pulsazione di taglio coincide con quella del filtro RC che è $\omega_c = 1/(R_1 C)$; se $\omega_c = 10^4$, si ottiene $R_1 C = 10^{-4} \Rightarrow R_1 = 100 \Omega$.

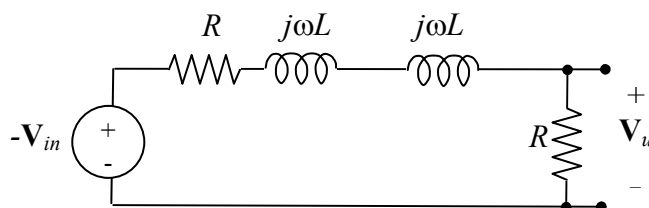


13.25

(a) Applicando il teorema di Thevenin al bipolo nella figura seguente si ha $V_T = -V_{in}$, mentre l'impedenza equivalente vale $R + j\omega L$, essendo $n = 1$.



Il circuito riportato al secondario è il seguente:



La funzione di trasferimento è

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_u}{\mathbf{V}_{in}} = -\frac{R}{R + R + 2j\omega L} = -\frac{1}{2(1 + j\omega\tau)}$$

dove $\tau = L/R$. La pulsazione di taglio si ricava dalla condizione

$$\frac{1}{2\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_c = 1/\tau = R/L$$

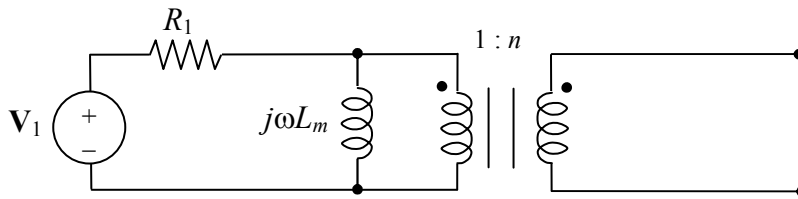
(b) La differenza di fase è uguale all'angolo della funzione di trasferimento:

$$\mathbf{H}(j10^3) = -\frac{1}{2(1 + j)} \Rightarrow \angle\mathbf{H}(j10^3) = -\pi/4 + \pi = 3\pi/4$$

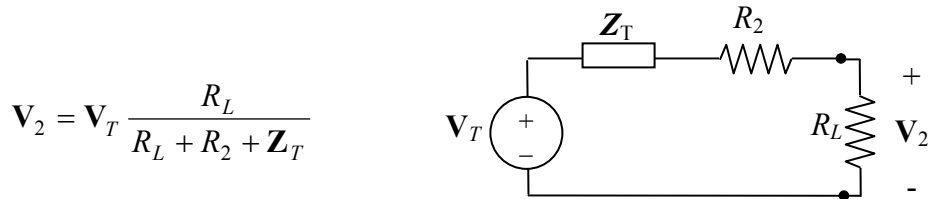
13.26

(a) Applicando il teorema di Thevenin si ottiene:

$$\mathbf{V}_T = n\mathbf{V}_1 \frac{j\omega L_m}{R_1 + j\omega L_m} \quad \mathbf{Z}_T = n^2 \frac{j\omega L_m R_1}{R_1 + j\omega L_m}$$



Considerando il circuito riportato al secondario si ha:



$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_T \frac{R_L}{R_L + R_2 + \mathbf{Z}_T}$$

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_1} = \frac{j\omega L_m n}{R_1 + j\omega L_m} \frac{R_L}{R_L + R_2 + \frac{j\omega L_m n^2 R_1}{R_1 + j\omega L_m}} = \frac{\frac{j\omega L_m n R_L}{R_1 (R_L + R_2)}}{1 + j\omega L_m \frac{(R_L + R_2 + n^2 R_1)}{R_1 (R_L + R_2)}}$$

L'espressione precedente ha la seguente forma

$$\mathbf{H}(j\omega) = K \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau} \quad (1)$$

dove

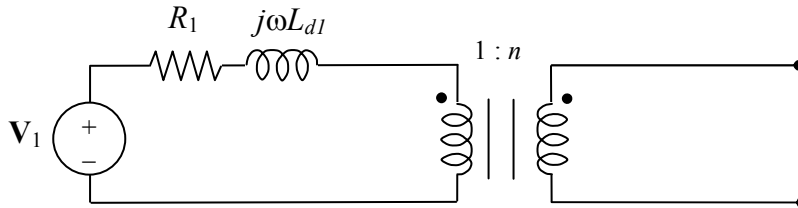
$$\tau = \frac{L_m}{R_{eq}} \quad R_{eq} = \frac{R_1 (R_L + R_2)}{R_L + R_2 + n^2 R_1} \quad K = \frac{n R_L}{R_L + R_2 + n^2 R_1}$$

La (1) è una funzione di trasferimento *passa alto* del primo ordine, simile a quella di un circuito RL. Poiché il fattore K non influisce sulla pulsazione di taglio, abbiamo

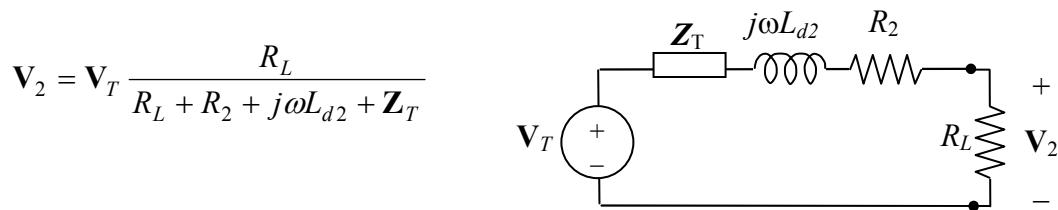
$$\omega_{c1} = \frac{1}{\tau} = \frac{R_1(R_L + R_2)}{L_m(R_L + R_2 + n^2 R_1)}$$

(b) Applicando il teorema di Thevenin si ottiene:

$$\mathbf{V}_T = n\mathbf{V}_1 \quad \mathbf{Z}_T = n^2(R_1 + j\omega L_{d1})$$



Considerando il circuito riportato al secondario si ha:



$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_T \frac{R_L}{R_L + R_2 + j\omega L_{d2} + \mathbf{Z}_T}$$

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_1} = \frac{nR_L}{R_L + R_2 + j\omega L_{d2} + n^2(R_1 + j\omega L_{d1})} = \frac{\frac{nR_L}{R_L + R_2 + n^2 R_1}}{1 + j\omega \frac{n^2 L_{d1} + L_{d2}}{R_L + R_2 + n^2 R_1}}$$

L'espressione precedente ha la seguente forma

$$\mathbf{H}(j\omega) = K \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad (2)$$

dove $\tau = \frac{L_{eq}}{R_{eq}}$ $L_{eq} = n^2 L_{d1} + L_{d2}$ $R_{eq} = R_L + R_2 + n^2 R_1$ $K = \frac{nR_L}{R_L + R_2 + n^2 R_1}$

Si noti che il valore di K è lo stesso in entrambi i casi.

La (2) è una funzione di trasferimento *passa basso* del primo ordine, simile a quella di un circuito RL. Poiché il fattore K non influisce sulla pulsazione di taglio, abbiamo

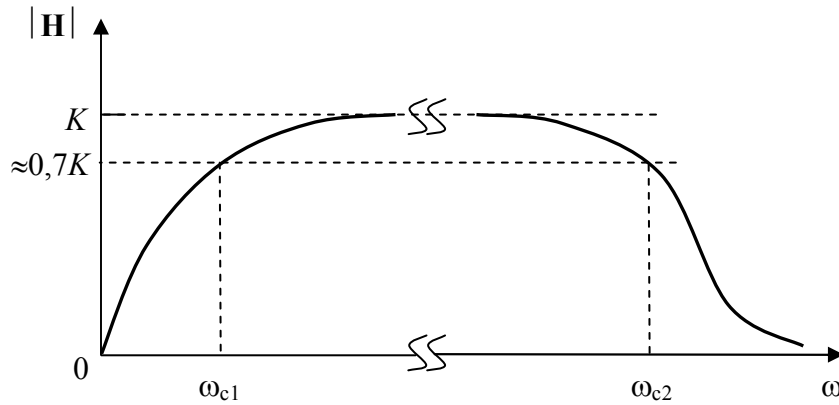
$$\omega_{c2} = \frac{1}{\tau} = \frac{R_L + R_2 + n^2 R_1}{n^2 L_{d1} + L_{d2}}$$

Il grafico della risposta in ampiezza è mostrato di seguito. In bassa frequenza il trasformatore si comporta come un filtro passa alto, in alta frequenza come un filtro passa basso; complessivamente è un filtro *passa banda*. A centro banda $\mathbf{H} = K$.

Se $n^2 R_1$ ed R_2 sono trascurabili rispetto alla resistenza di carico R_L si ha $K \cong n$, come nel trasformatore ideale, inoltre

$$\frac{\omega_{c2}}{\omega_{c1}} = \frac{L_m (R_L + R_2 + n^2 R_1)^2}{(n^2 L_{d1} + L_{d2}) R_1 (R_L + R_2)} \cong \frac{L_m R_L}{(n^2 L_{d1} + L_{d2}) R_1}$$

Tenendo conto dei valori tipici dei parametri del trasformatore si ha $\omega_{c2} \gg \omega_{c1}$.



13.27

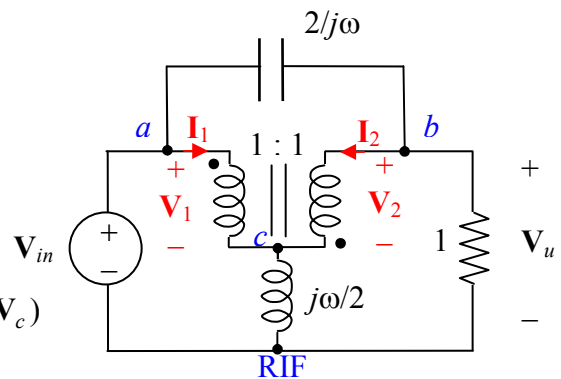
Analisi nodale. Indichiamo i nodi con le lettere a, b e c .

LKC nodo b
$$\frac{(V_{in} - V_u)j\omega}{2} = V_u + I_2$$

LKC nodo c
$$I_1 + I_2 = \frac{2V_c}{j\omega}$$

Rel. trasformatore
$$V_2 = -V_1 \Rightarrow V_u - V_c = -(V_{in} - V_c)$$

$$I_2 = I_1$$



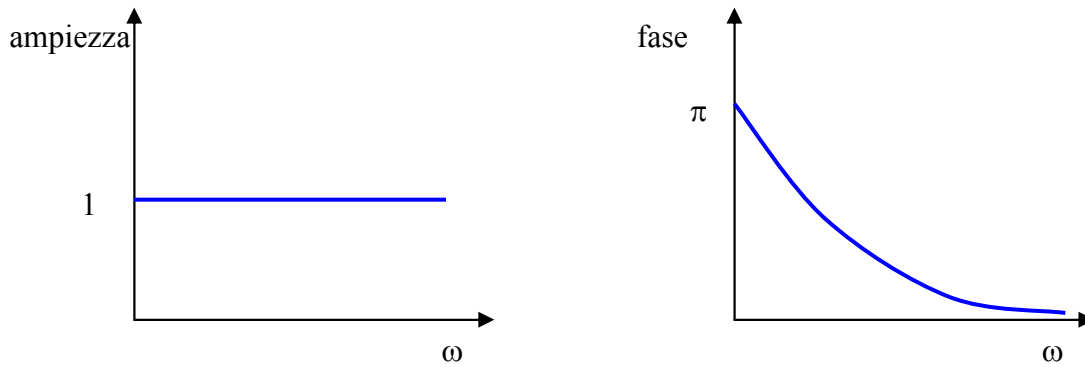
Dalla prima relazione del trasformatore si ricava $V_c = \frac{V_{in} + V_u}{2}$ che sostituito nella equazione del

nodo c fornisce $I_2 = \frac{V_{in} + V_u}{2j\omega}$; sostituendo I_2 nella equazione del nodo b si ottiene

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{V_u}{V_{in}} = \frac{-(1 + \omega^2)}{1 - \omega^2 + j2\omega} = \frac{-(1 + j\omega)(1 - j\omega)}{(1 + j\omega)^2} = -\frac{1 - j\omega}{1 + j\omega}$$

Quindi

$$|\mathbf{H}| = \frac{\sqrt{1 + \omega^2}}{\sqrt{1 + \omega^2}} = 1 \quad \angle \mathbf{H} = \pi - 2 \tan^{-1}(\omega)$$



Il circuito è un filtro passa tutto (equalizzatore di fase).

13.28

Per $\omega = 1/\sqrt{LC} = 10^5$ rad/s la serie L-C è un corto circuito, pertanto il fasore della corrente nella maglia è $\mathbf{I} = \mathbf{V}_s/10$. Il fasore richiesto è

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{Z}_C \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_s}{10j\omega C} = \frac{\mathbf{V}_s}{j} = -j\mathbf{V}_s$$

13.30

La differenza di fase φ è uguale all'angolo dell'impedenza. Nel bipolo (c) l'impedenza è

$$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

L'angolo è nullo per $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Per $\omega < \omega_0$ il numeratore è negativo quindi $\varphi < 0$, per $\omega > \omega_0$ $\varphi > 0$. Un comportamento opposto si rileva determinando allo stesso modo l'angolo dell'impedenza nel bipolo (b). Quindi quest'ultimo è il bipolo corrispondente al grafico.

13.31

Per $\omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ la serie L-C è un corto circuito, pertanto la corrente è $24 \cos(\omega_0 t)/8 = 3 \cos(\omega_0 t)$ A. Inoltre $\mathbf{V}_L = j\omega_0 L \mathbf{I} = j3\omega_0 L$, $\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{I}}{j\omega_0 C} = -j \frac{3}{\omega_0 C}$ quindi: $v_L(t) = -3\omega_0 L \sin(\omega_0 t)$ V e $v_C(t) = \frac{3}{\omega_0 C} \sin(\omega_0 t)$ V.

13.32

È un circuito risonante serie. Il fattore di qualità è $Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\sqrt{L/C}}{R} = 5$. Le pulsazioni di taglio

sono $\omega_2, \omega_1 = \omega_0 \pm \frac{\omega_0}{2Q} = 10^4 \pm 10^3 = 9000, 11000$ rad/s. $B_\omega = 2000$ rad/s.

13.34

La frequenza di risonanza è 20 Hz quindi

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 40\pi \quad (*)$$

L'impedenza massima è 10 Ω quindi $R = 10 \Omega$. Le frequenze di taglio corrispondono ad un modulo di $\approx 7 \Omega$; dal grafico si rilevano le frequenze 15 Hz e 25 Hz. Perciò la banda passante è

$$B_\omega = \frac{1}{RC} = 20\pi \quad \Rightarrow \quad C = 1,59 \text{ mF}$$

Dalla (*) si ricava infine $L = 39,8 \text{ mH}$.

13.35

Per $\omega = 2000 \text{ rad/s}$ il bipolo orizzontale deve essere un corto circuito; possiamo utilizzare una serie L-C con i parametri che soddisfano la condizione $L_1 C_1 = 1/2000^2 = 0,25 \times 10^{-6}$.

Per $\omega = 6000 \text{ rad/s}$ il bipolo verticale deve essere un corto circuito; possiamo utilizzare una serie L-C con i parametri che soddisfano la condizione $L_2 C_2 = 1/6000^2 = 2,78 \times 10^{-8}$.

13.36

Il parallelo LC deve essere in risonanza per $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$:

$$\frac{1}{\sqrt{L \cdot 10^{-3}}} = 10^3 \quad \Rightarrow \quad L = 1 \text{ mH}$$

Per $\omega = 0$ l'ingresso è costante, pari a 10 V, e il circuito rappresenta un partitore di tensione:

$$v_u = 10 \frac{10^3}{10^3 + R} = 2 \quad \Rightarrow \quad R = 4 \text{ k}\Omega$$

13.40

(a) L'impedenza del bipolo è

$$\mathbf{Z} = \frac{j\omega L \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right)}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega L (1 + j\omega RC)}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} = \frac{(j\omega L - \omega^2 RLC)(1 - \omega^2 LC - j\omega RC)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}$$

L'impedenza è reale se la parte immaginaria del numeratore si annulla, ovvero se

$$\omega L (1 - \omega^2 LC) + \omega^2 RLC \omega RC = 0$$

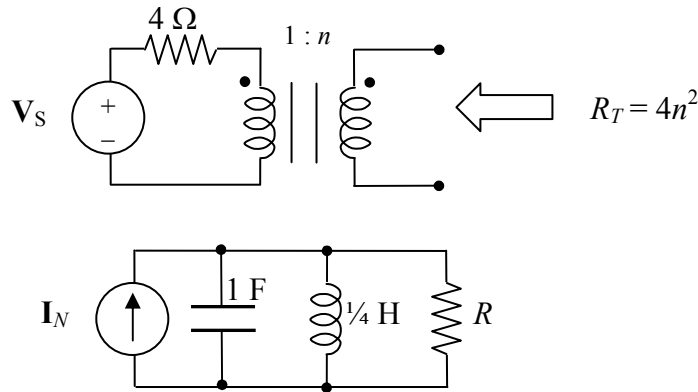
Per $\omega \neq 0$ possiamo dividere per ωL :

$$1 - \omega^2 (LC - R^2 C^2) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC - R^2 C^2}}$$

purché $L > R^2 C$. Il punto (b) si risolve in modo analogo.

13.41

Lo schema può essere trasformato in un circuito RLC parallelo applicando il teorema di Norton al bipolo seguente.

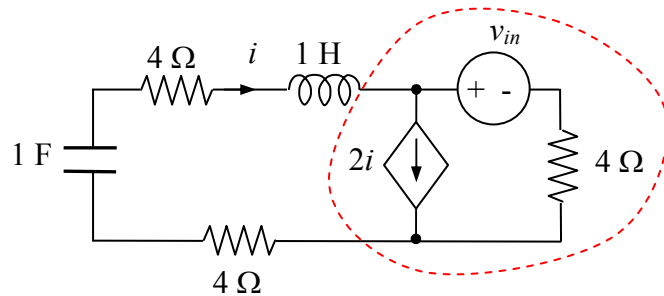


La resistenza R è il parallelo di R_T e della resistenza da 8Ω : $R = \frac{32n^2}{8 + 4n^2}$. Il fattore di qualità è

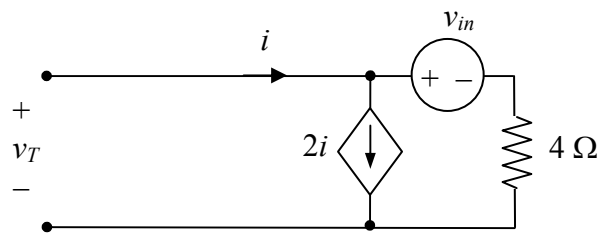
$$Q = \omega_0 RC = \frac{64n^2}{8 + 4n^2} = 10 \text{ da cui si ricava } n \cong 1,82.$$

13.42

Per trasformare lo schema in un circuito RLC serie occorre applicare il teorema di Thevenin al bipolo resistivo evidenziato nella figura seguente.

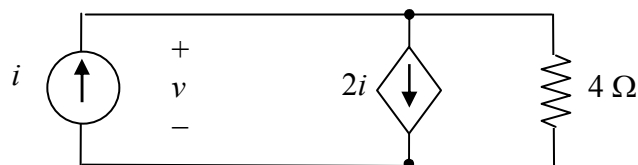


Tensione a vuoto



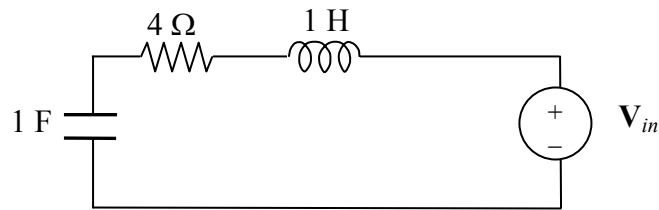
Poiché $i = 0$, la corrente del generatore controllato è nulla quindi nel resistore non scorre corrente, dunque $v_T = v_{in}$.

Resistenza equivalente



Con la LKC si scrive: $i = 2i + v/4 \Rightarrow v = -4i$
quindi la resistenza equivalente è pari a -4Ω .

Sostituendo il bipolo di Thevenin nello schema originale, e combinando le resistenze, si ottiene lo schema seguente.



Il fattore di qualità è $Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R} = 0,25$.

13.43

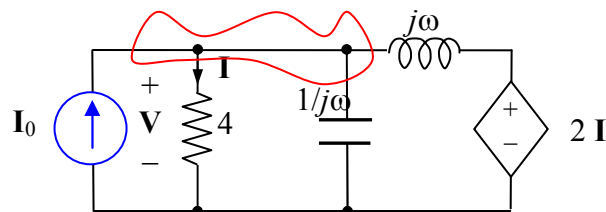
Per avere una resistenza di 20Ω è necessario moltiplicare le impedenze di un fattore 20. Di conseguenza l'induttanza va moltiplicata per 20 e la capacità divisa per 20. La pulsazione di risonanza è 1 rad/s ; per portarla a 500 rad/s è necessario cambiare la scala della frequenza di un fattore 500. Quindi occorre dividere per 500 induttanza e capacità. In sintesi: $R' = 20 \Omega$, $L' = 20/500 = 0,04 \text{ H}$, $C' = 1/10^4 = 0,1 \text{ mF}$.

13.44

L'impedenza vista dal generatore è massima quando è massima l'impedenza del parallelo LC, ovvero alla pulsazione di risonanza, quando L/C è un c.a. Quindi l'impedenza massima è $2+8/4 = 4 \Omega$. Per portarla a $1 \text{ k}\Omega$ dobbiamo scalare le impedenze di un fattore $1000/4 = 250$. Quindi l'induttanza diventa $62,5 \text{ H}$ e la capacità 4 mF . Il valore dell'induttanza non è realistico quindi dovremmo scalare anche la frequenza, ad esempio di un fattore 1000 ($L' = 62,5 \text{ mH}$, $C' = 4 \mu\text{F}$).

13.45

Ricaviamo prima l'impedenza Z .



Applicando la LKC alla linea chiusa si ha l'equazione

$$I_0 = \frac{V}{4} + j\omega V + \frac{V - 2(V/4)}{j\omega}$$

dalla quale si ricava

$$Z = \frac{V}{I_0} = \frac{j\omega}{0,5 + 0,25j\omega + (j\omega)^2}$$

I valori dei componenti dopo le due operazioni di scaling sono:

$$R' = 4 \times 100 = 400 \Omega \quad L' = 100/200 = \frac{1}{2} \text{ H} \quad C' = 1/(100 \times 200) = 50 \mu\text{F}$$

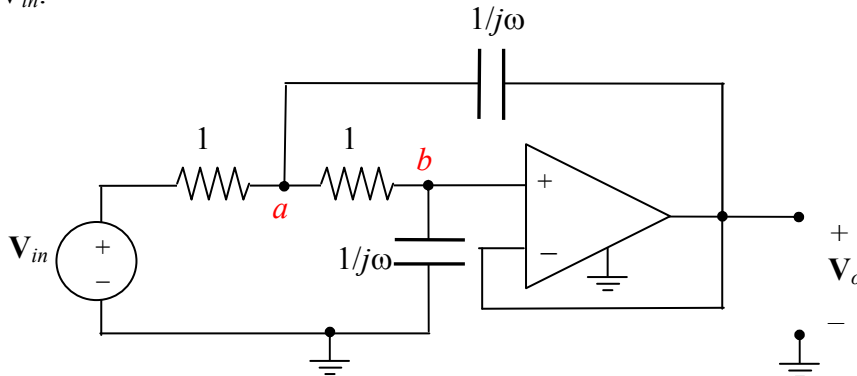
Il parametro del generatore controllato diventa 200 (è una resistenza).

La nuova impedenza è $Z'(j\omega) = 100 Z(j\omega/200)$:

$$\mathbf{Z}'(j\omega) = \frac{0,5j\omega}{0,5 + 0,00125j\omega + 0,025 \times 10^{-3}(j\omega)^2}$$

13.46

Per conoscere la pulsazione di taglio del circuito assegnato si ricava la funzione di trasferimento $\mathbf{H}(j\omega) = \mathbf{V}_o/\mathbf{V}_{in}$.



Analisi nodale (la tensione del nodo b è uguale a \mathbf{V}_o):

$$\text{LKC nodo } a \quad \mathbf{V}_{in} - \mathbf{V}_a = \mathbf{V}_a - \mathbf{V}_o + j\omega(\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_o)$$

$$\text{LKC nodo } b \quad \mathbf{V}_a - \mathbf{V}_o = j\omega\mathbf{V}_o$$

Dalla seconda si ricava $\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_o(1 + j\omega)$ che sostituito nella prima equazione permette di ricavare \mathbf{V}_o quindi $\mathbf{H}(j\omega)$:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + 2j\omega + (j\omega)^2} = \frac{1}{(1 + j\omega)^2}$$

Il valore massimo del modulo di \mathbf{H} è uno, quindi la condizione per ricavare la pulsazione di taglio è

$$\frac{1}{1 + \omega^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_c = \sqrt{\sqrt{2} - 1}$$

Per ottenere una pulsazione di taglio di 1 kHz dobbiamo scalare in frequenza di un fattore $\beta = \frac{2\pi 10^3}{\omega_c}$. Per utilizzare resistenze da 1 k Ω dobbiamo scalare le impedenze di un fattore 1000,

quindi il nuovo valore di capacità è $C' = \frac{1}{10^3} \times \frac{\omega_c}{2\pi 10^3} \cong 0,1 \mu\text{F}$.