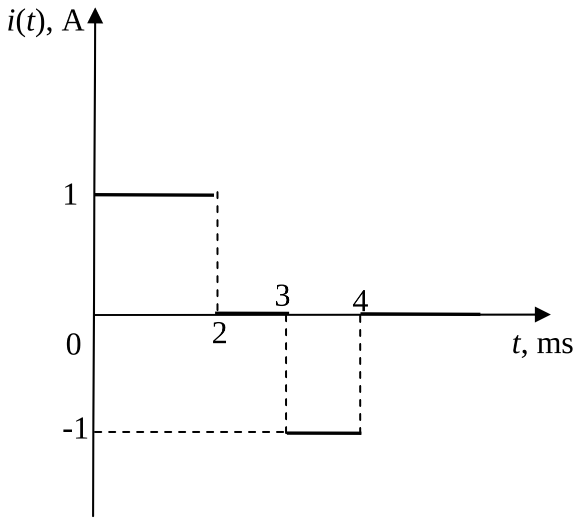
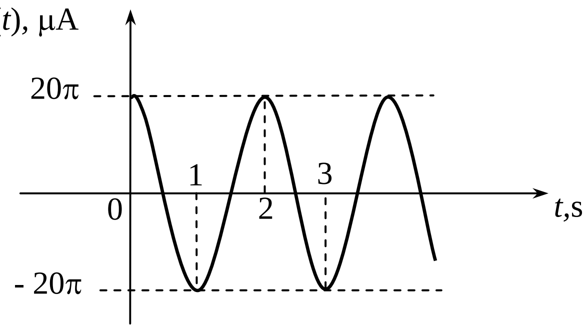
6.1

La corrente del condensatore si ottiene dalla relazione $i = C\dfrac{dv}{dt}$ in cui C = 10^{-3} As/V. La derivata si ricava facilmente dal grafico della tensione: vale 10^3 V/s tra 0 e 2 ms, -10^3 V/s tra 3 e 4 ms. Negli altri intervalli la derivata è nulla. Il grafico è mostrato di seguito.



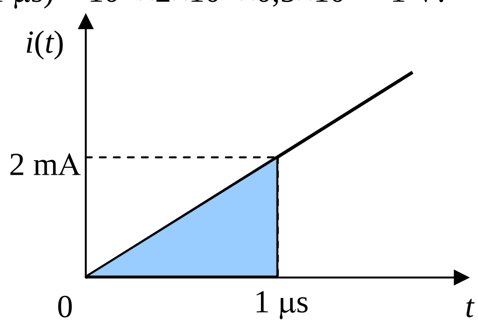
6.3

La tensione è una sinusoide di periodo T = 2 secondi e pulsazione ω=2π/T = π rad/s. Quindi $v(t)$ = sen (πt) V. La corrente è $i = C\dfrac{dv}{dt}$ = $20\times10^{-6}\,\pi\cos(\pi t)$ A. La corrente ha lo stesso periodo della tensione ma l'ampiezza è 20π μA. Il grafico è mostrato di seguito.



6.4

La tensione è $v(t) = \dfrac{1}{C}\int_0^t i(x)dx$. Il valore dopo 1 μs equivale all'area mostrata nella figura seguente, moltiplicata per $1/C=10^9$: $v(1\ \mu s) = 10^{-6}\times2\times10^{-3}\times0{,}5\times10^9 = 1$ V.



6.5

La tensione del condensatore è

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_C(x)dx = 1000\int_0^t sen(100\pi x)dx = \frac{10}{\pi}[1-\cos(100\pi t)]\text{V}$$

Per t=20 ms abbiamo cos(100πt) = 1, pertanto la tensione è nulla così come l'energia.

6.7

Le tensioni sono: $v_{C1}(t) = \frac{1}{C_1}\int_0^t i(x)dx$ e $v_{C2}(t) = \frac{1}{C_2}\int_0^t i(x)dx$. Quindi $\frac{v_{C2}}{v_{C1}} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{3}{5}$. Se v_{C1} = 4 V allora v_{C2} = (3/5) v_{C1} = 2,4 V.

6.8

Abbiamo le seguenti relazioni:

$$v_{C1}(3\mu s) = v_{C1}(0) + \frac{1}{C_1}\int_0^{3\mu s} dx = v_{C1}(0) + 1 = 5 \text{ V}$$

$$v_{C2}(3\mu s) = v_{C2}(0) + \frac{1}{C_2}\int_0^{3\mu s} dx = v_{C2}(0) + 3/5 = 3 \text{ V}$$

dalle quali si ricava $v_{C1}(0) = 4$ V e $v_{C2}(0) = 2{,}4$ V.

6.9

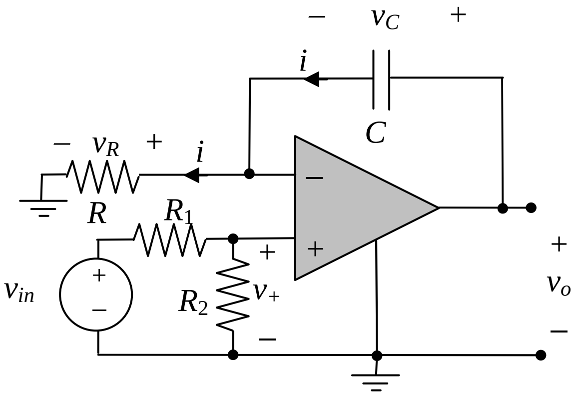
(1) La tensione è costante quindi la corrente del condensatore è nulla; la corrente richiesta è $i = v_S/R$ = 0,5 mA.

(2) La corrente del condensatore è $i_C = 0{,}1\times10^{-3}\frac{dv}{dt}$ = -10^{-4} sen(t) A. La corrente richiesta si ricava sommando la corrente del resistore: $i = 0{,}5\cos(t) - 0{,}1sen(t)$ mA.

6.12

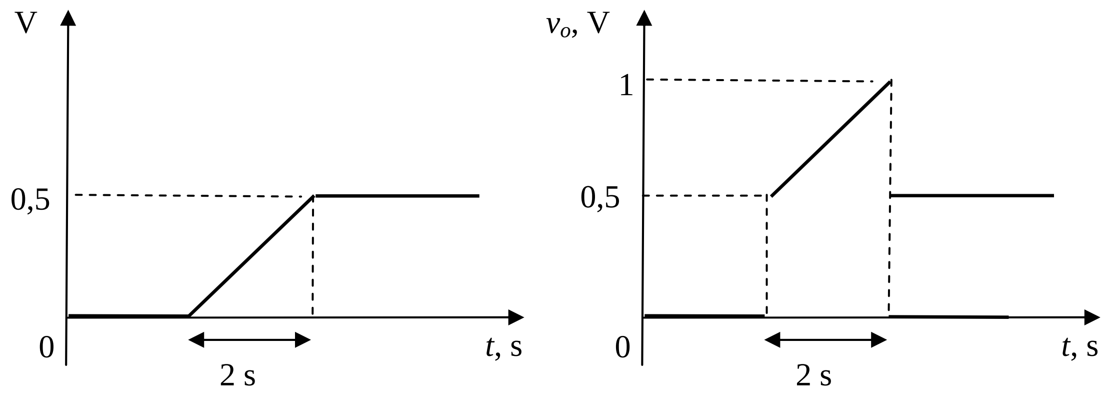
(1) Con riferimento alla figura seguente, a causa del circuito aperto virtuale la tensione dell'ingresso non invertente è $v_+ = v_{in}\frac{R_2}{R_1+R_2}$. Inoltre, per il c.c. virtuale, la tensione v_R coincide con v_+. Pertanto

$$v_C = \frac{1}{C}\int_0^t i(x)dx = \frac{1}{C}\int_0^t \frac{v_+(x)}{R}dx = \frac{1}{RC}\frac{R_2}{R_1+R_2}\int_0^t v_{in}(x)dx$$



Infine, con la LKT, si ottiene: $v_o = v_+ + v_C = v_{in}\dfrac{R_2}{R_1+R_2} + \dfrac{1}{RC}\dfrac{R_2}{R_1+R_2}\int_0^t v_{in}(x)dx$. Confrontando l'espressione con quella data si ricava $k = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}$ e $\tau = RC$. Il valore di k deve essere tale da evitare la saturazione dell'operazionale.

(2) Con i valori dati si ricava $k = ½$ e $\tau = 2$ s. Il termine $k\, v_{in}$ è un impulso rettangolare di ampiezza 0,5 V e durata 2 secondi. Il termine integrale, $\dfrac{1}{4}\int_0^t v_{in}(x)dx$, corrisponde alla forma d'onda nella figura seguente a sinistra. Il risultato della somma è mostrato nella figura seguente a destra.

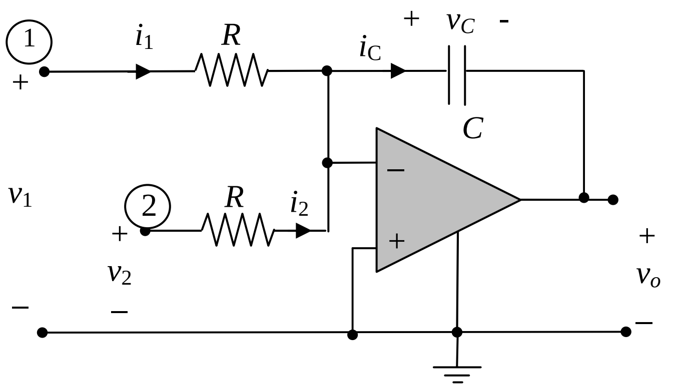


6.13

Con riferimento alla figura seguente abbiamo le relazioni:

$$v_o = -v_C = -\frac{1}{C}\int_0^t i_C(x)dx$$

$$i_C = i_1 + i_2 = \frac{v_1}{R} + \frac{v_2}{R}$$

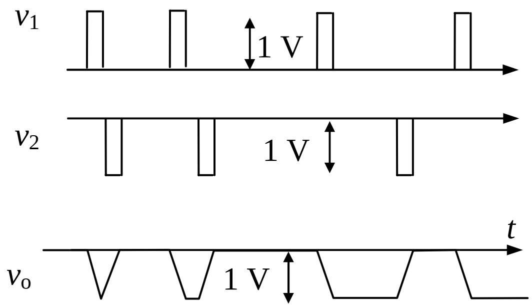


Ipotizziamo che all'istante t sono stati applicati n_1 impulsi positivi ed n_2 impulsi negativi; poiché l'area di ogni impulso è $\pm 10^{-3}$, abbiamo la seguente tensione di uscita:

$$v_o = -\frac{1}{RC}\left(\int_0^t v_1(x)dx + \int_0^t v_2(x)dx\right) = \frac{10^{-3}}{RC}(n_2 - n_1)$$

Affinché $v_o = n_2 - n_1$ deve essere $RC = 1$ ms.

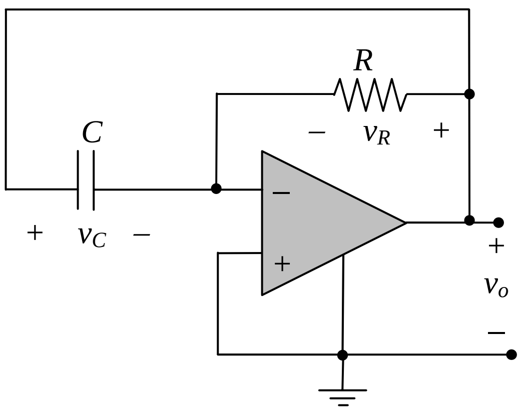
La risposta relativa all'esempio in Figura E.8b è mostrata di seguito.



6.14
Il derivatore dell'Esempio 6.4 è descritto dalla seguente relazione differenziale

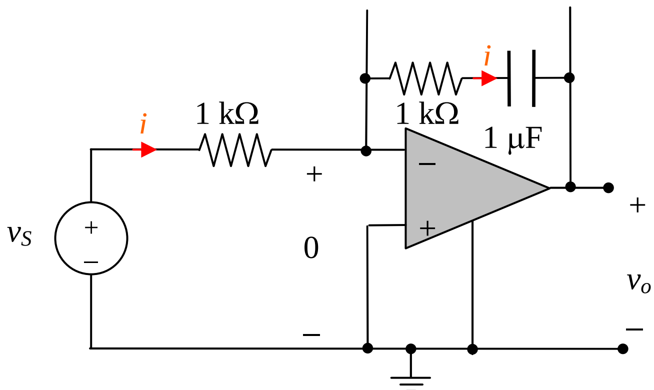
$$C\frac{dv_{in}}{dt}+\frac{v_o}{R}=0 \qquad (1)$$

Affinché la (1) coincida con l'equazione $\frac{dx}{dt}+5x=0$ deve essere v_{in} = v_o = x e $1/(RC) = 5$.
A tal fine lo schema del derivatore va modificato come illustrato dalla figura seguente, dove RC = 1/5 = 0,2 s. Grazie al c.c. virtuale la tensione v_o coincide con v_C, quindi, per soddisfare la condizione iniziale, basta porre $v_C(0) = 2$ V.

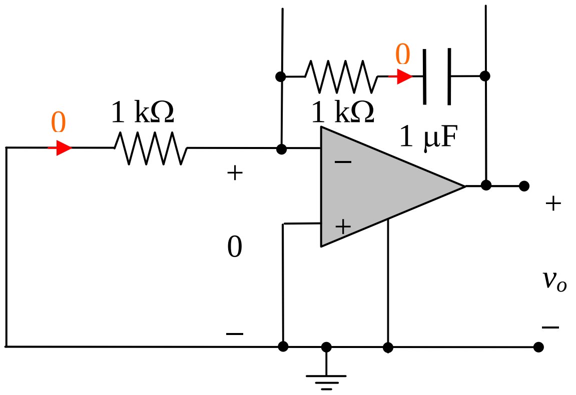


6.15
0 < t < 5 ms
La tensione ai capi del resistore di sinistra è pari a 1 V, perciò la corrente i vale 1 mA (figura seguente). La stessa corrente scorre nell'altro resistore e nel condensatore. Per la LKT e il c.c. virtuale, la tensione v_o è uguale alla somma delle tensioni del condensatore e del resistore, con il segno cambiato:

$$v_o(t)=-\frac{1}{C}\int_0^t i\ dx-Ri=-10^6\times 10^{-3}t-10^3\times 10^{-3}= -(10^3t+1)\ \text{V}$$



5 ms < t < 8 ms
A causa del c.c. virtuale il resistore di sinistra è cortocircuitato, quindi la corrente è nulla (figura seguente). Perciò anche la tensione dell'altro resistore è nulla mentre il condensatore rimane carico al valore assunto all'istante t=5 ms, ovvero $10^3 \times 5 \times 10^{-3}$ = 5 V; pertanto v_o = - 5 V.



t > 8 ms
La chiusura dell'interruttore determina un corto circuito tra l'uscita dell'op-amp e l'ingresso invertente; pertanto, a causa del c.c. virtuale, la tensione di uscita è nulla.

6.16
v. Esercizio 6.1

6.18
v. Esercizio 6.3

6.19
L'andamento della tensione tra 0 e 1 secondo è descritto dalla retta di equazione v_L = -2t + 2 V. La corrente si ricava dalla relazione inversa dell'induttore:

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v_L(x)dx = 25\int_0^t (-2x+2)dx = 25\,(-t^2 + 2t)\text{ A}$$

Per t > 1s la tensione è nulla, quindi la corrente rimane costante e pari al valore assunto in t = 1 s, ovvero i_L = 25(-1+2) = 25 A.

6.20
v. Esercizio 6.5

6.21
v. Esercizio 6.7

6.22
v. Esercizio 6.9

6.23
La corrente iniziale è nulla quindi la corrente si ricava con la seguente formula:

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v_L(x)dx = \frac{1}{2}\int_0^t 12dx = 6t\text{ A}$$

L’energia è

$$w_L = \frac{1}{2} L i_L^2(1) = 36 \text{ J}$$

6.24

L’energia totale si ottiene con l’espressione

$$w = \frac{1}{2} C v_C^2 + \frac{1}{2} L i_L^2 \qquad (1)$$

La tensione del condensatore è nota: $v_C(t) = sen(\omega t)$ V; la corrente dell’induttore è uguale alla corrente del condensatore poiché i due bipoli sono in serie (i morsetti sono aperti). Pertanto

$$i_L = i_C = C \frac{dv_C}{dt} = C\omega \cos(\omega t) \text{ A}$$

Sostituendo nella (1) abbiamo:

$$w(t) = \frac{1}{2} C sen^2(\omega t) + \frac{1}{2} L C^2 \omega^2 \cos^2(\omega t) \text{ J}$$

Se $\omega = 1/\sqrt{LC}$ si ricava facilmente $w(t) = \frac{1}{2} C\left[sen^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)\right] = \frac{C}{2}$ (costante).

6.26

A causa del c.c. virtuale la tensione dell’induttore è costante e pari ad E. Pertanto $i = \frac{1}{L}\int_0^t E dx = \frac{E}{L} t$. La tensione di uscita è $v_o = -Ri = -\frac{RE}{L} t$.

6.27

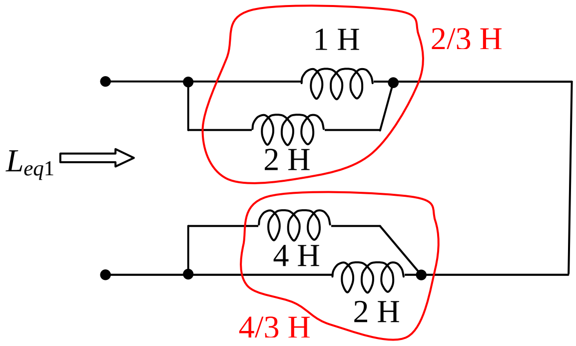
I condensatori da 5 mF sono in serie ed equivalgono ad una capacità di 2,5 mF. Anche i condensatori da 6 mF e 4 mF sono in serie; la capacità equivalente è $\frac{6 \times 4}{6+4} = 2{,}4$ mF. Le due capacità così ottenute sono in parallelo quindi la capacità complessiva è C_{eq} = 2,5 + 2,4 = 4,9 mF.

6.28

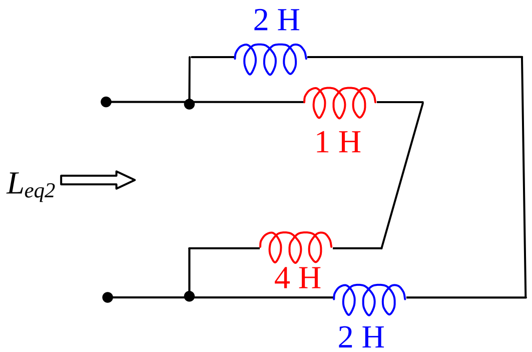
I condensatori da 3 mF e 7 mF sono in parallelo e la capacità equivalente è 3+7 = 10 mF. Tale capacità è in serie con quella da 5 mF; la capacità equivalente è $C_1 = \frac{5 \times 10}{5+10} = \frac{10}{3}$ mF. La capacità C_1 è in parallelo con ¾ mF, insieme equivalgono alla capacità $C_2 = \frac{10}{3} + \frac{3}{4} = \frac{49}{12}$ mF. Infine, la capacità C_2 è in serie con 4 mF, quindi $C_{eq} = \frac{\frac{49}{12} \times 4}{\frac{49}{12} + 4} = 4 \frac{49}{48+49} \cong 2$ mF.

6.31

Lo schema in alto equivale al seguente; gli induttori cerchiati sono in parallelo; gli induttori equivalenti sono in serie, pertanto L_{eq1} = 2/3 + 4/3 = 2 H.



Lo schema in basso equivale al seguente; gli induttori con lo stesso colore sono in serie; gli induttori equivalenti di 5 H e 4 H sono in parallelo, pertanto $L_{eq2} = \frac{5 \times 4}{5+4}$ = 20/9 ≅ 2,23 H.



6.32

Consideriamo la Figura E.25(a). Nel caso di n induttori in parallelo, l'induttanza equivalente è pari a L/n; sommando l'induttanza in serie si ottiene $L_{eq} = \frac{L}{n} + L = L\frac{n+1}{n}$. Nel caso di n condensatori in parallelo, la capacità equivalente è nC; combinando questa con la capacità C in serie si ottiene $C_{eq} = \frac{nC \times C}{nC + C} = C\frac{n}{n+1}$. Lo schema in Figura E.25(b) è duale.

6.33

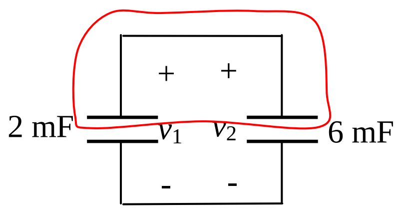
I due condensatori equivalgono ad un condensatore di capacità 2 μF. La corrente in tale condensatore è costante (3 A) pertanto

$$v(t) = \frac{10^6}{2}\int_0^t 3dx = 1{,}5 \times 10^6 t = 12\,\mathrm{V}$$

da cui t = 8 μs.

6.34

Per il principio di conservazione della carica, la somma delle cariche dei due condensatori deve rimanere invariata dopo la chiusura dell'interruttore.



Tenendo conto che $Q_i = C_i v_i$, in $t = 0^-$ abbiamo i seguenti valori:

$$Q_1 = 2\times10^{-3}\times60 = 120\,\text{mC} \qquad\qquad Q_2 = 6\times10^{-3}\times40 = 240\,\text{mC}$$

e per $t>0$:

$$Q_1' = 2\times10^{-3}v \qquad\qquad Q_2' = 6\times10^{-3}v$$

Imponendo l'uguaglianza della carica totale abbiamo:

$$120+240 = 8v \qquad \Rightarrow \qquad v = \frac{360}{8} = 45\,\text{V}$$

6.35

La tensione è $v(t) = L_1\dfrac{di_1}{dt} = -2\times10^{-3}\times10^{-3}e^{-t} = -2e^{-t}\,\mu\text{V}$. La corrente i_2 si ricava con la formula seguente:

$$i_2(t) = \frac{1}{L_2}\int_0^t v(x)dx = -\frac{2\times10^{-3}}{8}\int_0^t e^{-x}dx = 0{,}25(e^{-t}-1)\,\text{mA}$$

Infine la corrente totale è $i = e^{-t} + 0{,}25(e^{-t}-1) = 1{,}25e^{-t} - 0{,}25$ mA.

6.36

I due condensatori in serie sono equivalenti ad un condensatore di capacità $C_s = \dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$, con tensione $v_S(t)$. La corrente di tale condensatore è $i(t) = C_s\dfrac{dv_S}{dt}$. Questa è anche la corrente nei due condensatori in serie, pertanto:

$$v_1(t) = \frac{1}{C_1}\int_0^t i(x)dx = \frac{C_s}{C_1}v_S(t) = \frac{C_2}{C_1+C_2}v_S(t)$$
$$v_2(t) = \frac{1}{C_2}\int_0^t i(x)dx = \frac{C_s}{C_2}v_S(t) = \frac{C_1}{C_1+C_2}v_S(t)$$

Nelle relazioni precedenti si è tenuto conto del dato $v_S(0) = 0$.

6.37

I due condensatori in parallelo sono equivalenti ad un condensatore di capacità $C_p = C_1 + C_2$, con corrente $i_S(t)$. La tensione di tale condensatore è $v(t) = v(0) + \dfrac{1}{C_1+C_2}\int_0^t i_S(x)dx$. Questa è anche la tensione dei due condensatori in parallelo, pertanto:

$$i_1(t) = C_1\frac{dv}{dt} = \frac{C_1}{C_1+C_2}i_S(t) \qquad\qquad i_2(t) = C_2\frac{dv}{dt} = \frac{C_2}{C_1+C_2}i_S(t)$$

6.38

v. Esercizio 6.36